

Zeitschrift: Quaderni grigionitaliani
Herausgeber: Pro Grigioni Italiano
Band: 88 (2019)
Heft: 3: Arte e scienza, Letteratura, Diritto

Artikel: L'imprevedibile armonia della biosfera
Autor: Weitnauer, Roberto
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-864938>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 10.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

ROBERTO WEITNAUER

L'imprevedibile armonia della biosfera

Dal punto di vista scientifico la vita è un fenomeno straordinario per almeno una ragione: i principi biologici sono compatibili con quelli fisici, ma non sono da essi derivabili.

Come può succedere che atomi, soggetti alle leggi che regolano in modo ferreo il comportamento dei loro orbitali elettronici, si riuniscano in macromolecole che poi vanno a formare un organismo vivente in grado di mantenersi nell'ambiente e di replicarsi? Da dove trae origine la stupefacente organizzazione della biosfera, un sistema che evolve sul pianeta da quasi quattro miliardi di anni (figura 1)?

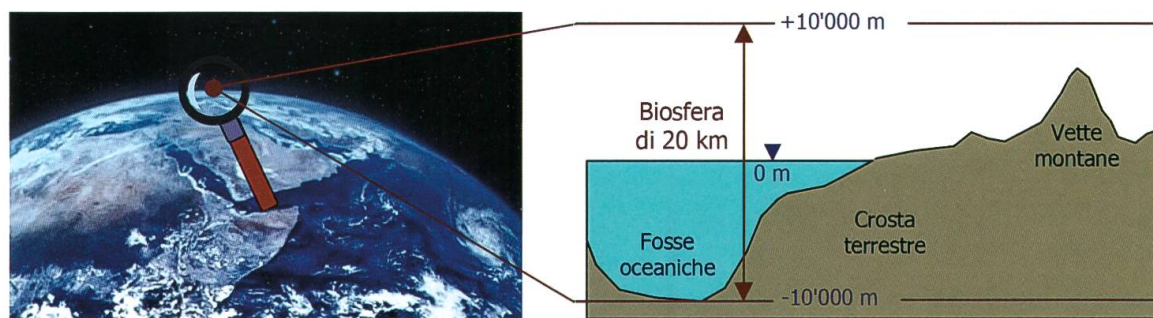


Figura 1. Lo spazio della biosfera. Si tratta di un guscio che si sviluppa attorno alla Terra e che parte dal fondo delle fosse oceaniche, dove vivono ancora batteri anaerobici, e giunge sino a quota 10'000 m, dove è possibile rilevare spore e pollini sospinti da correnti ascensionali. Lo spessore della biosfera ammonta così a circa 20 km e corrisponde allo 0.3% del raggio del globo. In questo strato sottilissimo è contenuta tutta la vita.¹

Attraverso questo contributo scientifico di stampo divulgativo getteremo uno sguardo negli intimi segreti termodinamici dei fenomeni biologici. Sulla falsariga degli straordinari lavori di Ilya Prigogine, russo naturalizzato belga e Nobel per la chimica nel 1977, vedremo come la vita sulla Terra sia un sistema che dissipa velocemente l'energia solare e che, proprio così facendo, si struttura autonomamente. Appureremo inoltre che questa dinamica non è affatto esclusiva della materia biologica.

Ciò ci farà riflettere e speculare sull'eventualità che, in un certo qual modo, i tratti essenziali della vita siano intrinseci alla materia e all'energia dell'universo stesso. Tutt'altro che un'eccezione, insomma, almeno sul piano della dinamica auto-organizzata. Si tratta di argomenti che si prestano a interpretazioni epistemologiche che potrebbero rivelarsi cruciali nella nostra cultura contemporanea.

Qualcuno crede che la scienza sia "deterministica", cioè postuli che tutto si sviluppi in modo determinato secondo leggi fisiche che l'uomo può conoscere dettagliatamente

¹ Grafica dell'autore.

nel corso del tempo. Altri ritengono all'inverso che esista un limite oltre cui le leggi vengono violate, scalzate da qualche forza di carattere spirituale.

La prima opinione è verosimilmente errata. La “meccanica dei quanti” che regna nel microcosmo c'insegna ormai da un secolo che l'approccio deterministico è fallace e che deve essere rimpiazzato da quello probabilistico. Infatti, le nostre osservazioni più fini (a scala subatomica) provocano un disturbo minimo ineliminabile che si ripercuote sui fenomeni osservati, alterandoli in modo non determinato.

Strane qualità, ben poco intuitive, emergono dal mondo al di sotto del nanometro, ossia del milionesimo di millimetro. Per esempio, le particelle elementari evidenziano una doppia natura: a seconda delle condizioni di osservazione si comportano come onde o come corpuscoli (figura 2). Le onde sono funzioni che descrivono la (densità di) probabilità di trovare la particella in un certo punto. Nel mondo quantistico il determinismo non è di casa.

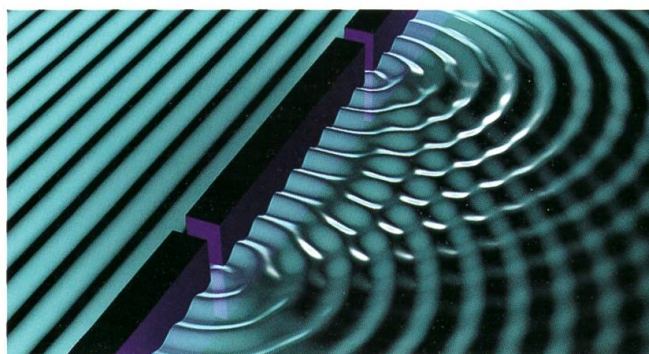


Figura 2. Onde piane incontrano due varchi in un muro e si trasformano in onde circolari che poi interferiscono tra loro. Una condizione che si può osservare nell'acqua presso alcuni porti. Lo stesso succede con la luce; anch'essa subisce interferenza, dopo essere passata per due fenditure. Eppure, la luce è formata da entità singole, i fotoni. Se prendiamo particelle elementari di materia come gli elettroni, anch'esse subiscono interferenza, pur ponendosi di primo acchito come corpuscoli distinti. Persino un solo elettrone può passare contemporaneamente per due fenditure, producendo interferenza dall'altra parte!²

Per quanto riguarda forze spirituali che violino i principi fisici, ebbene si tratta di una congettura non sperimentalmente controllabile. Chiariamo con un esempio. Prendiamo questo asserto: «Esiste una melodia per flauto che fa comparire il demone sulla poltrona del soggiorno». Esso è forse verificabile? Sì, lo è; basta che Belzebù si materializzi davanti ai nostri occhi impietriti. Non importa quanti tentativi musicali occorra sperimentare. Dopo ogni fallimento possiamo sempre temere che l'orrenda creatura piombi in casa nostra col successivo brano. Per quanto sia poco sensato crederci, tecnicamente l'enunciato è verificabile.

Possiamo forse falsificare quell'enunciato? No, non possiamo. Per escludere il diabolico evento dovremmo esaurire il repertorio delle possibili melodie e appurare che il diavolo non si presenta mai. Questo è impossibile, giacché le melodie sono infinite. Ecco il punto: le congetture non falsificabili non rispettano i crismi di scientificità e controllabilità. Se ne potrebbero formulare a bizzeffe e ad arbitrio; lasciano il tempo che trovano.

² Fonte: http://www.sciencenews.org/wp-content/uploads/2017/05/051817_EC_tractor-beam_main_FREE.jpg.

Facciamo un altro esempio: «Tutti i gravi cadono al suolo». Questo è un asserto falsificabile, dato che basta trovare un singolo controesempio per richiedere una nuova teoria: un corpo che fluttui, non risultando soggetto a gravità. Finché però esso non si trova, la teoria resta in auge.

Le congetture falsificabili sono formulate con un “quantificatore universale” (per ogni..., tutti...), quelle solo verificabili con un quantificatore esistenziale (esiste...). Il principio di falsificazione impone quantificatori universali ed è un caposaldo dell’opera dell’epistemologo anglo-austriaco Karl Popper.

Noi qui vedremo che la vita non rispecchia alcun determinismo e, nel contempo, che non richiede alcun intervento soprannaturale per essere scientificamente giustificata.

I tratti distintivi della biosfera

La biosfera è incredibilmente sfaccettata, ma in fondo non è altro che una sinfonia di variazioni su un unico tema. Cinque tipi di nucleotidi e una ventina di aminoacidi sono la base chimica comune di tutte le creature biologiche, dai batteri agli umani. I nucleotidi sono i mattoni degli acidi nucleici RNA e DNA, mentre gli aminoacidi sono i mattoni delle proteine. Se rimuoviamo l’acqua, il 70% del nostro peso corporeo è formato proprio da proteine. Queste molecole fanno quasi tutto: regolano, accelerano e orientano le reazioni, trasportano altre molecole, operano come messaggeri, fungono da strutture di sostegno. Il nostro codice genetico, contenuto nel DNA, stabilisce quali proteine vengano sintetizzate. Lo schema funzionale è oggi ben noto (figura 3).

