Zeitschrift: Publikationen der Schweizerischen Musikforschenden Gesellschaft. Serie 2 = Publications de la Société Suisse de Musicologie. Série 2

Herausgeber: Schweizerische Musikforschende Gesellschaft

Band: 30 (1977)

Artikel: Das Tonsystem der abendländischen Musik im frühen Mittelalter

Autor: Markovits, Michael

Kapitel: II: Die Intervalle

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-858857

KAPITEL II

Die Intervalle

Von der musikalischen Intervallenlehre des Mittelalters ist keine Gesamtdarstellung vorhanden. Ihre Frühgeschichte, die hier zum ersten Mal überblickt wird, reicht bis zur Mitte des 11. Jahrhunderts und zerfällt in zwei Abschnitte, die etwa vor und nach der Jahrtausendwende zu setzen sind.

Die Theorie der Intervalle[1] in den Musiktraktaten des 9. und 10. Jahrhunderts beruht auf der ptolemäisch-boethianischen Lehre, deren Grundlage die Arithmetik ist. Die Vertreter dieser Schule beschäftigen sich an erster Stelle mit den Zahlenverhältnissen und ordnen diese in fünf Gattungen. Danach wenden sie sich dem ebenfalls mathematischen Verfahren der Mittelbildung zu, und sie teilen die Doppeloktave beziehungsweise die Oktave arithmetisch, geometrisch und harmonisch. Sie befassen sich ausführlich mit dem Phänomen der Konsonanz und definieren diese als einen dem Gehör angenehmen Zusammenklang zweier Töne, die wegen ihrem leicht erfassbaren Zahlenverhältnis verschmelzen. Sie gruppieren die fünf oder sechs Konsonanzen nach verschiedenen Gesichtspunkten: Sie berücksichtigen dabei den Verschmelzungsgrad der Grenztöne, die Übersichtlichkeit der Zahlenverhältnisse, die Spezies, denen die Proportionen angehören, die zunehmende Grösse oder die Erweiterungen durch die Oktave. Ausser den Konsonanzen berechnen sie aber nur solche Intervalle, die im Bau des Tonsystems von grundlegender Bedeutung sind: den Ganzton und aus diesem zugleich die grosse Terz, den kleinen und grossen Halbton und das Komma.

Die fünf Gattungen der Proportionen lassen sich wie folgt beschreiben[2]:

In die Gattung der *Inaequalitas multiplex* gehören solche Verhältnisse, deren erste Zahl das Zwei- oder Mehrfache der zweiten ist, wie die Proportio dupla der Oktave (2 : 1), tripla der Duodezime (3 : 1) oder quadrupla der Doppeloktave (4 : 1). In der Inaequalitas submultiplex sind dagegen die obengenannten Verhältnisse reziprok, wie die Proportio subdupla (1 : 2), subtripla (1 : 3) oder subquadrupla (1 : 4).

1 *Intervallum:* BOETHIUS, *Inst.mus.* I,8, Friedlein 195, mit Definition. *Musica enchiriadis* IX, GS I,159b. Die kritische Ausgabe dieses Traktats wird von Hans Schmid besorgt. *Scholia enchiriadis* III, GS I,204b. HERMANN VON REICHENAU, *Opuscula musica,* GS II,149b, ferner Brambach und Ellinwood. WILHELM VON HIRSAU, *Musica* XXI.XXIII-XXV, CSM 23,54–57. – *Differentia: Alia musica,* Chailley 143. HERMANN, GS II,149b. – *Spatium: Musica* und *Scholia enchiriadis,* GS I,159a, 182b. GUIDO VON AREZZO, *Micrologus* IV, CSM 4,103. BERNO VON REICHENAU, *Prologus in tonarium,* GS II,64a. – *Distantia:* HERMANN, GS II,149b. – *Diastema: Musica* und *Scholia enchiriadis,* GS I,159b, 182b. *Musicae artis disciplina,* GS I,283b. – *Discrimen: Musica enchiriadis* IX, GS I,159b.

2 Nach BOETHIUS, *Inst. mus.* I,4 und II,4, Friedlein 191–192 und 229–230, und nach der *Scholia enchiriadis* III, GS I, 198a–199b.

In der *Inaequalitas superparticularis* ist die erste Zahl, die nicht kleiner als 3 sein darf, um 1 grösser als die zweite, wie in der Proportio sesquialtera der Quinte (3 : 2), sesquitertia der Quarte (4 : 3) oder sesquioctava des Ganztons (9 : 8). In der Inaequalitas subsuperparticularis verhalten sich die Zahlen umgekehrt, wie in der Proportio subsesquialtera (2 : 3), subsesquitertia (3 : 4) oder subsesquioctava (8 : 9).

In der *Inaequalitas superpartiens* übertrifft die erste Zahl die zweite um mehr als 1 aber um weniger, als der Wert dieser zweiten ist. In der Inaequalitas subsuperpartiens sind die entsprechenden Verhältnisse reziprok.

In der *Inaequalitas multiplex superparticularis* enthält die erste Zahl die andere mehr als einmal und noch 1 dazu. Umgekehrt verhalten sich die Zahlen in der Inaequalitas submultiplex subsuperparticularis.

In der *Inaequalitas multiplex superpartiens* schliesst die erste Zahl die zweite mindestens zweimal in sich ein und noch einige Zahlen dazu, wie in der Proportio duplex superbipartiens tertias der Undezime (8 : 3), der in der Inaequalitas submultiplex subsuperpartiens die Proportio subduplex subsuperbipartiens tertias (3 : 8) entspricht.

Von den fünf Gattungen enthalten nur die der Inaequalitas multiplex, superparticularis und multiplex superpartiens solche Proportionen, die zum Ausdruck von Tonverhältnissen verwendet werden.

Die Teilungen der Doppeloktave und der Oktave mit Hilfe der mathematischen Mittelbildungen geschieht auf diese Weise[3]:

Das arithmetische Mittel zweier Zahlen hat die gleiche Differenz zur kleineren wie zur grösseren Zahl und zerlegt die Oktave in Quinte und Quarte.

Das geometrische Mittel, zu dem die kleinere Zahl im gleichen Verhältnis steht, wie jenes zur grösseren, teilt die Doppeloktave in zwei Oktaven.

