Zeitschrift: Publikationen der Schweizerischen Musikforschenden Gesellschaft. Serie 2 = Publications de la Société Suisse de Musicologie. Série 2

Herausgeber: Schweizerische Musikforschende Gesellschaft

Band: 17 (1968)

Artikel: L'énigme de la musique des basses danses du quinzième siècle

Autor: Meylan, Raymond

Kapitel: 2: Deuxième partie : théorie de la constitution des armatures

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-858878

DEUXIÈME PARTIE

Théorie de la constitution des armatures

L'existence des familles d'armatures de teneurs est un fait qui pose une question théorique importante : comment ces armatures se sont-elles constituées ? On peut imaginer qu'elles proviennent d'un fonds traditionnel et qu'elles se sont transformées progressivement, ou bien qu'elles sont toutes faites de fragments mis bout à bout qu'on aurait tirés d'un répertoire restreint et connu de tous. Peut-être qu'en réalité elles se sont formées à la fois par centonisation et par évolution. Une analyse théorique des effets de la centonisation et de l'évolution va nous permettre de mieux comprendre la genèse des basses danses.

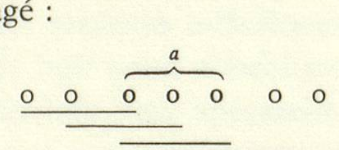
Théorie de la centonisation

Hypothèse. Les mélodies des basses danses sont toutes constituées de fragments brefs ou relativement brefs, et en nombre restreint.

Raisonnement. La dimension des fragments peut être variable, cela ne joue pas de rôle dans la démonstration. Une mélodie peut être représentée par la suite

$$a_1 a_2 \ldots a_i$$

dont les éléments sont choisis parmi l'ensemble A qu'il s'agit d'induire. Cet ensemble étant limité, chaque élément a doit apparaître plusieurs fois dans le répertoire des mélodies. Imaginons qu'on puisse faire la statistique de tous les fragments, grands et petits, des mélodies, et considérons en particulier la statistique des fragments de même longueur. Soit a un fragment de n intervalles situé à l'intérieur d'une mélodie. Ses n intervalles vont apparaître, en tout ou en partie, dans la statistique des $(2n-1)$ fragments touchant au fragment a considéré. Par exemple pour $n = 3$ on a 5 fragments qui touchent au mélisme envisagé :



Si le fragment a est un élément de centonisation, sa fréquence d'apparition dans la statistique générale doit être nettement supérieure à celles des $(2n-2)$ fragments contigus (qui ont quelque chose en commun avec lui).

Conséquence. Dans la statistique des fragments de n intervalles, les cassures nettes, entre les fréquences d'apparition de fragments contigus, indiquent des limites d'éléments de centonisation.

Application aux basses danses

La statistique des fragments de six intervalles montre que la plupart des mélismes de sept notes n'apparaissent pas plus de trois fois. Exceptionnellement on en trouve

19 qui apparaissent	4 fois
3	5
5	6
2	7
4	8
1	9
1	10
aucun	de 11 à 14 fois
1	15
1	16

La cassure existe, on en déduit que les deux fragments suivants (ceux qui apparaissent 15 à 16 fois) sont des éléments de centonisation :

9 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 0

Comme ils sont contigus, et que leur fréquence est presque égale, leur ensemble représente un élément de centonisation :

-1 -1 -1 -1 -1 -1 0

C'est la gamme descendante terminant par une note répétée. Voilà un fait qui n'est pas particulier aux basses danses.

Les fragments qui apparaissent 9 et 10 fois sont aussi contigus

1 1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 0

La cassure se révèle sur la gauche par les fréquences :

6 fois 0 1 1 -1 -1 -1

10 fois 1 1 -1 -1 -1 -1

et sur la droite par les fréquences

9 fois 1 -1 -1 -1 1 0
8 fois -1 -1 -1 -1 0 4
4 fois -1 -1 -1 -1 0 2

ce qui est moins net.