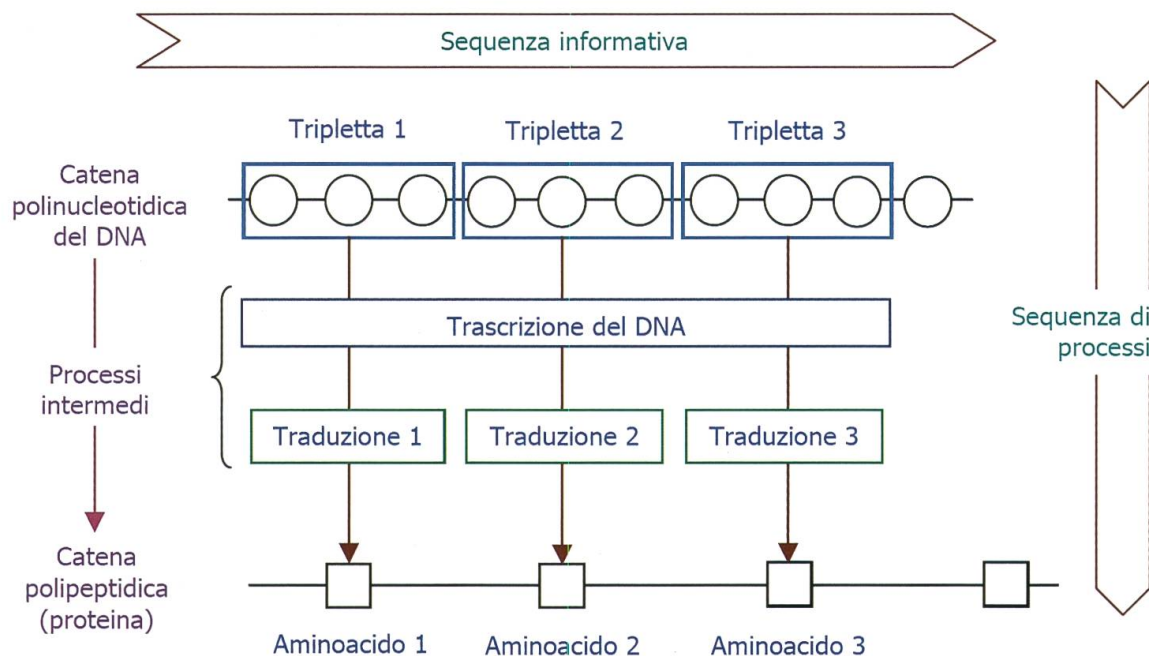


Figura 3. Schema del processo di espressione genica e sintesi proteica. Ad ogni tripletta di nucleotidi sul DNA corrisponde (non biunivocamente) un aminoacido. I nucleotidi sul DNA sono adenina, timina, guanina, citosina. I processi intermedi implicano l'intervento di RNA (messaggero e di trasporto), oltre che di proteine ad hoc.³

³ Grafica dell'autore.

Una legge biologica fondamentale statuisce che le proteine non possono modificare la sequenza delle istruzioni che le ha determinate (il fenotipo non può modificare il genotipo). Tuttavia, sono proprio le proteine che imbastiscono, duplicano, trascrivono e traducono il DNA. Dunque: il DNA conduce alle proteine, ma queste ultime agiscono a ritroso sul DNA (senza modificarne l'informazione). Tra l'altro, le proteine possono stabilire quali geni reprimere e quali attivare. Siamo al cospetto di un *loop*, che risale ai primordi della vita sul globo.

Questo ancestrale anello biochimico, attingendo dalla materia circostante come un aspirapolvere, è andato via via arricchendosi di componenti aggiuntive, producendo un'intera gamma di soluzioni adattive. Oggi l'evoluzione delle specie ha condotto all'abbacinante biodiversità che sta davanti ai nostri occhi, generando un unico superorganismo articolato.

La transizione da molecole organiche alla vita che conosciamo può dirsi convenzionalmente compiuta nel momento in cui comparvero le prime cellule batteriche e s'instaurò un metabolismo, ovvero un sistema energetico atto al mantenimento dei parametri fisiologici ottimali al cospetto delle variazioni ambientali, ciò che si chiama "omeostasi". Eppure, dopo tutto questo tempo, quel *loop* si pone ancora come l'intima essenza biologica di ogni organismo della Terra (figura 4). Questo deve fare riflettere. Per quanto ora sembri strano, vedremo nel prosieguo che l'omeostasi è possibile solo in condizioni di squilibrio.

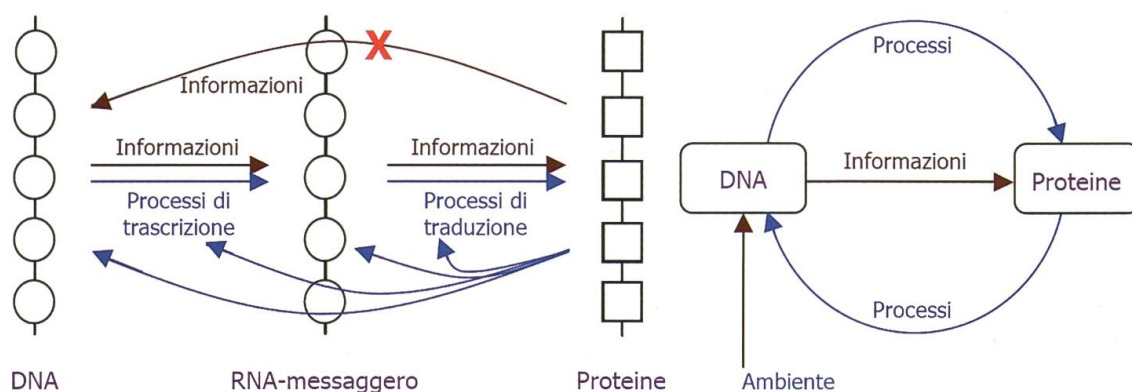


Figura 4. L'ancestrale loop tra acidi nucleici e proteine. Le informazioni seguono un percorso a senso unico dal DNA alle proteine (in epoca primordiale esisteva solo RNA). I processi agiscono invece anche a ritroso. Solo l'ambiente può modificare le informazioni recate dal DNA, ma ciò avviene eccezionalmente e in modo casuale, attraverso mutazioni genetiche. Le proteine possono stabilire comunque quali geni vengano attivati e quali repressi.⁴

La filogenesi, ossia il processo di ramificazione evolutiva delle varie specie biologiche, presenta analogie ed omologie che attestano un'origine comune. Grazie alla genialità di Darwin, all'analisi dei fossili e alla biologia molecolare, possiamo spiegare come ciò sia avvenuto nel passato e come continui a succedere: per biforcazioni e diramazioni. Non disponiamo però di strumenti che ci permettano di capire come in futuro evolveranno le specie.

⁴ Grafica dell'autore.

Possiamo anticipare le maree, calcolare come la Luna si allontani progressivamente dal globo, prevedere come cambi la temperatura di un gas soggetto a una certa compressione; e tanto altro ancora. Tuttavia, le leggi fisiche non ci aiutano a capire come si modificheranno i geni nel corso delle generazioni, come essi si combineranno nella produzione di cellule germinali (meiosi), come si accoppieranno nella fusione tra spermatozoi e ovociti e, ancor meno, quali partner sessuali s'incontreranno. Non possiamo nemmeno prevedere quali disturbi accidentali entrino nell'interazione tra DNA e proteine, portando talora a mutazioni genetiche, in minima parte adattive, il vero motore dell'evoluzione. Tutto questo è demandato al gioco del caso.

La vita tra sistemi “complicati” e sistemi “complessi”

Il caso che opera nella biochimica della vita riflette forse questioni “complicate”? Certo. Già un semplice batterio si colloca a una scala di molteplicità molecolare che trascende ogni possibilità di calcolo. Figuriamoci fenomeni come le catene alimentari o la modifica di una specie. Ognuno di noi, durante e dopo l'embriogenesi, è un risultato imperscrutabile sortito da Madre Natura.

Per intenderci, in una sola cellula batterica vi sono circa 42 miliardi di molecole (40 miliardi di acqua) che interagiscono tra loro e con l'ambiente. Non riusciamo a operare “riduzionisticamente”, riconducendo il comportamento del sistema alle regole del microcosmo agitato. Nel tentativo di ricomporre una dinamica biologica ci troviamo insomma a lavorare con pochi pezzi di un puzzle colossale ed intricato. Non è facile semplificare (figura 5).

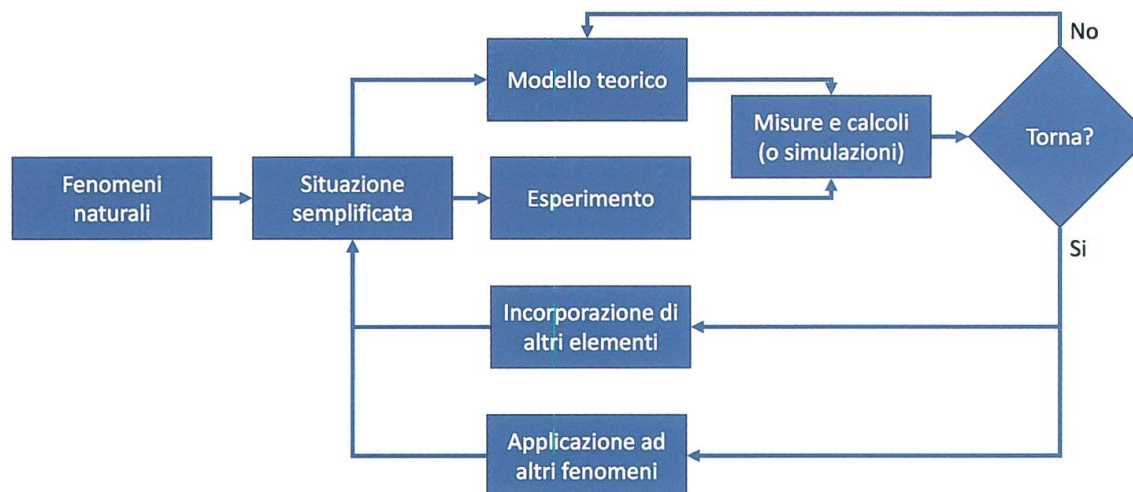


Figura 5. Modello del riduzionismo fisico. L'ignoranza a proposito di dati e relazioni obbliga a semplificare la realtà. Si procede per successive congetture e confutazioni, alla luce delle risultanze sperimentali. Il processo richiama alcuni aspetti del principio di falsificazione di Popper.⁵

Occorre ora fare una considerazione cruciale: l'imprevedibilità del vivente non si deve semplicemente alla mancanza di dati. Non bisogna infatti confondere un sistema

⁵ Fonte: <http://e-l.unifi.it/course/view.php?id=7447>.