Arithmetisches Mittel	Geometrisches Mittel	Harmonisches Mittel
Quinte · Quarte	Oktave · Oktave	Quarte · Quinte
2 · 3 · 4	1 · 2 · 4	3 · 4 · 6
Oktave	Doppeloktave	Oktave
$3-2=4-3$	$1:2=2:4$	$3:6=(4-3):(6-4)$
a · M_A · b	a · M_G · b	a · M_H · b
$M_A - a = b - M_A$	$a : M_G = M_G : b$	$a : b = (M_H - a) : (b - M_H)$
$M_A = \frac{a+b}{2}$	$M_G = \sqrt{a \cdot b}$	$M_H = \frac{2ab}{a+b}$

Abb. 6. Die Mittelbildung

3 Nach BOETHIUS, *Inst. mus.* I,16, II,12.15–17, Friedlein 201–202, 241–249; *Scholia enchiriadis* III, GS I, 206b–207a; *Alia musica,* Chailley 104.

Das harmonische Mittel schliesslich, dessen Differenzen zur kleineren und zur grösseren Zahl sich so verhalten wie die kleinere Zahl zur grösseren, gliedert die Oktave in Quarte und Quinte. *Abb. 6.*

Die Konsonanzen sind in den Traktaten eingehend behandelt. Eine *Consonantia, Symphonia,* kann nach BOETHIUS entweder durch das Gehör oder durch Berechnungen festgelegt werden[4]. Das Gehör empfindet eine Konsonanz, wenn zwei gleichzeitig erklingende Töne in einen einzigen angenehmen Klang verschmelzen[5]. Nach der Berechnung aber konsonieren zwei Töne, wenn sich ihre Schwingungen, *Percussiones,* durch ein leicht erfassbares Zahlenverhältnis ausdrücken lassen[6]. Die übersichtlichsten Zahlenverhältnisse sind die ersten drei einfachsten Proportionen in der Inaequalitas multiplex und die ersten zwei in der Inaequalitas superparticularis[7]. Jene entsprechen der Oktave, Duodezime und Doppeloktave, diese aber der Quinte und Quarte. Die anderen Intervalle erklingen in Dissonanz, *Dissonantia, Absonia*[8].

Die Undezime gehört nach ihrer Verhältniszahl nicht zu den Konsonanzen[9]. Trotzdem klingt sie angenehm, weil die hingefügte Oktave den Konsonanzwert der Quarte nicht vermindert. Die Oktave ändert nämlich den Konsonanzgrad des mit ihr verbundenen Intervalls nicht, ähnlich wie im Dezimalsystem die zum Wert Zehn addierten Zahlen ihren Namen behalten[10].

Die Konsonanzen und ihre Verhältniszahlen sind griechisch oder lateinisch benannt: Die Oktave, *Diapason,* erklingt in dem Verhältnis 2 : 1, Diplasion, Proportio dupla, das in die Gattung der Inaequalitas multiplex gehört; die Quinte, *Diapente,* in 3 : 2, Hemiolion, Sescuplum, Proportio sesquialtera, in der Inaequalitas superparticularis; die Quarte, *Diatessaron,* in 4 : 3, Epitriton, Proportio sesquitertia, ebenfalls in der Inaequalitas superparticularis; die Doppeloktave, *Disdiapason,* Bisdiapason, in 4 : 1, Tetraplasion, Disdiplasion, Proportio quadrupla, in der Inaequalitas multiplex; die Duodezime, *Diapason cum diapente,* in 3 : 1, Triplasion, Proportio tripla, in der Inaequalitas multiplex; schliesslich die Undezime, *Diapason cum diatessaron,* in 8 : 3, Okto pros ta tria, Proportio duplex superbipartiens tertias, in der Inaequalitas multiplex superpartiens.

Die Proportionen werden in Zahlenreihen zusammengefasst. Die Proportionsketten bei BOETHIUS[11] haben sich im Mittelalter weit verbreitet, so die Folgen 1 : 2 : 3 : 4 und

4 *Inst.mus.* I,28, Friedlein 220.

5 *Inst.mus.* I,28, V,7, Friedlein 220, 357. Siehe auch *Musica enchiriadis* X, GS I,160a; *Scholia enchiriadis* II, GS I,184a.

6 *Inst.mus.* I,31.32, Friedlein 221–222. *Scholia enchiriadis* III, GS I,203b.

7 *Inst.mus.* I,5–7, II,24, Friedlein 192–194, 257. *Scholia enchiriadis* III, GS I,199b, 202b, 203b–204a.

8 *Dissonantia:* BOETHIUS, *Inst.mus.* I,28, Friedlein 220. – *Absonia: Musica enchiriadis* XVIII, GS I,171a. Siehe auch *Scholia enchiriadis* III, GS I,206a.

9 KLAUDIOS PTOLEMAIOS, *Harmonikon* I,5, Düring 11–12. BOETHIUS, *Inst.mus.* II,27, V,7.8, Friedlein 259–260, 357–358. BERNO VON REICHENAU, *Prologus in tonarium* III, GS II,65a.

10 PTOLEMAIOS, *Harmonikon* I,6, Düring 13. BOETHIUS, *Inst.mus.* V,9.10, Friedlein 358–360. *Musica enchiriadis* XI, GS I,163b–164a.

11 *Inst.mus.* II,16.18.27, Friedlein 247–248, 250, 259–260; *Inst.mus.* I,10 = *Inst.arithm.* II,54, Friedlein 197–198 = 173. Zur Reihe 6 : 8 : 9 : 12 siehe PLATON, *Timaios* 36a, Burnet IV, und dazu *Handschin,* Toncharakter 360–361.

