

Zeitschrift: Revue suisse de photographie
Herausgeber: Société des photographes suisses
Band: 14 (1902)

Artikel: Die Bilder einer bikonvexen Linse
Autor: Scheffler, Hugo
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-524524>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

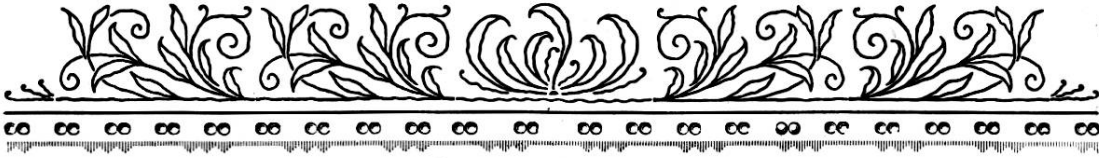
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

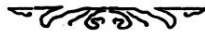
Download PDF: 15.04.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>



Die Bilder einer bikonvexen Linse

von Gymnasialoberlehrer Hugo SCHEFFLER, Schöneberg-Berlin.



Nach den Untersuchungen von Gauss, welche für eine beliebige Zahl von brechenden Flächen, also für jede beliebige Zusammenstellung von Linsen gelten, wird jeder Punkt eines Gegenstandes unter gewissen Bedingungen durch die Lichtstrahlen, welche von ihm ausgehen und die Linsen durchsetzen, wieder in einen Punkt abgebildet. Diese Bedingungen sind :

1. Die Mittelpunkte aller Kugelflächen, von welchen die Linsen begrenzt werden, liegen auf derselben Geraden, der optischen Achse des Systems, das System ist also zentriert;
2. Der Gegenstandspunkt liegt in der Achse selbst oder in ihrer unmittelbaren Nähe;
3. Die abbildenden Strahlen machen mit der Achse nur kleine Winkel.

Wenn wir dieses allgemein geltende Gesetz für die zweiseitig erhabene (bikonvexe) Linse in eine praktische Form bringen, so ergibt sich, dass diese von Gegenständen geringer Ausdehnung, welche in der Nähe der Achse (der Verbindungslinie der Mittelpunkte der beiden die Linse

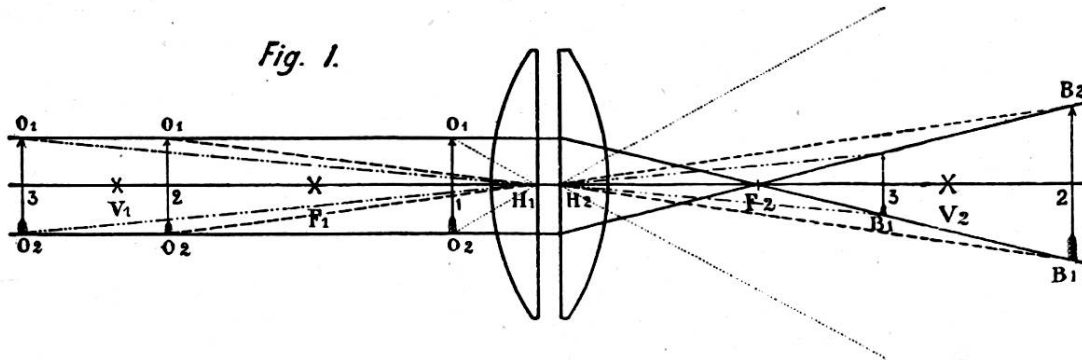
begrenzenden Kugelflächen) liegen, ein getreues Bild dann entwerfen wird, wenn der (kleine) Winkel, unter welchem der Gegenstand von einem Punkte des Linsenrandes uns



Phot. H. Linck, Winterthour.

erscheint, nicht wesentlich verschieden ist von dem Winkel, unter welchem er sich dem Auge von der Mitte der Linsenflächen aus darstellt. Von farbigen Rändern wollen wir dabei absehen. Die Lage des Bildes hängt ab, ausser von der Lage des Gegenstandes, von den Radien der Grenz-

flächen und von dem Brechungsvermögen der Glasart, aus welcher die Linse besteht. Wir wollen das Nähere hier übergehen und nur hervorheben, dass für die geometrische