“complesso” con un sistema complicato, governato da molte variabili sconosciute. Esistono infatti sistemi molto semplici e facili da conoscere che manifestano comportamenti imprevedibili. Emergono proprietà non riconducibili a quelle delle singole componenti.

Questo “emergentismo” è la vera essenza di ciò che in questo contesto bisogna intendere per “complessità”. Insomma, la biosfera è senz'altro complicata, ma più che altro è complessa. Dobbiamo ora puntare ai misteri che ci svela la teoria dei sistemi. In questo modo guarderemo alla complessità della biosfera con occhi nuovi.

Facciamo subito un esempio. Un pendolo doppio è caratterizzato da un'asta incernierata in mezzo, oltre che in alto (figura 6). Si tratta di un corpo articolato tutto sommato semplice, eppure, pur disponendo di tutti i dati e delle leggi fisiche del caso, il moto del grave all'estremità si dimostra imprevedibile. Una condizione ben diversa dal pendolo già studiato da Galileo.

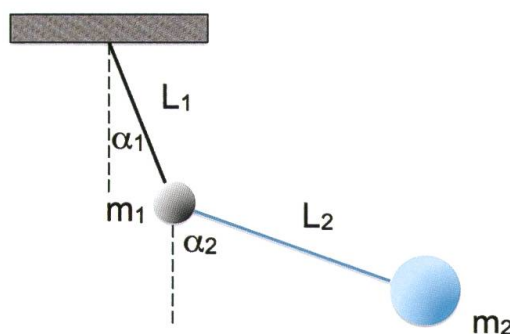


Figura 6. Schema di un pendolo doppio. Si vedono l'asta superiore di lunghezza L_1 , lo snodo con l'eventuale massa intermedia m_1 , l'asta inferiore di lunghezza L_2 e la massa inferiore m_2 . Le due aste sono inclinate rispetto alla verticale secondo gli angoli α_1 e α_2 .⁶

Prendiamo ora due corpi celesti isolati nello spazio siderale. Essi si muovono uno rispetto all'altro in modo precisamente calcolabile con la meccanica celeste. Eppure, quelle stesse equazioni gravitazionali stabiliscono un problema ostico quando i pianeti diventano tre o di più. La previsione sul lungo termine è impossibile, mentre per il calcolo a breve occorre una potenza computazionale rilevante, come quella a disposizione delle agenzie spaziali. Si noti: se non ci fosse la massa del Sole a prevalere sulle altre interazioni, i pianeti si muoverebbero come uno sciame di moscerini impazziti.⁷

Fatti bizzarri. Da dove trae origine questo comportamento “umorale” del pendolo doppio e dei pianeti?

Lo zampino della retroazione

La risposta sta in questa parola: retroazione. Essa è presente tanto nella tecnica quanto in natura. La ritroviamo nei sistemi di controllo automatico, nei fenomeni fisici,

⁶ Grafica dell'autore

⁷ Cfr. la ricostruzione del moto gravitazionale di tre corpi: <http://vimeo.com/11993047> (DANIEL PINKER, *Three-body problem 3D*).

chimici o elettronici. La retroazione opera negli organismi biologici, come nel sistema endocrino, nella termoregolazione e, in generale, nel mantenimento dell'omeostasi. Essa condiziona il pendolo doppio così come l'interazione newtoniana tra i corpi.

Cosa è la retroazione? Ecco quanto: gli effetti agiscono a ritroso sulle cause che li hanno generati o sui sistemi che le trasmettono. Ritroviamo un *loop* (figura 7).

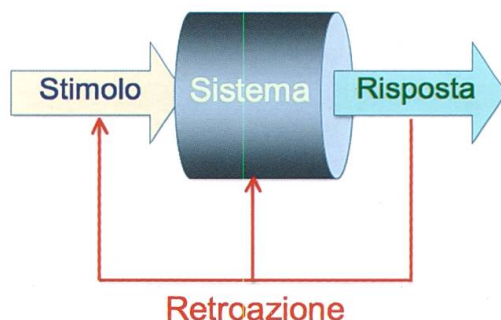


Figura 7. Schema concettuale della retroazione. Il feedback della reazione può agire a ritroso sull'ingresso o sul sistema che lo elabora.⁸

Facciamo un esempio domestico. Colleghiamo una videocamera a uno schermo, di modo che ciò che inquadra la prima sia visibile sul secondo. Puntiamo poi l'obiettivo verso lo schermo. Inneschiamo così un *loop* noto come “retroazione video”.

Una figura tipica che si vede sullo schermo è lo schermo medesimo, più piccolo, che contiene un altro schermo minore e così via, in una regressione senza fine. Se regoliamo lo *zoom*, le cornici degli schermi si sovrappongono. Dapprima si forma una figura pulsante, rotante o percorsa da movimenti fluidi, poi una specie di plasma dal comportamento erratico, che reagisce ai disturbi ambientali, come se fosse un organismo (figura 8). Si tratta di un esperimento che incuriosisce parecchio chi lo fa, specie con i vecchi televisori analogici.

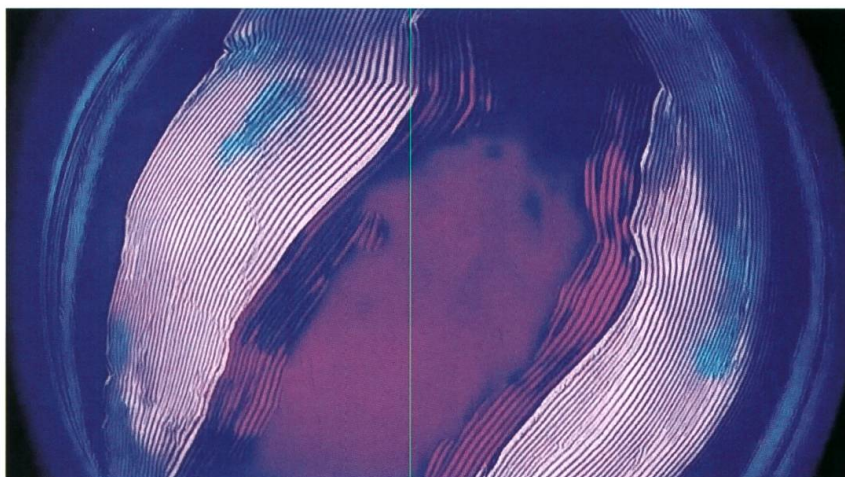


Figura 8. Esempio di retroazione video. La forma illustrata è una delle tante possibili sullo schermo. Si tratta di oggetti dinamici complessi che reagiscono ai disturbi, quasi come organismi.⁹

⁸ Grafica dell'autore.

⁹ Fonte: <http://vimeo.com/97681811> (MICAH SCOTT, *Emergent patterns in video feedback*). A riguardo di alcuni effetti di *feedback* simmetrici a video cfr. anche <http://www.youtube.com/watch?v=WS8v6jKPP68>.

Un altro sistema retroattivo è rappresentato in ecologia dalla “dinamica preda-predatore”: il numero delle prede influisce su quello dei predatori che, a sua volta, ricade sul primo. Le equazioni di Lotka-Volterra descrivono il fenomeno. Esse possono essere semplificate, mostrando che – date certe condizioni iniziali – le singole popolazioni possono stabilizzarsi, estinguersi oppure oscillare periodicamente (figura 9).

In presenza di retroazione il sistema matematico che descrive la dinamica può diventare “non-lineare”. È il caso del sistema preda-predatore, di quello formato da tre pianeti o del pendolo composto. Ma solo nel primo caso si può semplificare, “linearizzando”.

Si parla di “non-linearità”, in quanto i diagrammi delle equazioni presenti nel sistema non sono linee rette. Equazioni di questo genere sono quelle che contengono termini di grado diverso da uno (incognite tra loro moltiplicate, in forma di esponenti, elevate a potenze, sotto logaritmo, funzioni trigonometriche ecc.). Per esempio, la forza gravitazionale non è lineare, dato che dipende dal quadrato della distanza dei corpi interagenti.

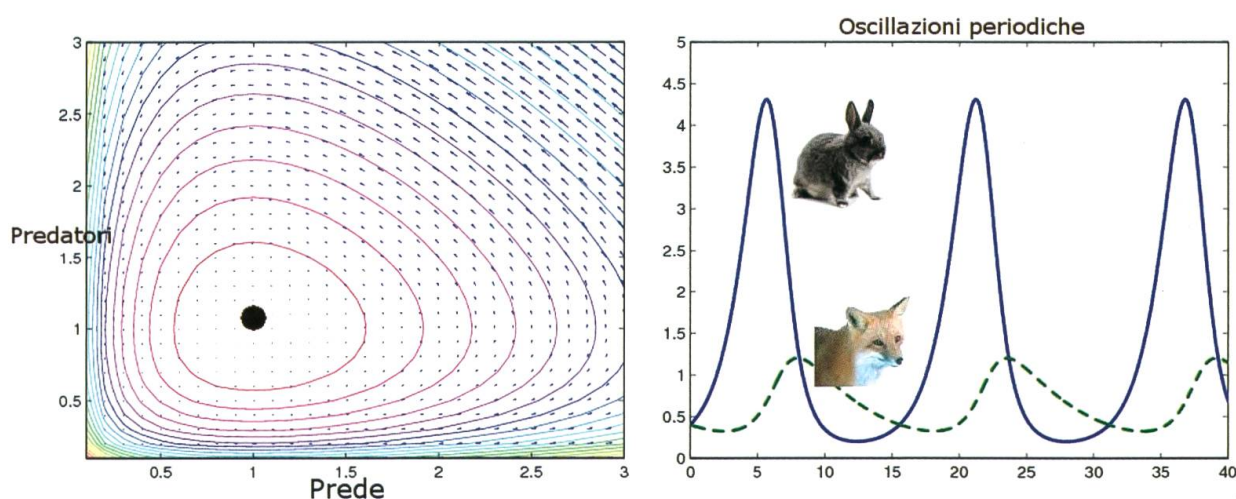


Figura 9. Modello preda-predatore. A sinistra viene tracciato il numero di predatori in funzione di quello delle prede. Si nota un punto di equilibrio centrale con popolazioni fisse. A destra, un andamento periodico nel tempo.¹⁰

Previsioni con calcoli concatenati

Se variamo di molto poco una parte di un sistema lineare possiamo ammettere che le altre si conservino immutate. Vale il “principio della sovrapposizione degli effetti”: dalle leggi che valgono nel generico istante e localmente si risale al comportamento globale, sommando infiniti effetti infinitesimali. Con la teoria del calcolo integrale si ricavano poi delle funzioni predittive. Riduzionismo.