3 : 6 : 8 : 9 oder die Reihe 6 : 8 : 9 : 12, die in der Legende von Pythagoras und der Schmiede erscheint, oder auch die Folge 9 : 12 : 16 : 18 : 24 : 36, deren Glieder aus den harmonischen Verhältnissen 3 : 4 : 6 durch Multiplikationen mit 3, 4 und 6 entstehen. In der *Alia musica* [12] sind diese Proportionen in der Kette 2 : 3 : 4 : 6 : 8 : 9 : 12 : 18 enthalten und in der *Scholia enchiriadis* [13] in 6 : 8 : 9 : 12 : 16 : 18 : 24. *Abb. 7.*

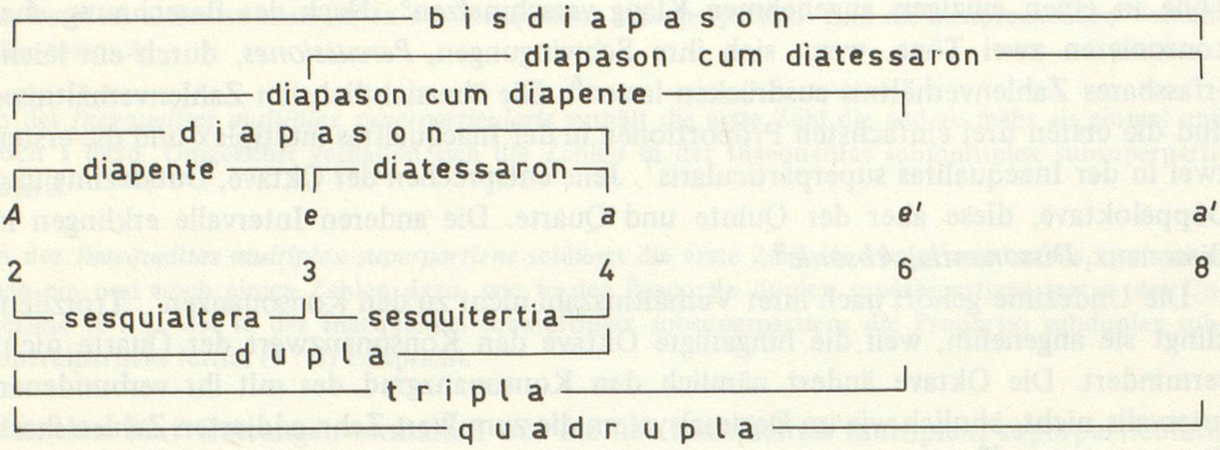

Abb. 7. Die Konsonanzen

Der Zusammenhang zwischen Klang und Verhältniszahl der Konsonanzen wird auf der Monochordsaite demonstriert. Solche Saitenteilungen sind auf die beiden Methoden des KLAUDIOS PTOLEMAIOS zurückzuführen. Die eine [14] besteht aus Teilungen von zwei Saiten, die im Längenverhältnis 2 : 1 in Oktave, 3 : 2 in Quinte, 4 : 3 in Quarte, 3 : 1 in Duodezime und 4 : 1 in Doppeloktave ertönen. Die Undezime bleibt hier ausser acht. Diesem Verfahren folgt der Traktat *Ho Pythagoras dieteinen chorden . . .* [15], der zugleich auch den Ganzton berechnet. Da aber der Autor nur eine Saite benutzt, kann er die Töne eines Intervalls nur nacheinander erzeugen. Die andere Methode des Ptolemaios [16] ist sinnreicher, weil hier eine einzige Saite genügt, um die beiden Intervalltöne gleichzeitig erklingen zu lassen. Als Ptolemaios nämlich die Saite durch sieben teilt und sie beim vierten Teilungspunkt festdrückt, ertönt bei gleichzeitigem Anzupfen der beiden Saitenstrecken die Quarte. Auf ähnliche Weise entstehen die weiteren Konsonanzen: Für die Quinte wird die Saite in fünf Teile zerlegt, für die Oktave in drei, die Undezime in elf, die

12 Chailley 99–104, oft wörtlich nach BOETHIUS, *Inst.arithm.* II,48, Friedlein 155–158. – Vgl. *Mühlmann* 12–13.

13 Pars II.III, GS I,194ab, 195a–196b, 202a–203b, 205ab; GS I, 202a: nach BOETHIUS, *Inst.mus.* II,18, Friedlein 250.

14 *Harmonikon* I,15, Düring 33.

15 Stamm 9–13: Sectio canonis tertia. – Vgl. *Stamm* 23–26; *Ruelle,* Cléonide et Euclide 324–326, ferner die Besprechungen der Dissertation von Stamm: *Vogt,* Canones 1452; *Jan,* Canones 1452. Die zweite Kanonteilung, Stamm 7–9, berücksichtigt nur die Oktave, Quarte und Quinte.

16 *Harmonikon* I,8, Düring 18–19. – Vgl. *Wille,* Musica Romana 691.

Duodezime in vier und für die Doppeloktave wieder in fünf. BOETHIUS [17] übernimmt das letztere Verfahren und wendet es für die Quarte, Quinte, Oktave und Duodezime an. Durch ihn gelangt diese Art der Konsonanzbestimmung in das Mittelalter. Sie erscheint, abgesehen vom Traktat *Ut vero indubitanter consonantiarum ratio colligatur*. . . [18], der den boethianischen Text wörtlich wiedergibt, auch in der kleinen selbständigen Schrift *Quicumque soni diatessaron symphonia invicem constant* . . . [19], die jedoch die Duodezime weglässt.

Auf die Kenntnis dieser Methode weisen die eigenartigen Bezeichnungen der Konsonanzen in der *Alia musica* [20] hin. Hier sind sie nämlich durch die Summe ihrer Verhältniszahlen ausgedrückt. So entspricht beispielsweise die Zahl 7 als 4 + 3 statt 4 : 3 der Quarte oder 5 als 3 + 2 statt 3 : 2 der Quinte. Die ptolemäisch-boethianische Siebenteilung der Saite für die Quarte und Fünfteilung für die Quinte sind demnach am Ende des 9. Jahrhunderts zu Begriffen geworden, durch denen diese Intervalle definiert werden konnten. *Abb. 8.*