Konstruktion des Bildortes (Fig. 1) zwei Punkte auf der Achse innerhalb der Linsenmasse und zwei in ihnen auf der Achse senkrecht stehende Ebenen notwendig sind — die Hauptpunkte H_1 und H_2 und die beiden Hauptebenen — ferner die beiden Brennpunkte F_1 und F_2 , welche so liegen, dass $H_1 F_1 = H_2 F_2$ ist.

Man findet dann zu irgend einem Gegenstande $O_1 O_2$ von der oben bezeichneten Beschaffenheit die Lage des Bildes $B_1 B_2$, indem man von den Punkten O eine Parallele zur Achse bis zum Schnittpunkte C mit der Ebene H_2 und dann CF_2 zieht, ausserdem aber zu OH_1 durch H_2 die Parallele $H_2 B$. Es gehen nämlich alle parallel zur Achse in die Linse eintretenden Lichtstrahlen nach der Brechung durch F_2 , den zweiten Brennpunkt, alle in der Richtung nach H_1 auffallenden parallel zur ursprünglichen Richtung durch H_2 wieder hinaus. In Fig. 1 sind nun drei Lagen des Gegenstandes (Objektes) angenommen, welche prinzipielle Verschiedenheiten in der Lage des Bildes ergeben.

1. $O_1 O_2$ liegt innerhalb $F_1 H_1$. Die beiden austretenden Strahlen divergieren, können also kein auffangbares Bild ergeben.

2. $O_1 O_2$ liegt zwischen F_1 und dem doppelt so weit von H_1 entfernten Punkte V_1 . Die austretenden Strahlen schnei-

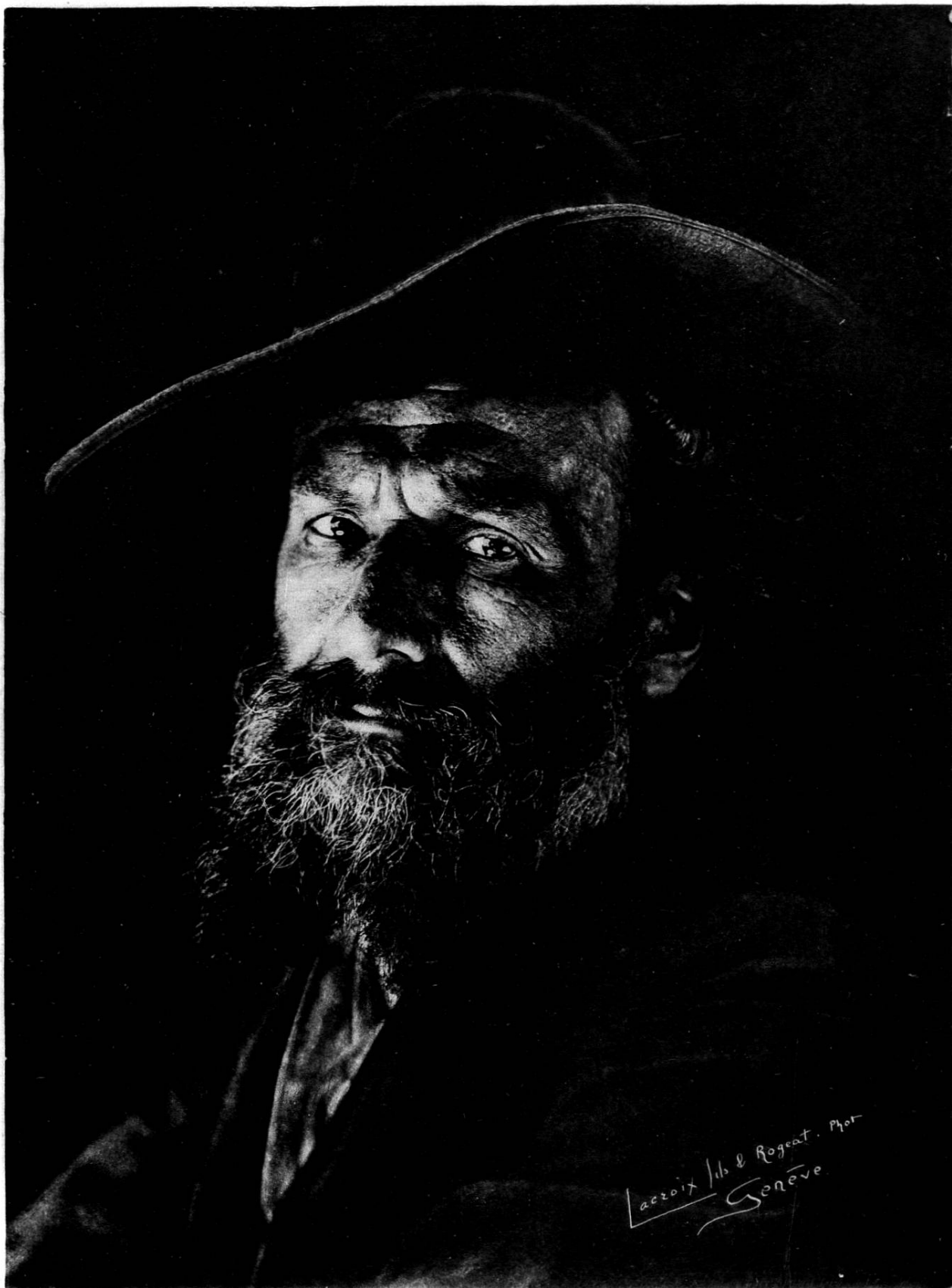
den sich, das Bild $B_1 B_2$ ist vergrössert und entsteht ausserhalb V_2 .