En conclusion on devine qu'il existe un élément de centonisation dont le départ est clair mais dont la dimension exacte ne peut être établie seulement d'après la statistique des fragments de six intervalles :

9 1 1 -1 -1 -1 -1 0 . .

La statistique des fragments de cinq intervalles, c'est-à-dire de six notes, met en évidence les plus importants, d'après le nombre de leurs apparitions dans le répertoire des basses danses. Voici le début de cette statistique :

Le mélisme	-1 -1 -1 -1 -1	apparait	38 fois
	-1 -1 -1 -1 0		32
	1 -1 -1 -1 -1		20
	1 1 -1 -1 -1		15
	1 -1 -1 -1 0		14
	2 -1 -1 -1 -1		13
	-1 -1 -1 0 0		12
	0 1 1 -1 -1		11
	-1 2 -1 -1 0		11
	-1 -1 0 1 1		11
	-1 -1 -1 1 -1		11
	2 -1 -1 0 2		10
	3 -1 -1 -1 0		10
	-1 -1 0 2 1		10
	-1 -1 -1 -1 1		10
	0 1 -1 -1 -1		9
	1 2 -1 -1 -1		9
	-1 -1 0 0 1		9
	-1 -1 -1 0 4		9

La suite de la statistique concerne des mélismes de plus en plus singuliers.

Le premier des faits de la liste ci-dessus appelle une remarque : on sait déjà que la gamme descendante de sept notes -1 -1 -1 -1 -1 -1 apparait 16 fois, par conséquent on doit avoir au moins 32 apparitions de la suite de six notes -1 -1 -1 -1 -1 (comme on aura au moins 48 apparitions de la suite de cinq notes -1 -1 -1 -1). En fait la suite de six notes -1 -1 -1 -1 -1 apparait 38 fois, c'est-à-dire 32 fois dans la suite de sept notes -1 -1 -1 -1 -1 -1 (16 fois appuyée à gauche et 16 fois appuyée à droite) et 6 fois dans d'autres contextes. Comme on compare les mélismes contigus -1 -1 -1 -1 -1 et -1 -1 -1 -1 0, il faut, de ce fait, déduire les 16 apparitions «appuyées» à gauche de la suite de sept notes -1 -1 -1 -1 -1 -1.

Partons du mélisme le plus fréquent : -1 -1 -1 -1 0, et considérons les fréquences des mélismes contigus à gauche et à droite :

58

-3 -1 -1 -1 -1	3	-1 -1 -1 0 -2	3
-1 -1 -1 -1 -1	22	-1 -1 -1 0 -1	3
4 -1 -1 -1 -1	4	-1 -1 -1 0 7	4
3 -1 -1 -1 -1	2	-1 -1 -1 0 4	9
2 -1 -1 -1 -1	13	-1 -1 -1 0 3	7
1 -1 -1 -1 -1	20	-1 -1 -1 0 2	7
0 -1 -1 -1 -1	4	-1 -1 -1 0 1	8
		-1 -1 -1 0 0	12

De cet ensemble, les plus hautes fréquences donnent le tableau suivant :

-1 -1 -1 -1 -1	22
-1 -1 -1 -1 0	32
-1 -1 -1 0 0	12

Nous ne pouvons pas encore comprendre si des différences de fréquences de 32 à 22 ou de 32 à 12 représentent des «cassures» significatives. Cherchons dans la statistique les fréquences des fragments qui finissent par -1 -1 -1 -1 ou qui commencent par -1 -1 0 0, et prenons dans chaque cas les fragments les plus fréquents. Il vient :

-1 -1 -1 -1 -1 22 (ce qu'on sait déjà), et -1 -1 0 0 1 9.