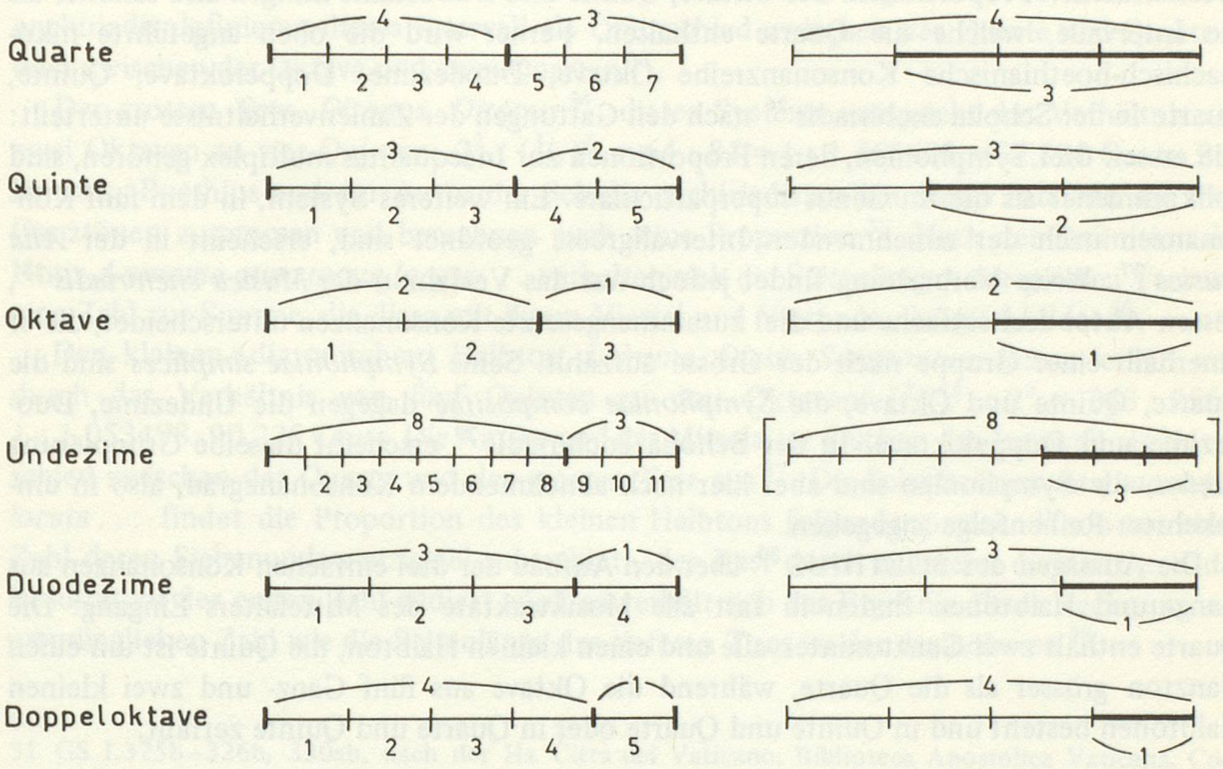

Abb. 8. Konsonanzbestimmung auf dem Monochord
nach Ptolemaios, Harmonikon I. 8 und 15

17 *Inst. mus.* IV,18, Friedlein 348–349. – Vgl. *Wille,* Musica Romana 691.

18 GS I,304ab, nach der Hs. München, Bayerische Staatsbibliothek, Clm. 18914, fol. 32r, fälschlich unter dem Namen des Adalbold von Utrecht. – Vgl. *Manitius,* Lateinische Literatur II,748; *CSM 2,* IX; *Schmid,* Hss. 13, 43–44; *Smits van Waesberghe,* De Guidone 157–158, Anm. 1Ba.

19 GS I,346b–347a, nach einer 1768 verbrannten Hs. der Stiftsbibliothek Sankt-Blasien aus dem 12. Jh.; Riemann, Notenschrift 307. – Vgl. *CSM 2,* XII; *Smits van Waesberghe,* De Guidone 162 : 12b.

20 Chailley 85–98, 113–179, besonders 113. – Vgl. *Mühlmann* 16–17, 25–26.

Die Klassifizierung der sechs Konsonanzen erfolgt nach verschiedenen Gesichtspunkten: PTOLEMAIOS [21] teilt sie nach ihrem Verschmelzungsgrad in homophone und symphone Klänge. Die Oktave und Doppeloktave bilden die erste Gruppe und die Quarte, Quinte, Undezime und Duodezime die zweite. BOETHIUS [22] gruppiert sie paarweise: Zur ersten Gattung gehören die Oktave und Doppeloktave als vollkommene Konsonanzen, *Aequisonae;* zur zweiten die Quinte und Quarte als einfache, *Simplices;* die dritte Gruppe bilden die Duodezime und Undezime, die aus zwei Intervallen zusammengefügte *Consonantiae compositae* sind. Dieselbe Anordnung findet sich in der *Scholia enchiriadis* [23]. An einer anderen Stelle ordnet Boethius [24] fünf Konsonanzen nach der Einfachheit ihrer Zahlenverhältnisse. Er stellt sie wie Nikomachos in die Reihe Oktave, Duodezime, Doppeloktave, Quinte, Quarte oder in die Kette Oktave, Duodezime, Quinte, Doppeloktave, Quarte; Nach Eubulides und Hippasos aber in die Folge Oktave, Quinte, Duodezime, Quarte und Doppeloktave. Ähnlich verfährt der Autor der Scholia enchiriadis [25]: Nach ihm sind die Symphonien mit einfachen Verhältniszahlen angenehmer als die mit weniger übersichtlichen Proportionen. Die Oktave, Quinte und Duodezime klingen also schöner als die Intervalle, welche die Quarte enthalten. Ferner wird die oben angeführte nikomachisch-boethianische Konsonanzreihe Oktave, Duodezime, Doppeloktave, Quinte, Quarte in der Scholia enchiriadis [26] nach den Gattungen der Zahlenverhältnisse unterteilt: Die ersten drei Symphonien, deren Proportionen zur Inaequalitas multiplex gehören, sind vollkommener als die im Genus superparticulare. Ein weiteres System, in dem fünf Konsonanzen nach der zunehmenden Intervallgrösse geordnet sind, erscheint in der *Alia musica* [27]. Weite Verbreitung findet jedoch nur das Verfahren der *Musica enchiriadis* [28], dessen Autor drei einfache und drei zusammengesetzte Konsonanzen unterscheidet, die er innerhalb einer Gruppe nach der Grösse aufzählt. Seine *Symphoniae simplices* sind die Quarte, Quinte und Oktave, die *Symphoniae compositae* dagegen die Undezime, Duodezime und Doppeloktave. In der Scholia enchiriadis [29] erscheint dieselbe Gruppierung wieder, die Symphonien sind aber hier nach abnehmendem Konsonanzgrad, also in umgekehrter Reihenfolge angegeben.

Die Aussagen des BOETHIUS [30] über den Aufbau der drei einfachen Konsonanzen aus Ganz- und Halbtönen finden in fast alle Musiktraktate des Mittelalters Eingang: Die Quarte enthält zwei Ganztonintervalle und einen kleinen Halbton, die Quinte ist um einen Ganzton grösser als die Quarte, während die Oktave aus fünf Ganz- und zwei kleinen Halbtönen besteht und in Quinte und Quarte oder in Quarte und Quinte zerfällt.