3. $O_1 O_2$ liegt ausserhalb V_1 . Die austretenden Strahlen schneiden sich, das Bild $B_1 B_2$ entsteht innerhalb $F_2 V_2$ und ist verkleinert.

Auffangbar sind die Bilder 2 und 3; sie sind umgekehrt. Offenbar wird das Objekt 3 der gestellten Bedingung, dass die Strahlen nur kleine Winkel mit der Achse bilden dürfen, die auch unter sich nicht wesentlich verschieden sind, am besten entsprechen können. Da es sich hierbei nun um die gewöhnliche Aufgabe der Photographie handelt, von Objekten ein umgekehrtes, verkleinertes, getreues Bild zu entwerfen, so erscheint auf den ersten Blick die einfache bikonvexe Linse ein für diesen Zweck durchaus geeigneter Apparat zu sein, welcher den grossen Vorteil der Billigkeit für sich beanspruchen dürfte. Untersuchen wir, welche Umstände sich der allgemeinen Verwendbarkeit derselben in den Weg stellen.

Es ist vor allem der chemische Fokus, von welchem in einem früheren Artikel der Revue die Rede war, welcher hinderlich wirkt. Unsere Betrachtungen gelten nur für den Fall des einfarbigen Lichtes; das zusammengesetzte Tageslicht, welches zum Photographieren benutzt werden muss, lässt auch unter den genannten Bedingungen noch das sichtbare (eingestellte) Bild an einer anderen Stelle erscheinen als das photographische. Es müsste demnach unter allen Umständen eine Kombination von zwei Linsen benutzt werden, wie dies in dem angeführten Artikel genauer ausgeführt worden ist, um dieser Schwierigkeit Herr zu werden. Eine solche Kombination würde sich als Landschaftsobjektiv, bei welchem nur ein unter kleinem Winkel vom Objektiv aus erscheinendes Objekt abgebildet werden soll, ganz gut eignen.