En continuant de cette manière on établit le tableau suivant :

0 1 1 -1 -1	11
1 1 -1 -1 -1	15
1 -1 -1 -1 -1	20
-1 -1 -1 -1 -1	22
-1 -1 -1 -1 -1	22
-1 -1 -1 -1 0	32
-1 -1 -1 0 0	12

A gauche la cassure est relativement nette, car le plus fréquent des mélismes contigus n'apparait que 4 fois. A droite la cassure est franche entre les fréquences 32 et 12. On en induit que la suite

0 1 1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 0 0

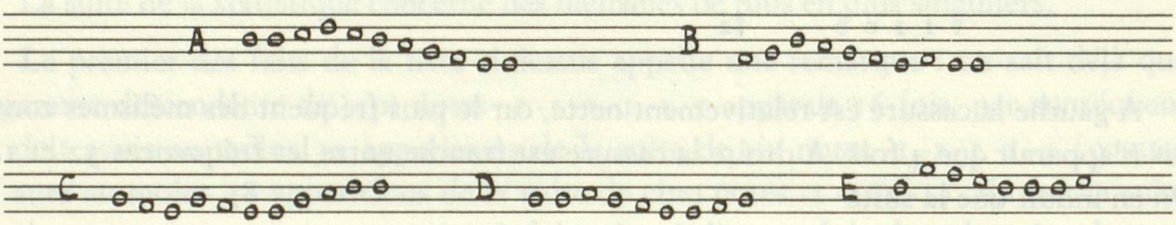
est un élément de centonisation, mais encore faut-il préciser qu'il ne joue pas le rôle auquel on s'attendait théoriquement. Ce n'est pas un élément solide comme une pièce d'un jeu de construction, mais plutôt une sorte de *tissu primaire* dans lequel on taillait des bouts pour constituer des mélodies. Il y a peut-être là une nouvelle conception de la formation des teneurs, plus fine que l'idée habituelle de centonisation. Centoniser c'était mettre bout à bout des formules. Si les basses danses s'étaient formées de cette manière, on devrait pouvoir aujourd'hui les démonter et remettre leurs éléments en ordre comme dans les casiers d'un jeu de «Meccano», image de la mémoire des centoniseurs. Mais les «créateurs» des mélodies des basses danses disposaient plutôt, d'après ce que nous apercevons, de tissus primaires dans lesquels ils découpaient à leur guise des morceaux qu'ils agençaient ensuite. Il s'agit maintenant d'induire de l'analyse des fréquences des petits mélismes la liste de ces bandes de tissu primaire. Ces «coupons» étaient-ils connus, ou bien représentent-ils le fond inconscient de la mémoire des musiciens d'une époque ? On ne peut pas encore le dire, mais ce qui est clair, c'est que ces tissus mettent en évidence un style de teneurs et que la statistique des mélismes brefs nous documente sur la fréquence d'apparition d'une «idée» musicale.

On reconstruit de la même manière quelques autres tissus dont voici l'analyse exacte :

58	1 2 -1 -1 -1	9	-1 -1 2 -1 -1	7
	2 -1 -1 -1 -1	13	-1 2 -1 -1 0	11
	-1 -1 -1 -1 1	10	2 -1 -1 0 2	10
	-1 -1 -1 1 -1	11	-1 -1 0 2 1	10
	-1 -1 1 -1 0	14	-1 0 2 1 1	6
			0 2 1 1 0	5
	0 1 -1 -1 -1	9	3 -1 -1 -1 0	10
	1 -1 -1 -1 0	14	-1 -1 -1 0 0	12
	-1 -1 -1 0 1	8	-1 -1 0 0 1	9
	-1 -1 0 1 1	11		

Avec cette première synthèse, on a touché tous les fragments de six notes qui apparaissent au moins dix fois. Nous désignons les différents tissus par des lettres majuscules.