21 *Harmonikon* I,5.6, Düring 11–13.
22 *Inst.mus.* V,12, Friedlein 362–363. – Vgl. *Wille,* Musica Romana 694.
23 Pars II, GS I,194ab.
24 *Inst.mus.* II,18–20, Friedlein 249–253. – Vgl. *Wille,* Musica Romana 680.
25 Pars III, GS I,203b.
26 Pars II, GS I,195a.
27 Chailley 100–103.
28 Cap. X.XI, GS I,160a, 162a. Siehe auch WILHELM VON HIRSAU, *Musica* XXII, CSM 23, 55.
29 Pars II, GS I,184a.
30 *Inst.mus.* I,17–19, II,28.31, Friedlein 203–205, 261, 264–265.

Von den nicht konsonanten Intervallen werden in der boethianischen Musiktheorie im allgemeinen nur der Ganzton, die grosse Terz, der kleine und grosse Halbton und das Komma berechnet. Die kleine Terz ist rechnerisch nur in der anonymen Aufzeichnung *A summa quacunque locata* . . . [31] bestimmt, die wohl am Ende des 10. Jahrhunderts entstand. Nach dem Autor dieser Notiz verhält sich die kürzere Saite der kleinen Terz zur längeren, wie eine Zahl zur Summe, die diese Zahl mit ihrem Sechstel und Vierundfünfzigstel bildet, also wie 27 zu 32. Der Verfasser stellt auch für die Proportionen der grossen Terz und des kleinen und grossen Halbtons ähnliche Formeln auf, die unten bei diesen Intervallen behandelt werden. Seine scharfsinnigen und jedesmal fehlerlosen Definitionen haben sich jedoch nicht verbreitet, weil sie kompliziert und für die Musikpraxis überflüssig sind und auch die Bildung der Intervalle im Tonsystem nicht veranschaulichen.

Das Ganztonintervall, *Tonos, Tonus,* mit dem Schwingungsverhältnis 8 : 9, *Epogdoon, Proportio sesquioctava,* in der Inaequalitas superparticularis, wird heute durch das Verhältnis der Oktave zu zwei Quinten ausgedrückt: $2 : (^3/_2)^2 = 8 : 9 = 1 : 1{,}125000$, 203,910 Cents. Ptolemaios, nach ihm Boethius und diesem folgend der Autor der Scholia enchiriadis definieren dieses Intervall als Unterschied zwischen der Quinte und Quarte [32] oder zwischen der Oktave und zwei Quarten [33].

Der grossen Terz, *Ditonos, Ditonus* [34], dieses Systems entspricht das Verhältnis von zwei Oktaven zu vier Quinten: $2^2 : (^3/_2)^4 = 64 : 81 = 1 : 1{,}265625$, 407,820 Cents. Ptolemaios, Boethius und der Autor der Scholia enchiriadis stellen dieses Intervall aus zwei Ganztönen zusammen und berechnen auch seine Proportion [35]. Nach der Definition der Notiz *A summa quacunque locata* . . . verhalten sich die Saitenlängen der grossen Terz wie eine Zahl zur Summe, die diese mit ihrem Viertel und Vierundsechzigstel bildet [36].

Den kleinen (diatonischen) Halbton, *Leimma, Diesis, Semitonium minus,* erhält man durch das Verhältnis von fünf Quinten zu drei Oktaven: $(^3/_2)^5 : 2^3 = 243 : 256 = 1 : 1{,}053498$, 90,225 Cents. Die Antike und das Mittelalter drücken das Intervall als Unterschied zwischen der Quarte und der grossen Terz aus [37]. Die Schrift *A summa quacunque locata* . . . findet die Proportion des kleinen Halbtons folgendermassen: Wenn aus einer Zahl deren Siebenundzwanzigstel subtrahiert, der Rest durch achtzehn dividiert und das Resultat zu der ersten Zahl addiert wird, so verhält sich das Ergebnis dieser Rechnung zur ursprünglichen Zahl wie die Saitenlänge des tieferen Tons zu der des höheren [38].

31 GS I,325b–326b, 330ab, nach der Hs. Città del Vaticano, Biblioteca Apostolica Vaticana, Cod. Reg. lat. 1661, fol. 40v. – Vgl. *RISM B III* 2. 95, 119. – Kleine Terz: GS I,325b und 330b: $a : a + {}^a/_6 + {}^a/_{54}$.

32 KLAUDIOS PTOLEMAIOS, *Harmonikon* I,5, Düring 11. BOETHIUS, *Inst.mus.* I,18, III,9, IV,2, Friedlein 204–205, 279–280, 307. *Scholia enchiriadis* II, GS I,194b.

33 *Scholia enchiriadis* II.III, GS I,194ab, 205b, 206a, ferner 208: Abb.

34 *Enarmonio* in der *Alia musica, Nova expositio,* Chailley 183. Der Name weist auf die Terz des antiken enharmonischen Geschlechts hin.

35 PTOLEMAIOS, *Harmonikon* I,10, Düring 24. BOETHIUS, *Inst.mus.* II,28, Friedlein 261. *Scholia enchiriadis* III, GS I,207b.

36 GS I,326ab oder 330b: $a : a + {}^a/_4 + {}^a/_{64}$.

37 PTOLEMAIOS, *Harmonikon* I,10, Düring 22–23. BOETHIUS, *Inst.mus.* I,17, II,28, III,9, Friedlein 203–204, 260–261, 280–281. *Scholia enchiriadis* III, GS I,208b.

Der grosse (chromatische) Halbton, *Apotome, Semitonium maius*[39], wird durch das Verhältnis von vier Oktaven zu sieben Quinten festgesetzt: $2^4 : (^3/_2)^7 = 2048 : 2187 = 1 : 1{,}067871$, 113,685 Cents. Die spätantiken Autoren bestimmen diesen Tonabstand durch den Unterschied zwischen drei Ganztönen und der Quarte[40] oder zwischen dem Ganzton und dem kleinen Halbton[41]. Im Mittelalter ist die Apotome ein totes Intervall. Sie steht im System zwischen den Tönen *b* und *h*, darf aber im Gesang nicht vorkommen. Nach der anonymen Notiz *A summa quacunque locata*. . . verhält sich die grössere Zahl der Proportion des kleinen Halbtons zur Summe, die sich aus dieser grösseren Zahl, aus der Differenz der Proportionszahlen des kleinen Halbtons, ferner aus dem Drittel und dem Dreihundertzwölftel dieser Differenz zusammensetzt, wie die kürzere Saite des grossen Halbtons zur längeren[42].