Die Unmöglichkeit der allgemeinen Verwendbarkeit einer



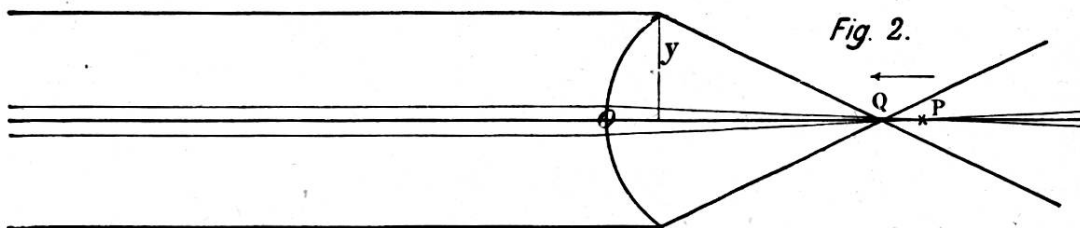
Photocollographie H. Speiser, Bâle.

Phot. Lacroix et Rogeat, Genève.

einzigsten bikonvexen Linse für die photographischen Zwecke liegt dann aber darin, dass die gestellten Bedingungen sich praktisch nicht halten lassen und damit auch die genaue Abbildung, bei welcher die von einem Objektpunkt ausgehenden Strahlen sich wieder in einem Bildpunkte vereinigen, bei welchem das Bild dem Objekte perspektivisch ähnlich ist, wie dies nach Fig. 1 offenbar für $O_1 O_2$ und $B_1 B_2$ in bezug auf H_1 und H_2 der Fall ist, hinfällig wird. Wir wollen uns genauer mit den auftretenden Abbildungsfehlern beschäftigen.

Wenn von einem Punkte der Achse aus Lichtstrahlen unter weiter geöffneten Winkeln gegen die Achse auf die Grenzfläche der Linse auffallen, dann konvergieren sie nach der Brechung an dieser nicht mehr nach einem Punkte hin.

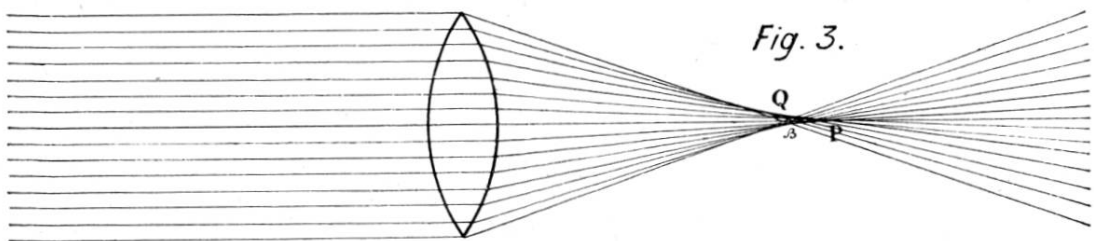
Für den einfachsten Fall parallel eintretender Lichtstrahlen sei die Abweichung angegeben (Fig. 2). n ist der



Brechungsquotient der Linse, in welche der Lichtstrahl von der Luft her eintritt, p sei die Entfernung, in welcher hinter der Fläche der in unmittelbarer Nähe der Achse verlaufende Lichtstrahl nach der Brechung die Achse schneidet (OP), r der Radius der Kugelfläche, y die Entfernung des Auffallpunktes des Strahles von der Achse dann ist die Abweichung $PQ = -\frac{p^2 y^2 (n-1)}{r^3 2 n^3}$. Das Minuszeichen bedeutet hierbei, dass die Punkte Q mit wachsender Eintrittshöhe y in der Richtung des gezeichneten Pfeils, also gegen die Lichtbewegung nach der Fläche zu wandern.

Mann nennt QP die sphärische Längsabweichung. Die Fläche, welche gegen die Richtung der Lichtbewegung gekrümmt ist, korrigiert sphärisch unter. Die obige Formel für PQ gilt allgemein. Ist demnach die Krümmung der Kugelfläche die entgegengesetzte, so erhält r und damit auch PQ den entgegengesetzten Wert. Beides gilt für den Uebergang aus Luft in Glas, wo n Werte zwischen 1,5 und 1,7 besitzt. Beim entgegengesetzten Uebergange hat n den reziproken Wert, also ergeben sich dafür Werte zwischen $\frac{1}{1,5} \dots \frac{1}{1,7}$ und daher bei gleicher Krümmung wie in Fig. 2 die entgegengesetzte Wanderung des Punktes Q .