Nel caso di un sistema non-lineare non vale la sovrapposizione, poiché “il tutto è più della somma delle parti”. Quando si fa variare una parte del sistema mutano in modo intricato e non trascurabile le altre. L'integrazione non è possibile e non si ricava una funzione risolutiva.

¹⁰ Fonte: <http://complexnt.blogspot.com/2012/03/study-of-two-species-interactions-using.html>.

In tale evenienza bisogna procedere un passo alla volta, eseguendo meticolose “ricorsioni”, cioè procedimenti in cui il risultato di un passo diventa il dato d’ingresso per il passo successivo. L’ammontare delle operazioni dipende dai passi richiesti per una previsione. D’altra parte, tanto più piccolo è il passo, tanto più precisa ci si attende che sia la previsione.

Consideriamo di sfuggita la “mappa logistica”, un modello discreto (non continuo) che descrive come cresca una popolazione in successivi istanti per fattori che favoriscono la natalità e altri che accentuano invece la mortalità. Senza scendere in dettagli, questa è la semplicissima equazione da considerare:

$$x_{n+1} = rx_n (1 - x_n)$$

x_n : rapporto tra la popolazione all’istante n e la massima possibile in quell’istante

x_{n+1} : rapporto tra la popolazione all’istante $n+1$ e la massima possibile in quell’istante

r : costante che combina natalità e mortalità

Ogni valore x_{n+1} dipende da quello precedente x_n ; per la precisione x_{n+1} mostra una dipendenza quadratica da x_n . Dunque, abbiamo un sistema non-lineare.

Si parte da un certo x_0 iniziale e si procede di istante in istante. Per r basso la popolazione si assesta alla lunga su un singolo valore x_∞ . Aumentando r , i valori stabili diventano 2, poi 4, 8, 16 e così via. Questo vuol dire che la popolazione si assesta su un’oscillazione periodica, poi poliperiodica. Il valore $r = 3.57$ circa è però di “accumulazione”: le biforcazioni diventano infinite. Questo vuol dire che la popolazione prende a variare caoticamente! Più oltre emergono ancora singole isole di ordine stabile. Abbiamo qui un “mostro matematico” che rende conto del termine “complessità” (figura 10).

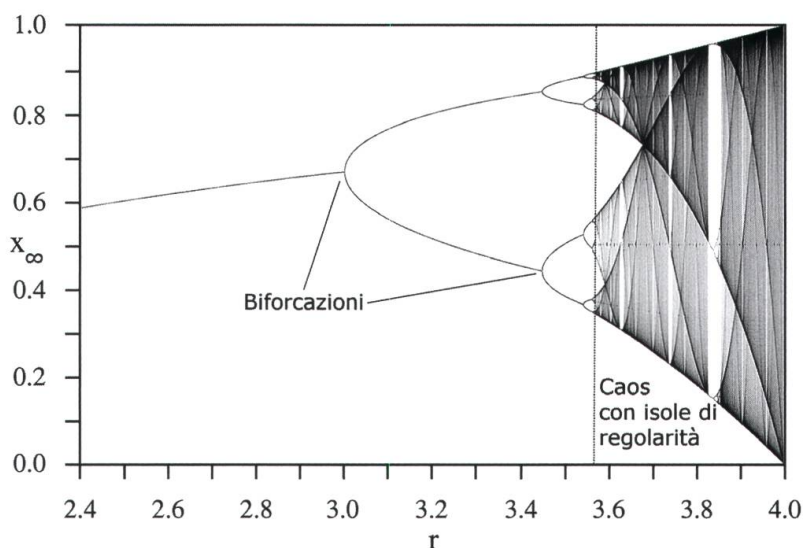


Figura 10. Mappa logistica. Si nota l’ingresso nel caos per $r = 3.57$ circa. Le strisce chiare individuano successive isole di regolarità stabile con pochi valori di assestamento x_∞ di oscillazione periodica. Nota: per $r < 1$ la popolazione decresce ed è condannata all’estinzione per il prevalere della mortalità sulla natalità. Per $r = 4$ tutti i possibili valori di oscillazione sono toccati. Oltre $r = 4$ il grafico non ha senso.¹¹

¹¹ Fonte: http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/7/7d/LogisticMap_BifurcationDiagram.png.

Il carattere illimitato del caos

La non-linearità riserva diverse altre sorprese. Le ricorsioni relative a un pendolo composto o a tre pianeti interagenti, ad esempio, ci mostrano al computer qualcosa di sensazionale: un lievissimo scarto nei valori iniziali o nel passo può decretare sviluppi completamente diversi (figura 11).

La “sensibilità” del sistema appare esaltata e casuale. Tecnicamente, una sequela è casuale quando non può essere “compressa” in una regola che richieda meno informazione (bit) di quanto non serva per indicare la sequela stessa (Gregory Chaitin). Qui però le regole sono chiare e persino stringate, pur producendo una varietà spasmodica. Il processo non è probabilistico, bensì “deterministico”.

Il fatto è che, pur essendo il sistema semplice, il suo futuro determinato non è accessibile a noi miseri mortali. Ogni imprecisione può amplificarsi, indipendentemente dalla posizione decimale dove si verifica. Per formulare previsioni sicure dovremmo lavorare con passi infinitesimi e misure con illimitati decimali. Se anche fosse possibile (le misure sono sempre imprecise) ciò imporrebbe l'uso di computer con capacità di calcolo infinite.

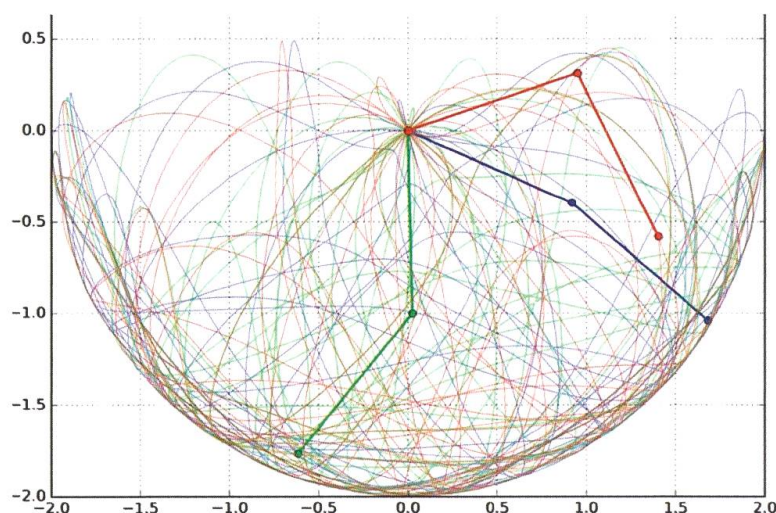


Figura 11. Pendoli doppi senza attrito (rosso, blu, verde). Tracciati simulati per un certo numero di ricorsioni. I pendoli partono insieme dall'orizzontale, salvo lievissimi scarti; viaggiano per un po' vicini, ma presto le loro traiettorie divergono, perdendo ogni correlazione.¹²

Quando ogni più piccolo scarto può imprevedibilmente amplificarsi nel tempo si parla di “effetto farfalla”, un termine mutuato dalla meteorologia.

La dinamica atmosferica è retta da equazioni non-lineari. Nei primi anni '60 il meteorologo americano Edward Lorenz notò l'estrema sensibilità di quella dinamica alle condizioni iniziali e alle fluttuazioni ambientali. Minime variazioni nella temperatura o nella densità possono determinare evoluzioni del tutto difformi. Per una dissertazione sul tema, presentata nel 1972 a un convegno, Lorenz impiegò l'eloquente titolo *Può il battito d'ali di una farfalla in Brasile provocare un tornado in Texas?*

¹² Fonte: <http://youtu.be/pEjZd-AvPco>. Sul pendolo triplo cfr. <http://youtu.be/dDU2JsgLpm4>.

Scomparso nel 2008, Lorenz è considerato oggi uno dei padri della “teoria del caos”. Il primo studioso ad affrontare questo tipo di matematica fu però nel 1887 Henri Poincaré. A quel tempo ci si chiedeva se la Terra avrebbe per sempre continuato ad orbitare intorno al Sole. Il francese risolse solo in parte il problema, ma il suo approccio rivoluzionario segnò l’esordio della teoria.

Grazie a potenti calcolatori, oggi sappiamo che le orbite più interne del sistema solare sono meno stabili e che è impossibile conoscere il destino dei pianeti tra 100 milioni di anni. Non si tratta di un periodo così lungo se pensiamo che il Sole ha circa 5 miliardi di anni e che brillerà per poco meno ancora.