Exemple 7



Les voici en notation chiffrée :

Tissu A	0 1 1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 0
Tissu B	1 2 -1 -1 -1 -1 1 -1 0
Tissu C	-1 -1 2 -1 -1 0 2 1 1 0
Tissu D	0 1 -1 -1 -1 0 1 1
Tissu E	3 -1 -1 -1 0 0 1

En poursuivant la recherche des tissus à l'aide de la statistique des fragments de quatre intervalles, c'est-à-dire de cinq notes, on retrouve les mêmes tissus, avec des précisions sur les fréquences des mélismes de cinq notes. Voici à titre d'exemple les détails du tissu A :

58	0 1 1 -1	12
	1 1 -1 -1	30
	1 -1 -1 -1	37
	-1 -1 -1 -1	55
	-1 -1 -1 1	55
	-1 -1 1 -1	55
	-1 1 -1 0	67

A gauche on trouverait la jonction avec le tissu *D*, à droite avec *D* ou *E*.

Le tissu *B* se laisse éventuellement prolonger à droite par un saut de quinte ascendante : 1 -1 0 4 13. Dans cet ordre de grandeur il y aurait encore à signaler quelques fragments relativement fréquents comme -2 1 -1 0 16; mais ils approchent d'une limite indéfinissable entre le rare et le courant. La statistique des fragments de quatre et trois notes n'apporte rien de nouveau. Toute l'analyse du style général des teneurs de basses danses se résume dans la révélation de ces cinq tissus. Comme on a poursuivi la statistique jusqu'aux intervalles-mêmes il est intéressant, pour les développements ultérieurs de cette étude, d'en donner le détail à ce niveau élémentaire. Voici le tableau de la statistique des intervalles, le premier nombre désignant l'intervalle, le deuxième le nombre de ses apparitions, le troisième sa fréquence proprement dite en pour-mille:

0	413	176
1	400	170
-1	880	374
2	220	94
-2	140	60
3	86	37
-3	76	33
4	59	24
-4	49	21
5	7	
-5	3	
6	6	11
-6	1	
7	8	
-7	1	
Total	2349	1000

Les faits principaux, que cette statistique met en évidence, sont :

1° la tendance à la diatonicité ;
2° les secondes sont plus volontiers descendantes que montantes ;
3° les tierces, au contraire, sont plus volontiers montantes que descendantes ;
4° les quartes et les quintes sont presque indifférentes au sens du mouvement ;
5° les intervalles supérieurs sont rares et presque exclusivement ascendants.

On pourrait exploiter cette statistique des mélismes à l'intérieur du répertoire des basses danses, en allant plus loin dans les détails. Je ne donne ici qu'un exemple du genre de questions qu'elle est capable d'éclaircir :

On trouve les indications :

7 (l'octave ascendante) apparait 8 fois exactement,
0 7 (suite de trois notes) apparait 8 fois exactement,
-1 0 7 (suite de quatre notes) apparait 8 fois exactement.

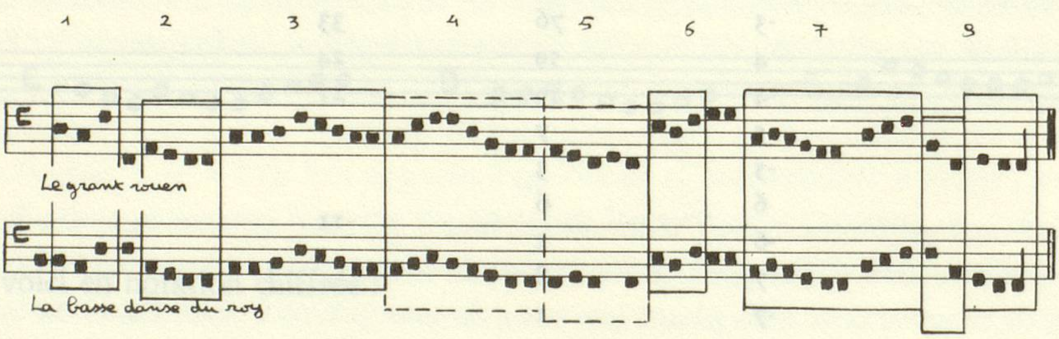
Donc le saut d'octave n'apparaît qu'en liaison avec le «mélisme» -1 0 7, c'est-à-dire entre une cadence ténorale et le début d'une nouvelle période. Cette règle ne souffre pas d'exceptions dans le répertoire des basses danses.