Bei einer bikonvexen Linse werden daher beide Flächen sphärisch in dem gleichen Sinne unterkorrigierend wirken, sich also in ihrer Wirkung summieren. Denn die Punkte $P \dots Q$ sind die Gegenstandspunkte für die zweite Grenzfläche und die oben geschilderten Verhältnisse bleiben in der Hauptsache bei jeder Lage des Gegenstandspunktes so bestehen, wie wir für den Fall, dass der Punkt auf der Achse unendlich fern, also praktisch gesprochen sehr weit entfernt liegt, angegeben haben. Daher wird eine bikonvexe Linse die von Achsenpunkten ausgehenden Strahlen niemals zu einem einzigen Bildpunkte vereinigen. Die austretenden Strahlen werden vielmehr in dem in Fig. 3 ge-



zeichneten Schnitte eine Brennkurve einhüllen, deren Spitze in P liegt.

Man erhält das Gesamtbild, wenn man die Figur um die optische Achse rotieren lässt.

Das Auge wird das Bild des Objektpunktes dort aufsuchen, wo die Einschnürung der austretenden Strahlenmasse am engsten ist. Der an dieser Stelle auf dem auffangenden Schirme entstehende kleinste Zerstreungskreis hat als Ersatz für das punktartige Bild zu gelten.

Weil die Längsabweichung $PQ = -\frac{p^2 y^2 (n-1)}{r^3 2n^3}$, oder, da die Brennweite $p = \frac{r}{n-1}$ ist, $PQ = -\frac{y^2}{r 2n^3 (n-1)}$

ist, so wird sie mit der stärkeren Krümmung der Kugelfläche anwachsen. Es giebt aber eine Form der bikonvexen Linse, bei welcher die Abweichung geringer wird als bei jeder anderen Linse der gleichen Brennweite. Es ist dies der Fall, wenn der Krümmungsradius der hinteren Fläche der sechste Teil vom Krümmungsradius der vorderen ist.

Gehen wir mit dem Objektpunkte aus der Achse heraus, so treten allmählich ganz neue Erscheinungen auf.

Haben wir es



Phot. H. Linck, Winterthur.

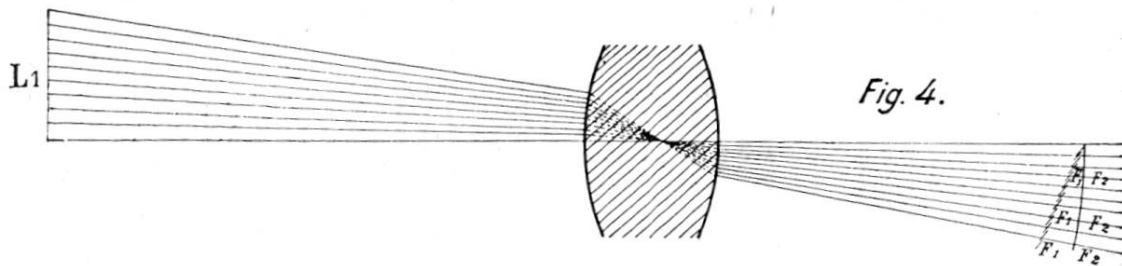
mit einer einzigen brechende Fläche zu thun, so erhalten wir die oben dargestellten Verhältnisse, wenn wir die optische Achse mit der Verbindungslinie des Objektpunktes und des Kugelmittelpunktes vertauschen. Wir erhalten auf dieser Zentralen die Längsabweichung wie vorher. Die Spitzen der gebrochenen Strahlenkegel wandern auf dieser Geraden. Aber für das Auffallen auf die zweite Linsenfläche liegen diese Kegel nicht mehr wie beim Falle eines Objektpunktes in der Achse zentrisch um die Verbindungslinie der Kegelspitze mit dem Mittelpunkte der zweiten Fläche geordnet, sondern die Strahlenkegel sind exzentrisch. Die Folge davon ist eine ganz eigenartige.