Das Mass des Komma, *Comma*, ist das Verhältnis von sieben Oktaven zu zwölf Quinten: $2^7 : (^3/_2)^{12} = 524288$ $531441 = 1 : 1{,}013643$, 23,460 Cents. In den Berechnungen des Boethius[43] erweitert das Komma die Oktave zu sechs Ganztönen, den Ganz-

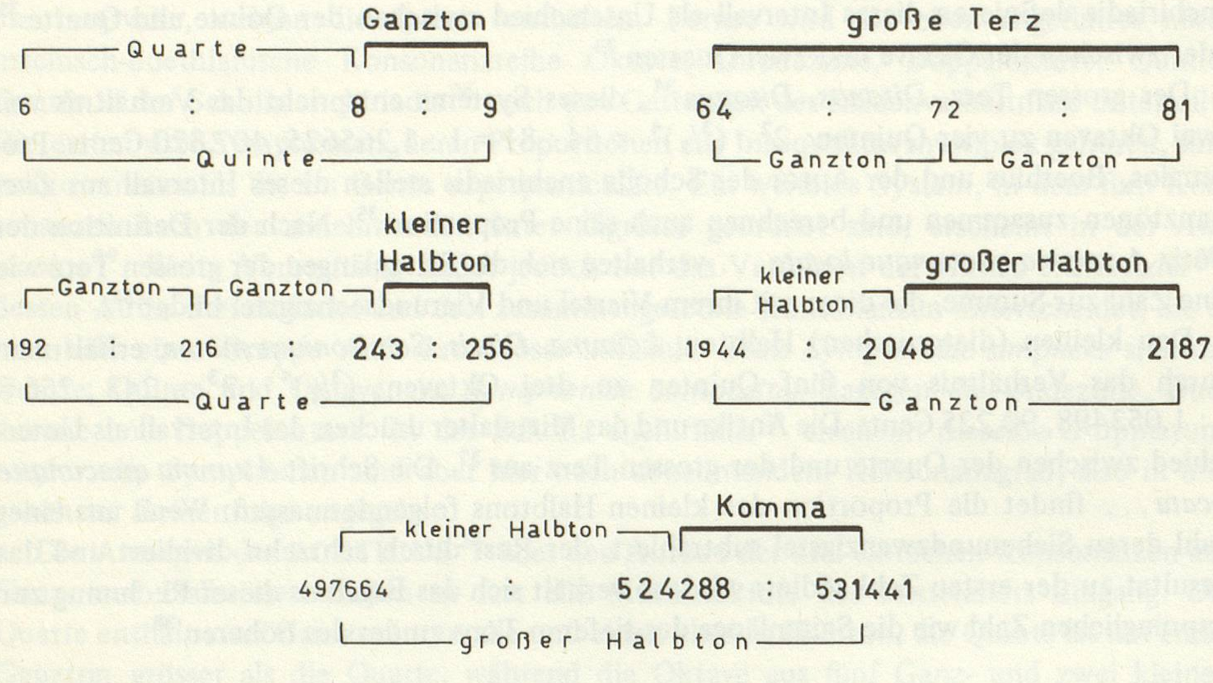

Abb. 9. Intervallberechnungen

38 GS I,325b oder 330ab: $\frac{a - a/_{27}}{18} + a : a$

39 *Hemitonios* bei PTOLEMAIOS, *Harmonikon* I,10, Düring 23. – *Decisio*, Übersetzung der *Apotome*, bei BOETHIUS, *Inst.mus.* II,30, Friedlein 263.

40 PTOLEMAIOS, *Harmonikon* I,10, Düring 23. BOETHIUS, *Inst.mus.* III,9, Friedlein 281–282.

41 BOETHIUS, *Inst.mus.* II,30, III,9, Friedlein 263–264, 282–283.

42 GS I,325b oder 330b: $256 : 256 + 13 + {}^{13}/_3 + {}^{13}/_{312}$.

43 *Inst.mus.* II,31, III,3–10.12.14.16, IV,2, Friedlein 265–266, 273–284, 287, 294, 297–299, 307–308. Siehe auch PTOLEMAIOS, *Harmonikon* I,11, Düring 25–26.

ton zu zwei grossen Halbtönen, zwei kleine Halbtöne zum Ganzton, den kleinen Halbton zum grossen oder zwei Quarten zu fünf Ganztönen. An einer Stelle [44] wird sogar das ganze zwölfstufige System, das um das Komma offen bleibt, durch Quarten und Quinten abgeleitet. Das so bestimmte Komma dient bei Boethius [45] als Masseinheit für die Grössenbestimmung des Ganztons und des kleinen und grossen Halbtons: Der Ganzton ist grösser als acht aber kleiner als neun Kommata, der kleine Halbton liegt zwischen drei und vier und der grosse zwischen vier und fünf solchen Einheiten. Obwohl das Komma, wie auch Boethius bemerkt [46], noch hörbar ist, hat dieses kleine Intervall für das frühe und hohe Mittelalter allein mathematische Bedeutung, und seine genaue Bestimmung wird deshalb in der Musiklehre vernachlässigt. *Abb. 9.*

Die Intervallenlehre des 11. Jahrhunderts ist aus einer Musikanschauung entstanden, die von der boethianischen grundlegend abweicht. Die Musiktraktate sind nicht mehr mathematisch-wissenschaftliche Abhandlungen und ersonnene Denkübungen, sondern praktische Schulbücher, die für den Gesangunterricht und den Instrumentenbau die musikalischen Grundlagen enthalten. Diese pädagogische Richtung drängt das Rechnerische in den Hintergrund. Die Autoren, meist Lehrer, beschränken sich auf die einfachsten arithmetischen Intervallberechnungen, deren Kenntnis für die Teilung der Monochordsaite unerlässlich ist, nämlich auf die Bestimmung der Proportionen der Konsonanzen und des Ganztons. Der kleine Halbton entsteht dagegen in der Tonleiter dieses Schulinstruments durch Streckenteilungen ohne mühevolle Berechnung und kann nachgesungen werden. Das Monochord wäre zur Erzeugung von Intervallen mit grossen Verhältniszahlen ohnehin ungeeignet, da eine Zerlegung der Saite in sehr viele Teile schwierig ausführbar ist [47]. Auch die komplizierten Gruppierungen der Konsonanzen verlieren an Bedeutung, und man unterscheidet bloss einfache und zusammengesetzte Klänge. Schliesslich werden alle Intervalle, Konsonanzen und Dissonanzen, nach zunehmender Grösse geordnet.