L’asimmetria di Madre Natura

Dove va l’energia del mondo, mentre il caos imperversa nel cosmo? Per saperlo, tuffiamoci nella termodinamica, che considera sistemi composti da innumerevoli parti, come molecole. Essa enuncia il “principio di conservazione dell’energia”: «In un sistema isolato l’energia totale è costante nel tempo». Già, ma come si comporta quel totale? Risponde il Secondo principio: «In un sistema isolato il calore passa sempre e solo dal corpo più caldo a quello più freddo». La formulazione risale al 1850 ed è opera del fisico tedesco Rudolf Clausius. Un’altra espressione è quella del 1851 dell’inglese Lord Kelvin: «In un sistema isolato non è possibile trasformare integralmente il calore in lavoro meccanico». Si può dimostrare che i due asserti sono equipollenti. Si noti che calore e lavoro sono due forme di energia in transito, la prima incoerente, la seconda ordinata.

Il Secondo principio ci rende edotti di un’“asimmetria” fondamentale di Madre Natura, ossia della “freccia del tempo”, dell’invecchiamento del mondo. Se vedessimo un filmato girato nell’officina di un fabbro in cui un ferro diventa ardente per contatto con l’aria, arguiremmo che la sequenza stia girando all’inverso. Il transito di energia dal caldo al freddo è “spontaneo”, il passaggio opposto deve essere forzato dall’esterno e quindi non può avvenire in un sistema isolato (un frigorifero richiede il lavoro di un compressore). È una condizione che richiama l’idea dei vasi comunicanti che si equilibrano (figura 12).

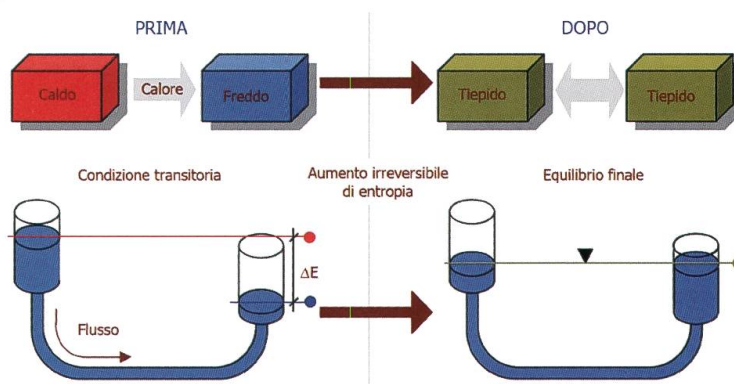


Figura 12. Schema del Secondo principio della termodinamica. L’equilibrio termico finale è interpretato mediante il parallelo dei vasi comunicanti. L’energia si distribuisce tra il caldo e il freddo, analogamente a come fa il liquido nei vasi, compensando un salto di potenziale gravitazionale ΔE dei peli liberi.¹³

¹³ Grafica dell’autore.

Clausius concepì genialmente una variabile che esprimeva il Secondo principio e la chiamò “entropia”, un termine che significa letteralmente (dal greco) “dentro il cambiamento”. Essa aumenta ogni volta che un sistema isolato migra spontaneamente da un equilibrio a un altro. La divulgazione scientifica grossolana descrive l'aumento entropico in termini generici di “disordine”, ma bisogna stare attenti.

Prendiamo un bicchiere di whiskey con ghiaccio. Quest'ultimo si scioglie, lasciando un'unica fase liquida. Si può pensare che il disordine sia diminuito, mentre in realtà l'entropia è aumentata in un tipico processo spontaneo e irreversibile. Il ghiaccio contiene infatti meno energia per unità di volume rispetto al whiskey, mentre l'energia dell'equilibrio finale risulta distribuita. L'aumento entropico misura il caos microscopico aggiunto provocato dalla diffusione dell'energia nel bicchiere, in virtù degli urti che avvengono nel moto erratico delle molecole.

Un pendolo oscilla sempre meno, sino alla stasi finale. Dov'è andata a finire l'energia inizialmente impressa col lavoro di sollevamento del grave? Gli attriti, cioè gli urti molecolari, l'hanno dissipata nell'ambiente in forma caotica. Se vedessimo il video di un pendolo che inizia a oscillare da fermo, anche in questo caso capiremmo che la sequenza gira contro la freccia del tempo.

Le legge entropica ci fa insomma sapere che in ogni fenomeno irreversibile l'energia si degrada, distribuendosi nel microcosmo, a seguito di urti caotici. Il calore è la forma energetica più frammentata e meno pregiata.

Due pezzi da novanta che concorsero allo sviluppo della termodinamica nella seconda metà del XIX sec. furono l'austriaco Ludwig Boltzmann e lo scozzese James Clerk Maxwell. Studiando le collisioni molecolari in senso meccanico-statistico, capirono come l'energia e le particelle si distribuissero in un sistema isolato: all'equilibrio i moti restano frenetici, ma il sistema è in condizioni “stazionarie”, cioè le distribuzioni non cambiano nel tempo. L'approccio mostrava bene perché certe trasformazioni fossero spontanee. Si trattava di una faccenda di mera casualità: gli

urti scombinano ogni assetto e il massimo caos molecolare è alla fine la condizione di gran lunga più probabile.

Maxwell illustrò così il vero significato della temperatura. Boltzmann arrivò invece in quel modo ad esprimere l'entropia con una formula che considerava le varie configurazioni accessibili alle particelle nel volume del sistema. Non fu capito e fu discredito; morì suicida. Oggi quella formula è carica di un significato universale e risulta incisa sulla sua lapide, presso il cimitero centrale di Vienna.

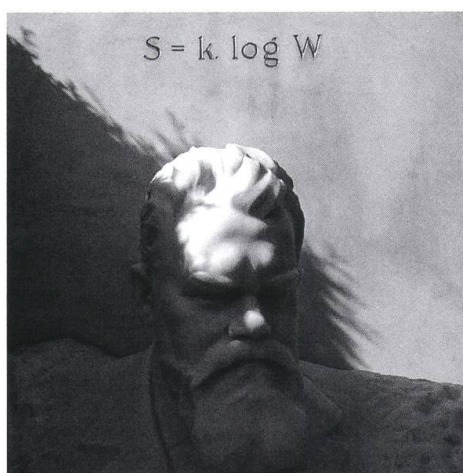


Figura 13. Un particolare della tomba di Ludwig Boltzmann (1844-1906) al cimitero centrale di Vienna. Si vede la scolpitura con la formula dell'entropia S , espressa in funzione di una costante k e del numero di configurazioni W (microstati) accessibili alle particelle del sistema.¹⁴

¹⁴ Fonte: http://fotoeins.files.wordpress.com/2018/06/hl_wien_3695_sqplr2.jpg.

L'universo squilibrato: *pánta rheî*

I due grandi studiosi non si occuparono dei “transitori”, ma solo degli stati finali. La termodinamica classica parla di equilibri. Essa ci racconta dove va a finire un sistema, a prescindere dal tragitto seguito dalle variabili che lo rappresentano. Nel bailamme stazionario dell'equilibrio il sistema perde ogni memoria dei suoi trascorsi. Ma che dire dei sistemi squilibrati? Per descrivere i transitori occorrono moltissime variabili e ogni variazione dipende dalla storia passata: i sistemi conservano una memoria. Nella moderna “termodinamica del non-equilibrio” la questione della memoria complica la faccenda. Torneremo sulla memoria, ma intanto consideriamo alcuni aspetti salienti dello squilibrio, il vero imperatore dell'universo, contrariamente a quanti alcuni credono.

Torniamo ai vasi comunicanti. Mentre il liquido fluisce e i livelli si pareggiano, l'entropia aumenta, dato che l'energia potenziale dei peli liberi si distribuisce di più. Ebbene, l'universo è come a una sorta di colossale sistema idraulico sbilanciato.

Clausius descrisse la sorte dell'universo con il termine sinistro di «stato di morte immodificabile»; oggi si parla di “morte termica”. Si tratta di un equilibrio terminale in cui l'energia sarà completamente micronizzata e dispersa nello spazio. A quello stadio più nessun evento potrà manifestarsi, salvo fluttuazioni locali. Il massimo dell'entropia cosmica.

La “morte termica” è un traguardo ipotetico. L'aumento entropico è una legge rigorosa, ma applicarla al cosmo intero è un salto speculativo. Tra l'altro, ecco un fatto poco noto: lo spazio viene continuamente prodotto *ex novo*, quindi ci sono sempre vasi da colmare, per modo di dire. L'universo infatti si dilata, come un palloncino in cui venga insufflata aria. La causa di ciò risiede nell'ipotetica “energia oscura” (l'origine dell'aria insufflata) che genera letteralmente tessuto metrico. L'energia oscura è un concetto cosmologico-quantistico su cui qui non ci soffermeremo (figura 14).

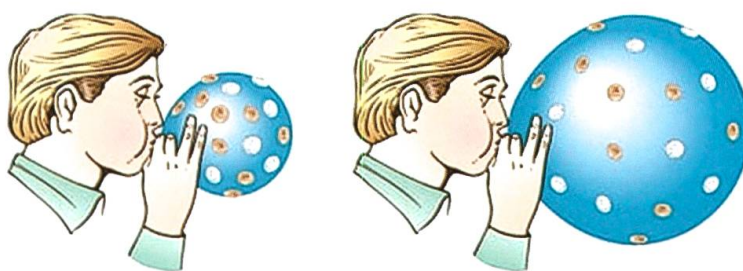


Figura 14. Espansione cosmica. Tutti i punti sulla superficie del palloncino si allontanano uno dall'altro, così come fanno le galassie nell'universo (redshift cosmologico). La differenza è che nel secondo caso lo spazio che si espande è tridimensionale, non bidimensionale come la gomma del palloncino.¹⁵

¹⁵ Fonte: http://mrjonesscienceroom.weebly.com/uploads/5/7/8/5/57859897/published/balloon-expansion-orig_1.jpg

Che il mondo intero sia squilibrato è dopotutto evidente. Per realizzarlo basta accendere il fuoco sotto la pentola degli spaghetti o aprire lo scarico di un lavandino. Il calore viene dissipato con l'ebollizione, l'acqua defluisce. *Pánta rheî*. Tutto scorre. Lo diceva secondo la leggenda Eraclito; un abbozzo di legge entropica del V sec. a.C.