Die nach der Brechung an der zweiten Fläche austretenden Strahlen schneiden sich im allgemeinen überhaupt nicht mehr. An Stelle der Kegel mit den auf der Achse wandernden Spitzen treten hier Strahlentuben auf. Man zerlegt die gebrochene Strahlenmenge in lauter ganz dünne Tuben, welche die aufeinanderfolgenden Strahlen zur Mittelachse haben. Die einzelnen Strahlentuben werden sich gegenseitig durchdringen und so Brennflächen umhüllen. Wie wir bald sehen werden, sind es zwei Flächen. Es ist leicht einzusehen, dass die engste Einschnürung der gesamten Strahlenmasse sich mit der Entfernung des Objektpunktes von der Achse immer mehr erweitert und infolge davon die Unschärfe des Bildes, welches eine bikonvexe Linse entwirft, nach dem Rande zu immer grösser wird.

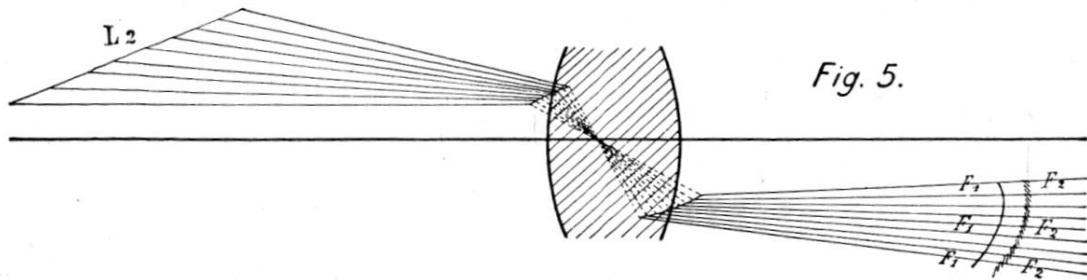
Unter Umständen wird die Erscheinung noch eigentümlicher. Wenn man die einzelnen dünnen Strahlentuben näher untersucht, so findet man, dass die Achse jedes Tubus von zwei Strahlen, welche zu dem Mantel des Tubus gehören, in zwei verschiedenen Punkten geschnitten wird, dass alle anderen Strahlen sie zwar nicht schneiden, jedoch über zwei sehr kurze gerade Linien hinweggleiten, welche in diesen beiden Punkten senkrecht zur Tubusachse und senk-

recht gegen einander errichtet werden. Wenn man daher das austretende Strahlenbündel durch eine in den Weg gebrachte Blende sehr dünn macht, und mit einem auffangenden Schirme, welcher senkrecht zur Richtung des mittleren Strahles von der Linse fort bewegt wird, die Schnitte mit dem Strahlentubus untersucht, so wird man elliptische Querschnitte vorfinden, welche sich verengen und zwar in der Richtung der einen Achse stärker wie in der der anderen, bis die eine Achse gleich null wird und eine kurze gerade Linie übrig bleibt. Wir befinden uns in dem ersten Punkte, in welchem die Tubusachse von einem der Strahlen geschnitten wird, die kurze Lichtlinie ist die eine besprochene senkrechte Gerade, über welche alle Strahlen hinweggleiten. Bewegen wir den Schirm weiter von der Linse fort, so tritt die Ellipse wieder auf; die Achse, welche in der Richtung der Lichtlinie liegt, verkürzt sich, senkrecht dazu bildet sich wieder die allmählich grösser werdende zweite Achse. An einer Stelle sind beide Achsen gleich gross, wir erhalten einen Kreis, den kleinsten Zerstreungskreis. Indem die Verlängerung bzw. die Verkürzung der Achsen weiter fortschreitet, kommen wir weiter an eine Stelle, wo der Durchschnitt wieder eine gerade Linie wird, die senkrecht zur ersten Lichtlinie steht.