Die Hauptvertreter dieser neuen Richtung sind der Autor der Traktate *Musicae artis disciplina* und *Dialogus de musica* und Guido von Arezzo. Der erstere beschäftigt sich nur mit den Konsonanzen Quarte, Quinte und Oktave und zählt anschliessend die im Gesang wichtigsten sechs Intervalle nach der Grösse auf, nämlich den kleinen Halbton, Ganzton, die kleine und grosse Terz, Quarte und Quinte. Berechnet werden bloss die zur Monochordteilung notwendigen Verhältnisse der drei Konsonanzen und des Ganztons [48]. GUIDO VON AREZZO lehrt im *Micrologus de musica* dieselben drei Konsonanzen und sechs Tonschritte, ferner die gleichen vier Intervallverhältnisse, die hier in den boethianischen Proportionsketten 1 : 2 : 3 : 4 und 12 : 9 : 8 : 6 zusammengestellt sind [49].

44 *Inst.mus.* III,10, Friedlein 283–284.
45 *Inst.mus.* III,14–16, Friedlein 293–298.
46 *Inst.mus.* III,10, Friedlein 285.
47 Siehe GUIDO VON AREZZO, *Micrologus* VI, CSM 4,116.
48 *Musicae artis disciplina,* GS I,266b–271b. *Dialogus de musica* IV.V, GS I,254b, 255b–256a; der Traktat wird von Karl-Werner Gümpel neu herausgegeben und im Corpus Scriptorum de Musica erscheinen. – Zu den Stellen vgl. *Oesch,* Guido 81, 82.
49 *Micrologus* IV.VI.XV.XVI, CSM 4,103–105, 114–116, 166, 184. Cap. XX, CSM 4,229–232, nach BOETHIUS, *Inst.arithm.* II,54, und *Inst.mus.* I,10, II, 18, Friedlein 173, 197–198, 250. – Vgl. *Oesch,* Guido 85–87.

Während die italienische Schule des Guido von Arezzo und des Autors des Dialogus sich um die praktische Vereinfachung des Lehrstoffs bemüht, suchen die Musiktheoretiker des Nordens, namentlich in Reichenau, das Geerbte mit der Musikübung ihrer Zeit zu vereinbaren und ihr Wissen zu systematisieren. BERNO VON REICHENAU übernimmt die sechs Konsonanzen mit ihren Verhältniszahlen von Boethius und aus der Musica enchiriadis [50]. Seine neun Intervalle vom Halbton bis zur grossen Sexte, die er der Grösse nach stufenweise ordnet und wie Boethius die einfachen Konsonanzen aus Halb- und Ganztönen zusammenstellt, sind aus dem Traktat De harmonica institutione des Hucbald von Saint-Amand entlehnt [51]. HERMANN VON REICHENAU lässt die Undezime ausser acht und fasst die Verhältnisse der übrigen fünf Konsonanzen in der boethianischen Proportionsfolge 1 : 2 : 3 : 4 zusammen [52]. Daneben übernimmt er auch die Kette 6 : 8 : 9 : 12 samt der Pythagoraslegende von Boethius, ferner die erweiterte Reihe 6 : 8 : 9 : 12 : 16 : 18 : 24 aus der Scholia enchiriadis [53]. Er weist dabei nur auf sechs Intervallverhältnisse hin, nämlich auf die der fünf Konsonanzen und des Ganztons. Die Zahl der häufigsten Tonschritte in den Gesängen ist nach Hermann ebenfalls neun. Die Intervallenreihe bei Berno wird jedoch um den Tritonus vermindert, mit dem Unisonus dagegen erweitert. Für die Bezeichnung dieser neun Intervalle bildet Hermann Schriftzeichen, um durch diese die ungenaue Neumenschrift zu ersetzen. Die Symbole bestehen aus den Initialen der Intervallnamen *Equisonantia, Semitonium, Tonus, Diatessaron* und der griechisch geschriebenen *Diapente,* ferner aus einem unten hingefügten Punkt für absteigende Tonschritte [54]. Frutolf von Bamberg übernimmt diese Intervallschrift und Johannes von Affligem erweitert sie durch die Oktave; sonst jedoch findet sie, im Gegensatz zur guidonischen Liniennotation, geringe Verbreitung [55]. Die neun Intervalle Hermanns gehen dagegen in die Musiklehre ein, nachdem WILHELM VON HIRSAU [56] ihre Reihe mit der kleinen Septime und Oktave erweiterte. Die grosse Septime wird in diesen

50 BERNO, *Prologus in tonarium* III, GS II,64b–65b, nach BOETHIUS, *Inst.mus.* II,27, V,7.8, Friedlein 259–260, 357–358. Siehe auch *Musica enchiriadis* X.XI, GS I,160a, 162a. – Vgl. *Oesch,* Berno und Hermann 96–97.

51 BERNO, *Prologus* II, GS II,64ab, nach HUCBALD, GS I,105ab. Kritische Ausgabe des letzteren Traktats: Yves Chartier. La Musica d'Hucbald de Saint-Amand. Traité de musique du IX[e] siècle. Introduction, établissement du texte, traduction et commentaire. Maschinenschriftliche Diss. Paris 1973. Vgl. Revue de Musicologie LVII, 1971, 228 und LIX, 1973, Nr. 1; Kirchenmusikalisches Jahrbuch 56, 1972, 16–17; Acta Musicologica XLVI, 1974, 97. – Zur Stelle vgl. *Oesch,* Guido 85, Anm. 1; ders., Berno und Hermann 86, 95–96.

52 *Opuscula musica,* GS II,126b, nach BOETHIUS, *Inst.mus.* II,18, Friedlein 250. Siehe auch *Scholia enchiriadis* III, GS I,202a, und GUIDO VON AREZZO, *Micrologus,* XV, CSM 4, 166.