Passiamo dagli spaghetti alle “celle di Bénard”. Scaldate da una piastra, le particelle di un fluido salgono disordinatamente verso l'alto. Raggiunta una piastra fredda, le cedono l'energia immagazzinata, si addensano e scendono verso la piastra inferiore; e così via in un *loop*. Superata una certa differenza di temperatura, nel caos molecolare s'impone di colpo l'ordine: microscopiche correnti circolari si amplificano e conquistano il sistema. Quasi per magia, prendono corpo dei flussi convettivi di sezione esagonale che, come tanti montacarichi in salita e discesa, facilitano il trasporto di energia tra le piastre.

Abbiamo già visto che nel caos possono comparire condizioni di ordine; qui notiamo che è lo squilibrio a stabilirlo: è comparsa una “struttura dissipativa”, una definizione coniata da Ilya Prigogine, cui si accennava all'inizio, e da non dimenticare (figura 15). Qui la scala macroscopica agisce a ritroso su quella microscopica da cui dipende: di nuovo un *loop*.

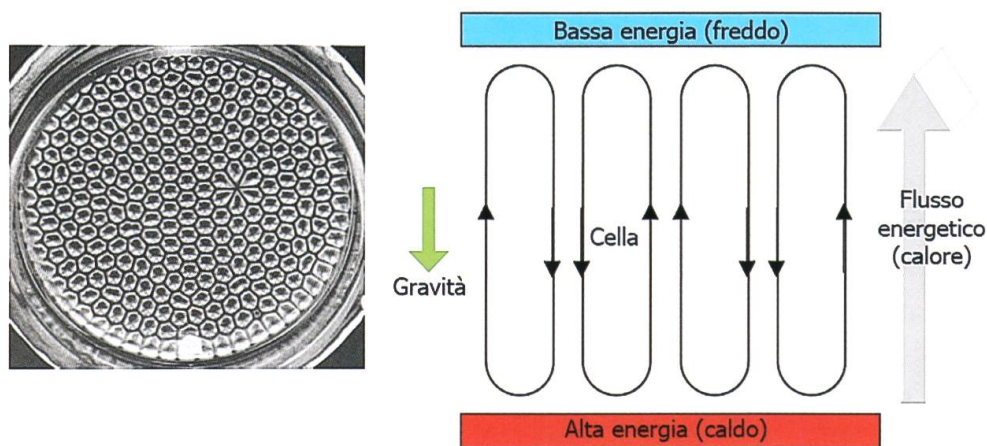


Figura 15. A sinistra: celle convettive di Bénard viste da sopra. La polvere di alluminio in olio di silicone le visualizza in modo netto. Alcune celle non riescono a formare un esagono, per via della curvatura delle pareti e dei reciproci incastrì. A destra: uno schema verticale della convezione.¹⁶

Strutture di Bénard a parte, le celle convettive sono fenomeni tipici anche nell'atmosfera, specie durante i temporali. Del tutto eclatanti sono i tornado. Si tratta di strutture dissipative possenti, ma concettualmente analoghe al casalingo vortice che si forma nel lavandino.

Se il mondo è come un sistema idraulico, le strutture dissipative sono come mulini che favoriscono la migrazione tra i vasi. Esse trasferiscono di continuo energia (figura 16). La loro auto-organizzazione opera come un acceleratore di entropia, ma

¹⁶ Fonte (immagine a sinistra): GIANLUCA CAROSSINO, *Convenzione di Rayleigh-Bénard: aspetti teorici e sperimentali*, Politecnico di Torino – Corso di laurea in Ingegneria aerospaziale, settembre 2017, p. 3. Grafica dell'autore.

è transitoria, in quanto retta da uno squilibrio che essa stessa concorre a eliminare. *Pánta rheî*. Tutto scorre caoticamente verso l'ipotetica “morte termica”, ma intanto Madre Natura fa emergere ordine e armonia, proprio là dove l'equilibrio è più lontano.

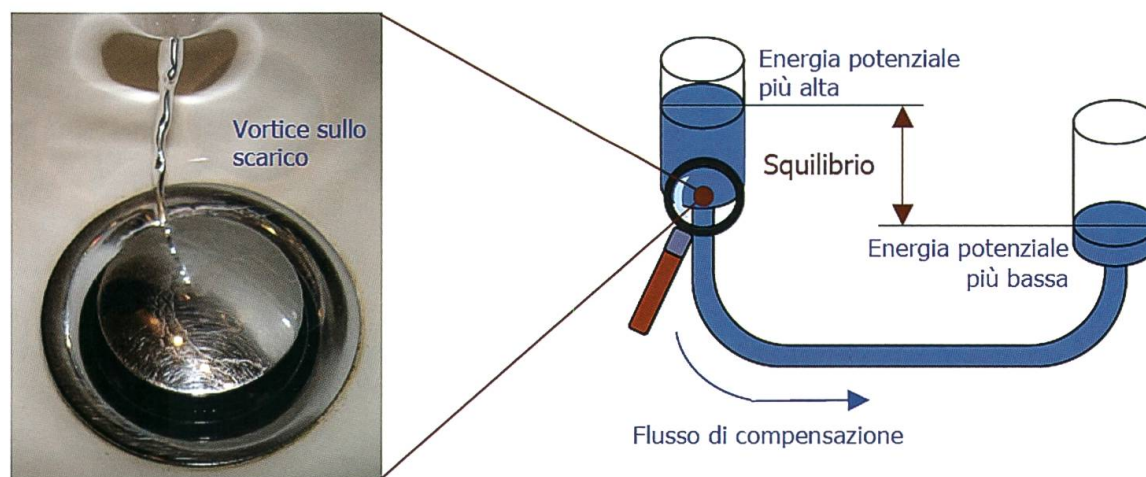


Figura 16. Il mulinello è una struttura dissipativa che lavora per l'incremento entropico. Esso si regge finché permane lo squilibrio del carico idraulico.¹⁷

Le firme del caos

I sistemi dinamici sono tracciati nello “spazio delle fasi” che rappresenta i gradi di libertà del sistema. Per esempio, un pendolo semplice che perde energia ha due variabili che descrivono il regime nel tempo: angolo e velocità. La traiettoria del sistema in questo semplice caso è una spirale che termina in un punto, detto “attrattore”: velocità nulla e angolo nullo. Anche i regimi più complessi esibiscono attrattori. Nella mappa logistica, per esempio, i valori periodici di oscillazione (per r basso) sono cicli limite verso cui migra la popolazione. Le celle convettive sono pure sistemi stabilizzati.

Gli attrattori possono essere fissi, periodici o multiperiodici, a seconda dei processi. I sistemi che dissipano energia hanno tutti uno o più attrattori (e anche repulsori). Tuttavia, i sistemi dissipativi caotici ne possiedono di molto speciali, detti “strani”. Assistiamo qui a un fenomenale salto di livello: l'attrattore si costituisce di un nugolo di infinite traiettorie. Un pendolo rigido semplice ha due punti di equilibrio statico nello spazio delle fasi, ma uno solo indica la stabilità (grave in basso). Ebbene, in un attrattore caotico tutti i punti sono dinamici e sono instabili.

La presenza di un attrattore consente qualche previsione probabilistica nella reattività irregolare. Per quanto perturbato, il sistema caotico tornerà infatti in esso, sia pure continuando a battere percorsi imprevedibili. Lo stesso Lorenz scoprì un attrattore per la dinamica dell'atmosfera (figura 17). In questo caso lo spazio delle fasi è tridimensionale, indicando tre variabili atmosferiche tra fluidodinamiche e termiche.

¹⁷ Grafica dell'autore.