De telles remarques, même nombreuses, n'ajouteraient pas beaucoup au fait principal que cette analyse exhaustive a permis d'induire, c'est-à-dire l'existence des tissus de centonisation. Cette notion remplace l'image un peu simpliste d'une construction à l'aide de plots.

Comme exemple pratique de centonisation, considérons la superposition de deux danses, qu'on pourrait dire apparentées par ce procédé de formation des teneurs :

Le grant rouen et *La basse danse du roy* (d'après Br)

Exemple 8



Les «blocs» les plus importants sont empruntés aux tissus primaires et sont disposés en général à distance de tierce, mais aussi à l'occasion à la tierce inférieure, à la quinte ou à la même hauteur. Cela confirme l'usage de la «transmodation». Ces éléments mélodiques sont envisagés seulement pour leur valeur de contours, indépendamment des modes ; on peut les appliquer diatoniquement à toutes les hauteurs de l'échelle musicale.

Voilà un principe de construction qu'on ne doit pas relier sans autre à l'usage de la solmisation : les trois hexacordes sont des transpositions réciproques, c'est-à-dire des déplacements chromatiquement exacts, tandis que les transmodations n'en sont pas.

L'existence des tissus de centonisation nous donne l'idée, un peu schématique, de musiciens construisant des teneurs à l'aide de bouts de mélodies, tirés d'un fond commun, comme d'une casse d'imprimerie. On a beau dire que ce pourrait être un fond plus ou moins conscient, que les musiciens se référaient à un sentiment momentané d'une tradition plus qu'à des procédés objectifs, cela implique que ces tissus existaient avant la formation des basses danses et que chacune dérivait directement de cette «boîte magique». Or la comparaison des deux danses ci-dessus laisse entrevoir plus précisément qu'on a pu fabriquer des danses en transformant des teneurs déjà établies. Le sens chronologique de cette relation nous échappe pour le moment, mais elle suffit à prouver que des basses danses ont pu être construites d'après des précédentes et non pas seulement directement d'après cet ensemble de tissus de centonisation.

La comparaison des fragments 1 et 5 montre en plus qu'on a effectivement transformé une mélodie donnée en ajoutant et en ôtant des notes. Le fragment 4 donne l'exemple d'une variation sans changement du nombre des notes. Ce couple de mélodies justifie donc notre définition d'un indice de parenté, qui mettait en jeu ces transformations élémentaires : ajouter une note, ôter une note, changer une note.

Mais il y a plus encore dans cet exemple ; des transmodations de fragments altèrent ce que nous avions appelé le schéma des cadences, de sorte qu'on entrevoit, dans ces schémas, des résultantes plutôt que des principes préétablis. Cela donne du poids à la comparaison mélismatique en regard de la comparaison schématique. Ainsi les analyses à l'aide de l'ordinateur étaient nécessaires pour atteindre l'histoire de la formation subtile des teneurs. On n'y serait pas arrivé par le raccourci, parfois trompeur, des comparaisons schématiques.

En résumé, la centonisation explique en partie la formation des teneurs de basses danses, mais elle n'exclut pas une formation évolutive.

Théorie de l'évolution

Si nous supposons que les teneurs de basses danses sont les produits d'une évolution, alors chacune d'elles représente un moment particulier d'une tradition. Cette tradition correspondait à une pratique orale de la transmission musicale ; les instrumentistes se passaient de proche en proche des «mélodies» qu'ils se sentaient relativement libres de modifier. Si nous reconnaissons encore les parentés entre les diverses formes qui nous ont été transmises, c'est que l'action modificatrice, l'amplitude de la liberté individuelle vis à vis de la forme donnée, était à chaque étape assez petite. La somme des modifications, apportées par une chaîne d'instrumentistes, qui se passent une «mélodie» chaque fois un peu différente, est une évolution qui échappe à chacun d'eux. Le résultat final n'est donc pas à considérer comme une œuvre, fruit singulier d'un esprit responsable, mais comme la conséquence d'actions modificatrices indépendantes. C'est ce qui permet d'assimiler cette suite d'actions réduites à un évènement aléatoire dans son ensemble.