53 *Opuscula musica,* GS II,126b–127a, nach BOETHIUS, *Inst.arithm.* II,54, und *Inst.mus.* I,10, Friedlein 173, 197–198, und nach der *Scholia enchiriadis* II.III, GS I,194ab, 195a–196b, 202a–203b, 205ab. – Vgl. *Oesch,* Berno und Hermann 211. – Siehe die erstgenannte Reihe auch bei GUIDO VON AREZZO, *Micrologus* XX, CSM 4,229–232.

54 *Opuscula musica,* GS II,149ab. – Vgl. *Oesch,* Berno und Hermann 208–211, 242–248.

55 FRUTOLF, *Breviarium de musica* X, Vivell 82–83. JOHANNES, *De musica* XXI, CSM 1,140. – Vgl. *Wolf,* Notationskunde I, 145; *Sowa,* Clm. 9921,108; ders., Antiphonen 6–7.

56 *Musica* XXI, CSM 23, 54–55.

Traktaten nicht erwähnt, da dieses Intervall in keinem Gesang vorkommt[57]. Die im 11. Jahrhundert beschriebenen Intervalle lassen sich demnach folgendermassen zusammenstellen: *Unisonus, Semitonium* (minus), *Tonus, Semiditonus, Ditonus, Diatessaron, Tritonus, Diapente, Diapente cum semitonio, Diapente cum tono, Diapente cum semiditono, Diapason, Diapason cum diatessaron, Diapason cum diapente, Bisdiapason.*

Zum Schluss soll hier die Proportion 16 : 17 erklärt werden, der man in Glocken-, Orgelpfeifen- und Drehleiermensuren bei dem grossen und kleinen Halbton gelegentlich begegnet. Obwohl sie der Zahlenstruktur des Tonsystems widerspricht, lässt sie sich nicht auf eine fehlerhafte Berechnung zurückführen. Sie ist vielmehr eine praktische Vereinfachung der grossen Verhältniszahlen dieser Intervalle, wurde von Boethius[58] entlehnt und dient den Instrumentenbauern bei den handwerklichen Messungen. – Die Glockenmensur *Quicumque vult facere cimbala*...[59], die sich schon durch die eigentümliche Oktavbestimmung von den üblichen Mensuren unterscheidet, berechnet das Synemmenon in ihrer A – H = *c* – *c'*-Leiter[60] von der *h*-Glocke aus durch das arithmetische Mittel 17 des Ganztons 16 : 18. Die *Proportio sesquisextadecima,* 16 : 17, bezieht sich hier auf die Wachsmengen und verursacht praktisch geringe Ungenauigkeit, da sie einen Ton ergibt, der bloss um 8,73 Cents höher erklingt als das *b* des Systems. Das Intervall [b] : *h* = 16 : 17 entspricht nämlich 104,95 Cents, die Apotome *b* : *h* = 2048 : 2187 dagegen 113,68 Cents. – Durch dieselbe Verhältniszahl bestimmt die Mensur *Si fistulae*...[61] die Längen der Orgelpfeifen, die um das Leimma, 243 : 256, 90,22 Cents, unter

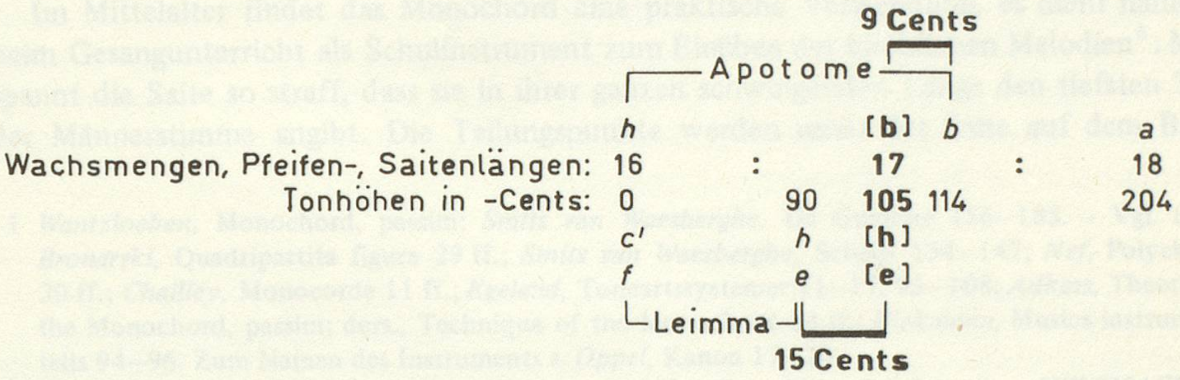

Abb. 10. Die Proportion 16 : 17

57 Vgl. *Sowa,* Antiphonen 8.
58 *Inst.mus.* III,1, Friedlein 270–271.
59 Smits van Waesberghe, Klokken 43; MSD 1 : XIX. – Vgl. *CSM 4,* 8, 46, 67.
60 Vgl. dagegen *MSD 1,*55, Anm.
61 GS I,148b, 329a, II,277b; Schubiger, Orgelbau 85; Buhle, Instrumente 105; Handschin, Musiktheorie I,12; Nef 19; Perrot, Orgue 414; Sachs 51, 52: I und II.

den Tönen *f* und *c'* erklingen sollten. Sie misst die Längen von der *f*- und *c'*-Pfeife aus und erhält nur um 14,73 Cents tiefere Töne als das systemgerechte *e* und *h*. – Ähnlich der vorgenannten Glockenmensur erleichtert der Drehleiertraktat *Omnes voces organistri* . . .[62] die Synemmenonbestimmung. Er erreicht die Verhältnisse 18 : 17 : 16 durch Halbierung der Saitenstrecke zwischen den Teilungspunkten für *a* und *h*[63]. *Abb. 10.*

62 Bröcker, Drehleier 248, Faksimile daselbst 689, nach der Hs. Wolfenbüttel, Herzog August Bibliothek, Ms. Gud. lat. 8°. 334, fol. 110v. – Vgl. *CSM 2*,XII; *Smits van Waesberghe*, De Guidone 169 : 29; ders., Organistrum 3b : 3; *Bröcker*, Drehleier 247–248, 251.

63 Das systemwidrige [b] verhält sich in der Tonleiter dieser Glocken- und Drehleiermensur zum tiefsten Ton *c* wie 136 zu 243 oder 1 zu 1,786765 und entspricht 1004,82 Cents.