Unter gewissen Umständen nun wird nicht der kleinste Zerstreungskreis als Bild des Objektpunktes vom Auge aufgefasst, sondern die eine oder die andere der beiden Lichtlinien, von welchen die eine stets im Schnitte, durch Objektpunkt und optische Achse (Meridionalschnitt), verläuft. Dies ist dann der Fall, wenn als Gegenstand eine gerade Linie in diesem Schnitte oder eine auf der Ebene des Schnittes senkrecht verlaufende abzubilden ist. Im ersten Falle L_1 reihen sich die im Meridionalschnitte liegenden Lichtlinien lückenlos aneinander, während die zweite Art der Lichtlinien sich parallel schichtet. (Fig. 4.) Im zweiten Falle (L_2)



ist die Sache umgekehrt. (Fig. 5.) Als Bild einer im Meri-



dionalschnitte liegenden geraden Linie fasst demnach das Auge die aus den kurzen meridionalen Brennlinien geformte Linie auf, bei welcher die Helligkeitskonzentration die bei weitem grösste ist, als Bild einer vertikal dazu stehenden Geraden gilt aus denselben Gründen die Folge der zweiten Brennlinien.

Da nun aber die beiden Brennlinien sich an verschiedenen Stellen befinden, so ist die Folge, dass die Bilder von zwei solchen Geraden, die sich im Gegenstande in einem Punkte schneiden, im Bilde an ganz verschiedenen Stellen liegen, bzw. in der gewählten Bildebene ganz verschwommen erscheinen. Man nennt diese Erscheinung Astigmatismus.

Es ist demnach gänzlich ausgeschlossen, mit einer einfachen bikonvexen Linse Objekte zu photographieren, bei welchen gerade Linien, die zu einander senkrecht stehen, nach dem Rande des Bildfeldes zu liegen.

Die Erscheinung des Astigmatismus, bei welcher wir uns auf sehr dünne abbildende Strahlenbündel beschränkt haben, wird dadurch verwickelter, dass die Brennlinien für die verschiedenen denselben Punkt abbildenden Strahlen nicht

zusammenfallen, sondern die Oberflächen zweier Brennpunkten von geringer Ausdehnung bilden. Die Schnitte des auffangenden Schirmes mit diesen bestehen aus einem lichtstarken Kerne, der die Stelle der grössten Strahlenverengung darstellt mit kometenschweifartiger, lichtschwächerer, nebelhaft verschwimmender Umhüllung.

Die Verwendung der einfachen bikonvexen Linse ist auch dadurch beschränkt, dass die Bilder von Gegenstandspunkten, welche in derselben senkrecht zur Achse gelegenen Ebene liegen, keineswegs wieder in dieselbe Bildebene fallen. Es zeigt sich vielmehr Bildfeldwölbung nach der Linse hin.

Endlich möge noch erwähnt werden, dass die beiden Hauptpunkte H_1 und H_2 , welche unter den in der Einleitung besprochenen Bedingungen auftreten, ihren Ort ändern, wenn Objektpunkte ausserhalb der Achse abzubilden sind. Damit hört die perspektivische Lage der Objektpunkte und der Bildpunkte gegen H_1 und H_2 auf, die Bilder sind verzeichnet.

Wir finden somit bei der bikonvexen Linse alle überhaupt möglichen Abbildungsfehler vereinigt, die sphärische Abweichung, den Astigmatismus, die Bildfeldwölbung, die Verzeichnung, den Farbenfehler (chemischen Fokus). Es ist in der Darstellung schon an einigen Stellen implicite das Mittel für die Aufhebung des Fehlers enthalten, so beim Farbenfehler, so bei der sphärischen Abweichung, deren Richtung sich aus der Flächenkrümmung und dem Verhältnis des Brechungsvermögens der getrennten Stoffe bestimmt. Um die genannten Fehler aufzuheben, bedarf es der Zusammenstellung einer grösseren Zahl von Linsen, deren Krümmungen, deren Dicken und deren Glasarten durch die Rechnung bestimmt werden müssen.