La question que ce chapitre tente d'élucider, c'est la reconnaissance des intermédiaires et des extrêmes, et éventuellement des antécédents et des conséquents dans un ensemble de formes apparentées.

Plan de la théorie de l'évolution à l'intention des non-mathématiciens

Partant d'une forme origine quelconque, on envisage ses transformations par une suite de modifications élémentaires : ôter une note, ajouter ou changer une note dans un certain *ambitus*. On dénombre ces éventualités et on les répartit en classes correspondant à la longueur de la transformation et à la divergence du résultat final avec la forme origine. Pour la commodité de l'expression, on représente les formes par les points d'un espace, les transformations par les chemins reliant ces points, la divergence par leur distance. On compare le nombre des chemins directs entre deux points donnés avec celui des chemins plus ou moins détournés. Pour évaluer leurs probabilités relatives, on attribue à toutes les transformations élémentaires la même probabilité. Cette attribution est arbitraire et donne une approximation grossière de la réalité. Nous savons par la statistique que les intervalles n'ont pas tous été utilisés, dans les basses danses, avec la même fréquence. Pourtant si l'on considère un ambitus de variation restreint, une bande étroite enveloppant la forme origine, l'approximation est plus fine.

On établit que parmi les chemins passant par deux points donnés, les chemins sont d'autant plus probables qu'ils sont plus directs. Cette règle n'est valable que si la longueur des chemins est inférieure à une certaine limite dépendant de l'*ambitus* et du nombre de notes des formes données. Cette limite théorique a un sens précis : il est inutile de dénombrer des évolutions éventuelles si la divergence entre deux formes données concerne en gros plus des trois quarts de leurs notes. C'est ce que nous avions déjà observé en remarquant qu'une parenté inférieure à 27 % n'a pas de sens. En appliquant les formules à un ensemble de trois formes données on voit que l'une d'elle a une probabilité supérieure d'avoir été l'intermédiaire dans l'évolution. On développe les conséquences chronologiques de cette désignation jusqu'à pouvoir, dans certains cas, dessiner l'arbre d'évolution le plus probable au sein d'une famille de formes.

Soit une mélodie quelconque, de n notes et d'ambitus $k + 1$, que nous appellerons la forme A.

Imaginons tout d'abord que l'évolution consiste en variations successives, sans que le nombre de notes de la mélodie change au cours de la transformation.

La divergence m entre une forme donnée et la forme A, c'est ce que nous appellions la divergence absolue, c'est-à-dire le nombre de notes différentes. On appelle p la longueur de la transformation, c'est-à-dire le nombre de modifications élémentaires successives.

En prenant A quelconque, mais fixe, et B quelconque, on note par $N(m,p)$ le nombre d'évolutions de longueur p conduisant de A à toutes les formes B qui divergent de A par m notes. Pour représenter graphiquement cet ensemble de formes, on peut imaginer que les formes B sont des points répartis sur des niveaux de divergence relative à A (Voir planche III). Sur la figure on distingue le point A, puis le premier cercle soutenant les formes B qui divergent de A par *une* note. Ces premières transformées sont au nombre de $k\,n$, chaque note de A pouvant être variée de k manières. Le cercle d'ordre m supporte toutes les formes qui divergent de A par m notes. Les chemins d'évolution sont représentés par des lignes partant de A et aboutissant à un point B quelconque situé sur le cercle de divergence m. Les chemins directs coupent les cercles dans l'ordre hiérarchique, les chemins indirects font des détours ou des boucles.