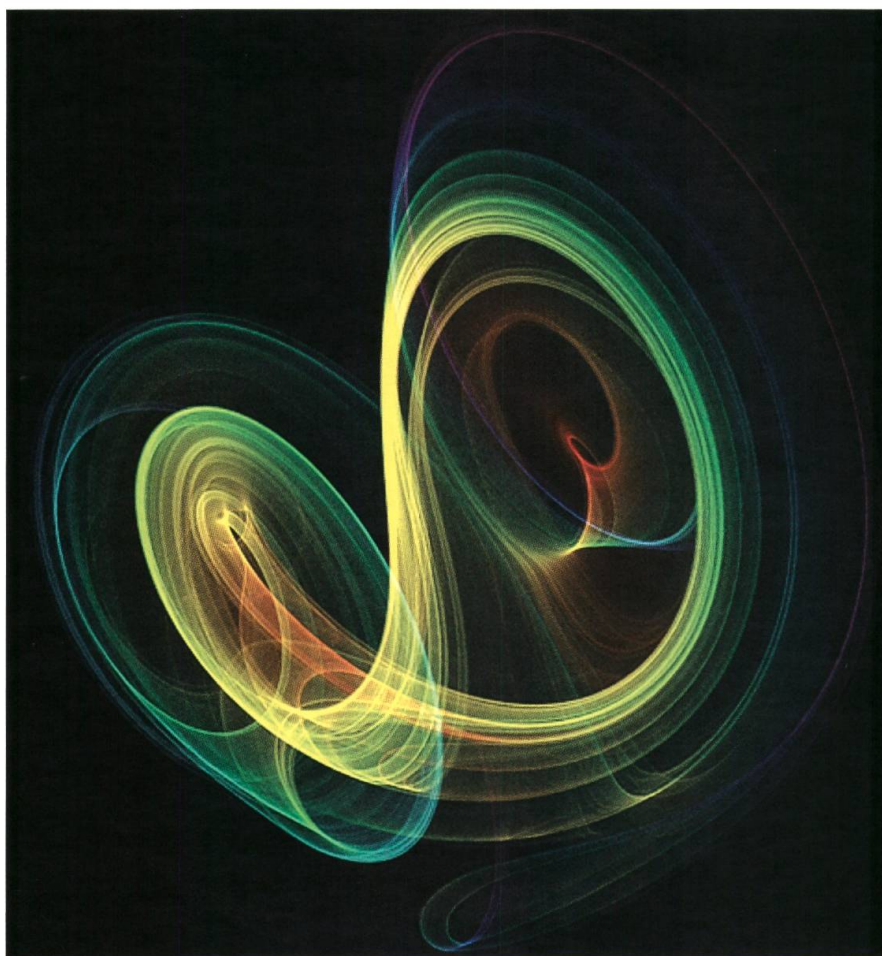


Figura 17. L'attrattore di Lorenz. Sono evidenziate le regioni più probabili nell'imprevedibilità generale. Questo oggetto è formato da infinite linee che si sviluppano in uno spazio delle fasi tridimensionale e che non s'intersecano mai. Eppure, la sua dimensione frattale è addirittura superiore a quella di una superficie, essendo pari a 2.062.¹⁸

Gli attrattori strani sono “frattali”, ossia oggetti geometrici illimitatamente articolati. La loro dimensione è un indice della capacità di riempire lo spazio ed è frazionaria. Per quanto sembri bizzarro, gli attrattori possono stare tra una linea e una superficie o tra una superficie e un volume. Per esempio, in corrispondenza dell'ingresso nel caos la “mappa logistica” ha dimensione pari a 0.5 circa, tra un punto e una linea. La forma spettacolare di un attrattore dipende da parametri caratteristici e dai valori iniziali della dinamica.

Il matematico di origine polacca Benoît Mandelbrot, scomparso nel 2010, fu il fondatore della geometria frattale e così ladescribbe: «Meraviglie senza fine emergono da semplici regole, se queste sono ripetute senza una fine». Alludeva alla ricorsione. Un frattale può essere ingrandito all'infinito, scoprendo continuamente particolari, ripetitivi o meno. Nel primo caso si dice che esso è “autosimile”, cioè presenta forme uguali al variare della scala. Per esempio, la mappa logistica è un frattale e contiene copie di sé stessa in ogni più minuto dettaglio.

¹⁸ Fonte: <http://www.edc.ncl.ac.uk/highlight/rhnovember2006g02.php>. Per un'animazione in 3D vedi <http://www.youtube.com/watch?v=dP3qAq9RNLg>.

La vita che dissipa energia

Possiamo finalmente tirare il fiato e tornare alla vita. Ebbene, una cellula, un organismo, un ecosistema o l'intera biosfera altro non sono che sistemi caotici che dissipano energia. Tutti noi veicoliamo energia e la degradiamo, cedendo calore. Per questo siamo caldi. L'intera biosfera è un poderoso dissipatore che si è auto-organizzato in un flusso energetico, come le celle di Bénard o un mulinello. Essa evidenzia notevoli regolarità, pur restando caotica e quindi imprevedibile.

Da dove viene questa energia e dove va? Le catene alimentari sono complesse, ma se consideriamo l'intera biosfera come un sistema a sé dobbiamo ravvisare che essa veicola soprattutto il flusso dalla sorgente pregiata del Sole all'ambiente più freddo della Terra. Anche l'energia endogena della Terra gioca un ruolo, ma secondario; tuttavia, secondo alcune tesi la vita avrebbe preso piede proprio presso fumarole sottomarine.

Alcune persone si meravigliano dell'ordine produttivo della vita che sembra contrastare l'aumento di entropia stabilito dal Secondo principio della termodinamica, come se i fenomeni biologici fossero miracoli che violano le leggi fisiche. Bisogna però rammentare che la biosfera è un sistema aperto (non isolato) che trasferisce energia in condizioni di squilibrio protratto. Questo significa che se è vero che l'entropia nel sistema diminuisce, aumenta maggiormente l'entropia nell'ambiente circostante. Il bilancio globale è positivo e il fenomeno spontaneo; Clausius non si rivolta nella tomba. Senza la vita sul pianeta il trasferimento energetico sarebbe anzi lento. L'organizzazione biologica locale favorisce la dispersione e il degrado dell'energia del mondo. Paradossalmente, la vita accelera con la sua omeostasi organizzata il viaggio del cosmo verso l'ipotetica "morte termica" (figura 18). Così facendo, crea ogni sorta d'imprevedibile meraviglia transitoria durante la sua evoluzione.

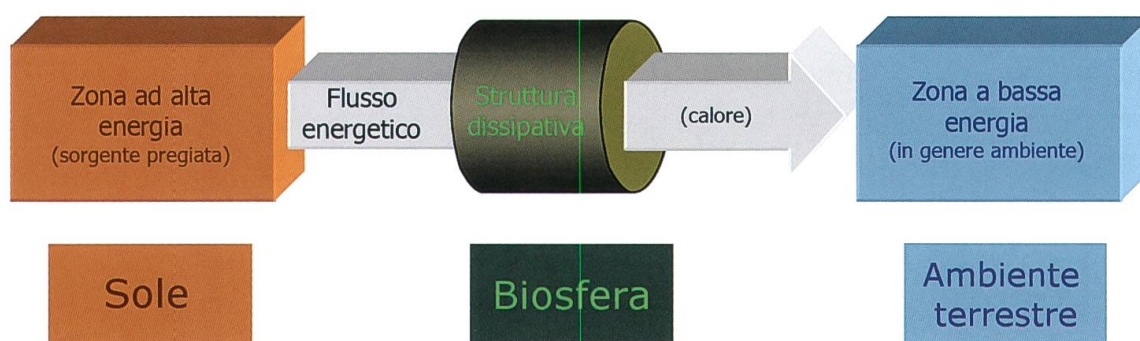


Figura 18. La biosfera è una struttura dissipativa. Essa si auto-organizza nello squilibrio e usa soprattutto l'energia solare per generare regolarità, assicurando omeostasi e causando una diminuzione entropica al suo interno. Allo stesso tempo, essa concorre col suo flusso incanalato ad aumentare l'entropia dell'universo, come prevede il Secondo principio della termodinamica. L'energia termica della Terra viene a sua volta ricevuta allo spazio.¹⁹

¹⁹ Grafica dell'autore.

Se consideriamo la teoria dell'evoluzione ci accorgiamo di una circostanza cruciale: in ogni organismo sussiste un'evidente traccia del passato, riscontrabile dal confronto con altri organismi. La morfogenesi di un essere vivente, per quanto possa diversificarsi da caso a caso, presenta alcune notevoli affinità con la storia evolutiva. È sorto un intero campo di ricerche in questo ambito, quello della "biologia evolutiva dello sviluppo" (*evo-devo*).

Vi sono "geni master" che attivano gerarchicamente altri geni, controllando le fasi di sviluppo di un organismo: segmentazione antero-caudale del corpo, formazione di arti, ali, estremità. Si tratta dei cosiddetti geni *homeobox*, che riportano una sequenza di 180 nucleotidi uguale in tutto il regno vivente. Questi controllori genetici operano in modo simile anche tra organismi evolutivamente molto diversi, come una mosca e un umano (figura 19). Essi sono una porzione fondamentale della memoria biologica terrestre.

La filogenesi e la *evo-devo* ci raccontano così la stessa storia della termodinamica del non-equilibrio: ogni trasformazione lascia un traccia persistente nel sistema. Per quanto il parallelo possa sorprendere, esso non è affatto una coincidenza. I sistemi squilibrati, che siano fluidi turbolenti o creature viventi, conservano nella loro organizzazione una memoria dei loro trascorsi.

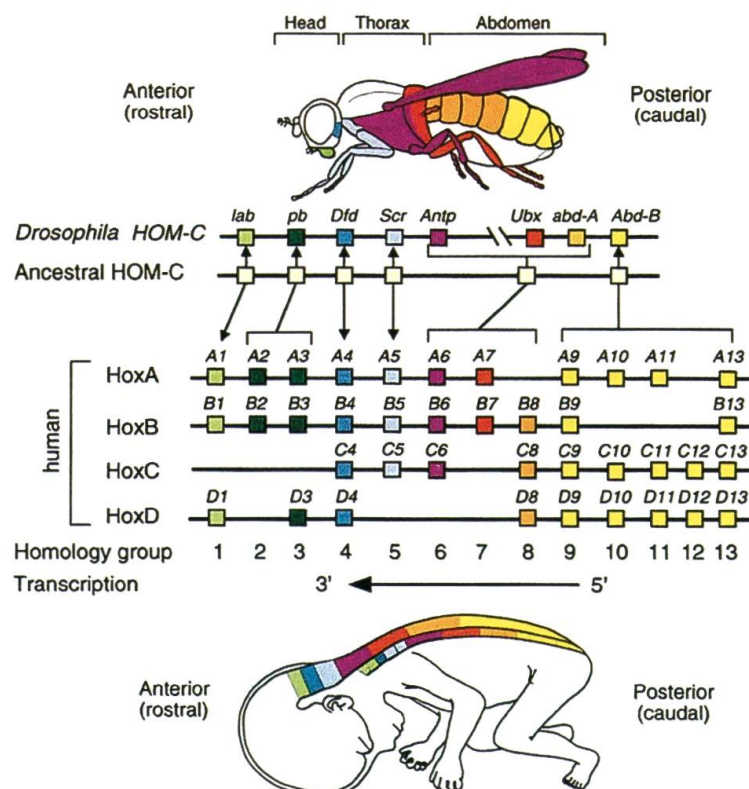


Figura 19. Geni homeobox. Confronto tra il moscerino della frutta e un umano. L'articolazione corporea di base è controllata in modo analogo nei due organismi da geni che fanno capo ai medesimi homeobox. I geni hox sono una sotto-famiglia (negli animali) degli homeobox.²⁰

²⁰ Fonte: MANUEL MARK – FILIPPO M. RIJLI – PIERRE CHAMBON, *Homeobox Genes in Embryogenesis and Photogenesis*, in «Pediatric Research», 42 (1997), pp. 421-429 (figura 1).