Chacune des formes du premier cercle n'est reliée à A que par un seul chemin, donc $N(1,1) = k\,n$.

Si l'évolution se poursuit par un second chaînon, trois cas se présentent :

1° le retour à la forme A : *une* possibilité pour chaque forme B,
2° une nouvelle variation de la même note : $(k - 1)$ pour chaque forme B,
3° variation d'une seconde note : $k\,(n - 1)$ pour chaque forme B.

En résumé :

$$N(0,2) = 1 \cdot N(1,1) \qquad = k\,n\,,$$
$$N(1,2) = (k-1)\,N(1,1) \quad = k\,(k-1)\,n\,,$$
$$N(2,2) = k\,(n-1)\,N(1,1) = k^2\,n\,(n-1)\,.$$

On vérifie que le nombre d'évolutions de deux chaînons est égal à $(k\,n)^2$:

$$N(0,2) + N(1,2) + N(2,2) = k\,n + k^2\,n - k\,n + k^2\,n^2 - k^2\,n = (k\,n)^2\,.$$

Pour établir la formule de définition de $N\,(m,p)$, on raisonne d'une manière analogue pour le dernier chaînon des évolutions qui aboutissent à une forme B quelconque.

On y arrive de trois manières :

1° à partir d'une forme située sur le cercle $(m - 1)$, en variant l'une des notes de A qui étaient restées intactes : $k(n - m + 1)$,

2° à partir d'une forme située sur le cercle m, en variant l'une des notes déjà variées, mais sans la ramener à sa position initiale $(k - 1)\, m$,

3° à partir d'une forme située sur le cercle $(m + 1)$, en ramenant l'une des notes déjà variées à sa position initiale : $(m + 1)$.

On déduit de ces remarques la formule générale d'induction des nombres d'évolutions :

Formule 1

$$N(m,p) = k(n - m + 1)\, N(m - 1, p - 1) + (k - 1)\, m\, N(m, p - 1) + \\ + (m + 1)\, N(m + 1, p - 1).$$

Pour appliquer cette formule, il convient de faire quelques remarques.

Lorsqu'il n'y a pas de variation, la forme A n'a qu'une manière de rester elle-même, mais elle en a une et non point zéro :

$$N(0,0) = 1.$$

Il n'y a pas d'évolution dont la longueur (en valeur absolue) soit plus petite que la divergence :

$$|p| < m \rightarrow N(m, p) = 0.$$

Il est nécessaire de prendre la valeur absolue de p, car l'évolution peut avoir lieu dans les deux sens, tandis que la divergence ne saurait prendre des valeurs négatives. Sur le plan théorique, p n'a pas de limite, mais le bon sens nous dit qu'il est illusoire de chercher à reconstituer des évolutions historiques, si l'on inclut l'éventualité d'évolutions aussi longues que les mélodies elles-mêmes. Par une évolution de n chaînons, on pourrait relier n'importe quel couple de mélodies. Nous imaginons bien que la limite raisonnable de p est inférieure à n, mais nous ne pouvons pas la définir *a priori*. Contentons-nous de la condition :