Brevi quesiti finali

La vita è come un grande vortice dissipativo, formato da mulinelli più piccoli che si formano, turbinano, si duplicano e poi scompaiono. Qualche pezzo è andato perso, ma il *loop* ancestrale tra acidi nucleici e proteine si è sempre conservato nell'evoluzione.

La nostra biosfera è costruita su macromolecole organiche, ovvero dotate di lunghe intelaiature di atomi di carbonio che assicurano una grande flessibilità nel veicolare l'energia dei loro legami. Le leggi chimiche consentono altre intelaiature analoghe: quelle formate col silicio, col fosforo o col boro. Tuttavia, qualunque fosse il pianeta del gioco energetico, questi elementi non risulterebbero altrettanto disponibili o stabili per assicurare biochimiche alternative o, si potrebbe dire, "aliene".

Il punto è che l'energia in sé, nel suo fluire incessante, può formare strutture auto-organizzate, a prescindere dal substrato utilizzato. Nessuno c'impedisce di speculare su *loop* che diano luogo a omeostasi differenti da quelle relative ad acidi nucleici e proteine. Ha senso? Non abbiamo traccia di fenomeni di questo tipo nell'universo. Nondimeno, l'ipotesi di lavoro sta in piedi, quantomeno per farci riflettere sul concetto di vita e sulla sua differenza rispetto la materia inanimata, dopotutto meno netta di quanto comunemente non si ammetta.

Vi sono oggi degli studi che stabiliscono modelli matematici non-lineari per il metabolismo cellulare. La "teoria del caos" entra negli organismi. Esiste un attrattore per un batterio, per un umano o per l'intera biosfera? Non possiamo tracciarlo, visto il numero strabordante di gradi di libertà da considerare per lo spazio delle fasi. Ad ogni modo, anche se ci riuscissimo, la vita continuerebbe ad essere in buona parte imprevedibile e condizionata da minimi accidenti. La domanda si pone comunque come intrigante e un anche po' inquietante.

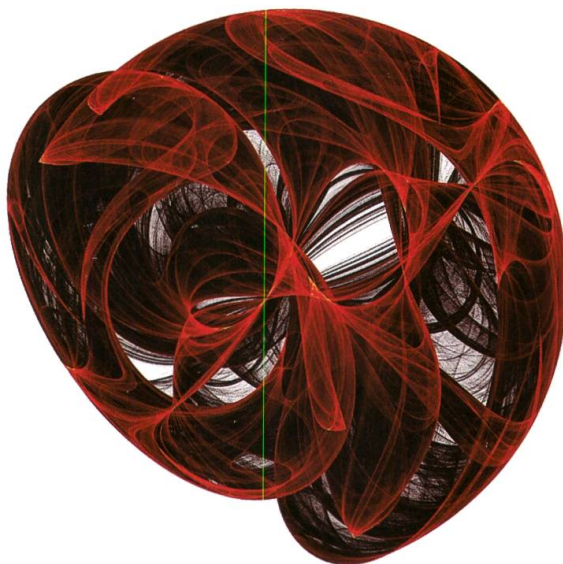


Figura 20. Un suggestivo attrattore di Peter De Yong. Questo tipo di frattali è ottenuto da ricorsioni che implicano funzioni trigonometriche in due dimensioni. La tridimensionalità della figura è solo un effetto.²¹

²¹ Fonte: <http://www.mitchr.me/SS/swirl/index.html>. Per un'animazione con parametri variabili vedi http://youtu.be/PSn9K_vhS5k.

L'“effetto farfalla” agisce nella nostra biochimica e quindi nelle nostre decisioni. Dobbiamo pensare che la nostra imprevedibilità altro non sia che la conseguenza di disturbi ambientali? Oppure, viceversa, che il libero arbitrio produca minime fluttuazioni nel microcosmo quantistico che poi si amplificano? Esistono tesi di questo genere. I sistemi non-lineari ci offrono parecchio materiale su cui condurre ragionamenti speculativi. Oggi la scienza si espande verso la metafisica.

Bibliografia

- ILYA PRIGOGINE, *Le leggi del caos*, Laterza, Bari 2018; ID. – ISABELLE STENGERS, *La nuova alleanza. Metamorfosi della scienza*, Einaudi, Torino 1999; IDD., *Tra il tempo e l'eternità*, Bollati Boringhieri, Torino, 2014; ID., *La fine delle certezze. Il tempo, il caos e le leggi della natura*, Bollati Boringhieri, Torino 2014; ID., *Il futuro è già determinato?*, Di Renzo Editore, Roma 2007; ID. – DILIP KONDEPUDI, *Termodinamica. Dai motori termici alle strutture dissipative*, Bollati Boringhieri, Torino 2002; ID. – GREGOIRE NICOLIS, *Le strutture dissipative. Auto-organizzazione dei sistemi termodinamici di non equilibrio*, Sansoni, Firenze 1982; JAMES GLEICK, *Caos. La nascita di una nuova scienza*, Rizzoli, Milano 2000; ID. – ELIOT PORTER, *Nature's Chaos*, Viking Penguin, New York 1990; HEINZ-OTTO PEITGEN *et al.*, *Chaos, Bausteine der Ordnung*, Klett-Cotta, Stuttgart 1994; ID. *et al.*, *Bausteine des Chaos. Fraktale*, Springer, Berlin-Heidelberg 1992; ID. – PETER H. RICHTER, *La bellezza dei frattali. Immagini di sistemi dinamici complessi*, Bollati Boringhieri, Torino 1987; ID. *et al.*, *Chaos and Fractals: New Frontiers of Science*, Springer, Berlin-Heidelberg 2004; BENOÎT B. MANDELBROT, *La geometria della natura*, Theoria, Roma 1990; ID., *Nel mondo dei frattali*, Di Renzo Editore, Roma, 2018; ID., *Die fraktale Geometrie der Natur*, Birkhäuser, Basel 1987; ROBERT A. MEYERS, *Systems Biology*, Wiley-Blackwell, Hoboken (NJ) 2012; GENNADIY V. ZHIZHIN, *Attractors and Higher Dimensions in Population and Molecular Biology*, IGI Global, Hershey (PA) 2019; VITTORIO SILVESTRINI, *Che cos'è l'entropia. Ordine, disordine, evoluzione dei sistemi*, Editori Riuniti Univ. Press, Roma 2012; PETER W. ATKINS, *Il secondo principio*, Zanichelli, Bologna 1988; JOHN BLACKMORE, *Ludwig Boltzmann His Later Life and Philosophy, 1900–1906*, Springer, Berlin-Heidelberg 2019; PAUL DAVIES, *Il cosmo intelligente*, Mondadori, Milano 2000; ALAN HASTINGS *et al.*, *Chaos in Ecology: Is Mother Nature a Strange Attractor?*, in «Annual Review of Ecology and Systematics», 24 (1993); JIM M. CUSHING *et al.*, *Chaos in Ecology: Experimental Nonlinear Dynamics*, Academic Press, Cambridge (MA) 2002; OTTAR N. BJØRNSTAD, *Nonlinearity and chaos in ecological dynamics revisited*, in «PNAS», 112 (2015), n. 20; MARK KOT, *Elements of Mathematical Ecology*, Cambridge University Press, Cambridge 2001; XIANG-LING FU – JIN DENG, *Bifurcations and chaos of a discrete mathematical model for respiratory process in bacterial culture*, in «Acta Mathematicae Applicatae Sinica. English Series», 30 (2014), n. 4; MICHAEL H. F. WILKINSON, *Nonlinear Dynamics, Chaos-theory, and the “Sciences of Complexity”: Their Relevance to the Study of the Interaction between Host and Microflora*, in PETER HEIDT *et al.* (eds.), *Old Herborn University Seminar Monograph 10: New Antimicrobial Strategies*, Herborn Litterae, Herborn-Dill 1997; YE TIAN – ZHIMAO LU, *Chaotic S-Box: Intertwining Logistic Map and Bacterial Foraging Optimization*, in «Mathematical Problems in Engineering», 3 (2017); VALERIY I. GRYTSAY – I.V. MUSATENKO, *The*

Structure of a Chaos of Strange Attractors within a Mathematical Model of the Metabolism of a Cell, in «Ukrainian Journal of Physics», 58 (2013), n. 7; V. I. GRYTSAY, *Self-Organization and Chaos in the Metabolism of Hemostasis in a Blood Vessel*, in «Ukrainian Journal of Physics», 61 (2016), n. 7; W. HOU *et al.*, *Strange attractors: DAMPs and autophagy link tumor cell death and immunity*, in «Cell Death & Disease», 4 (2012), n. 12; GEORGE E. LOURIDAS – ALEXIOS G. LOURIDAS, *Impact of Chaos in the Progression of Heart Failure*, in «International Journal of Applied Science and Technology», 2 (2012), n. 7.