$$0 \leq m \leq |p| < n.$$

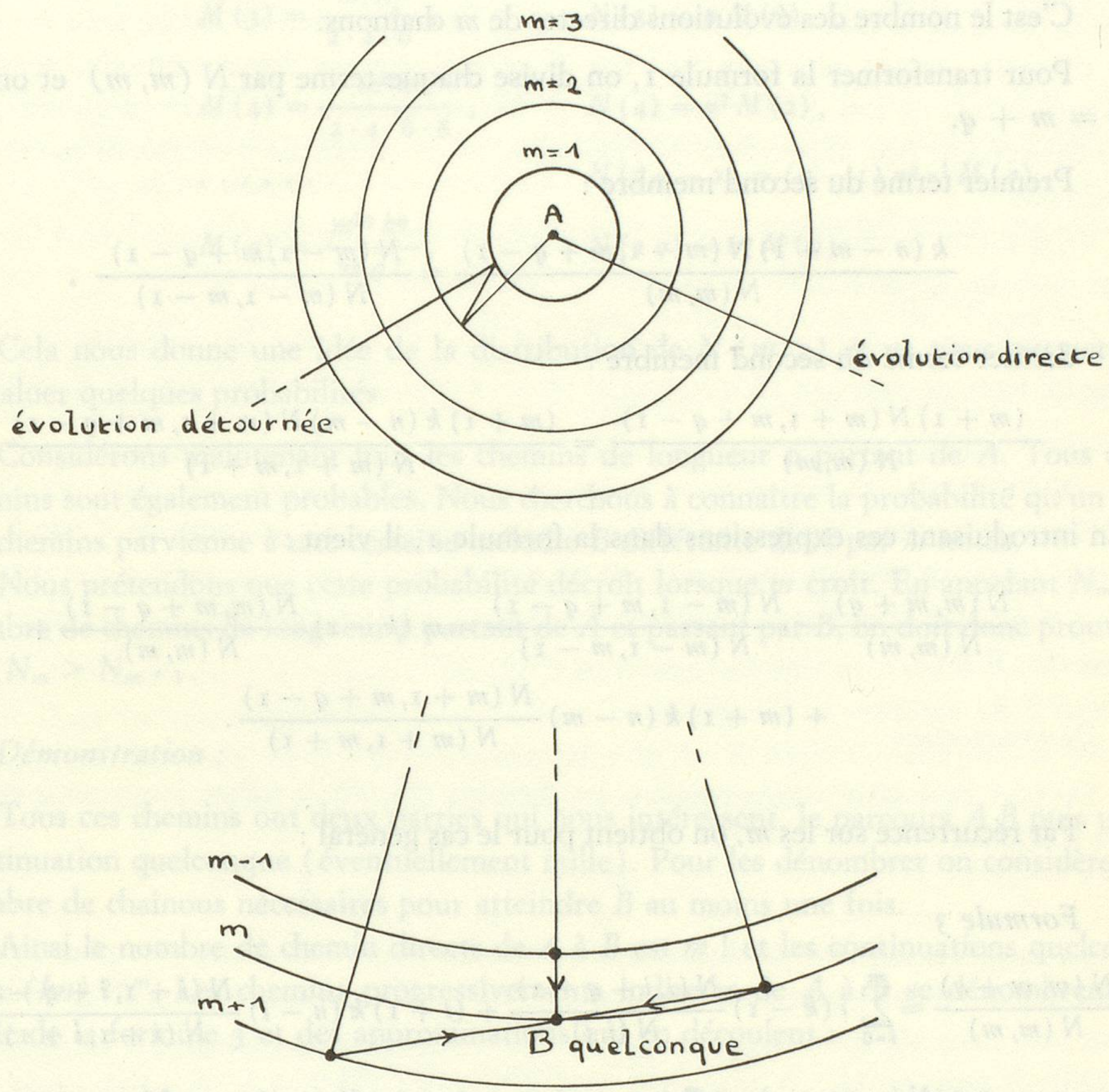

m=3
m=2
m=1
A
évolution directe
évolution détournée
m-1
m
m+1
B quelconque

Planche III

En faisant $p = m$ dans la formule 1, il vient :

$N(m, m) = k(n - m + 1)\, N(m - 1, m - 1) + 0 + 0$, ce qui donne par récurrence :

Formule 2

$$N(m, m) = \frac{k^m\, n!}{(n - m)!} = m!\, k^m\, C_m^n$$

C'est le nombre des évolutions directes de m chaînons.

Pour transformer la formule 1, on divise chaque terme par $N(m, m)$ et on pose $p = m + q$.

Premier terme du second membre :

$$\frac{k(n - m + 1)\, N(m - 1, m + q - 1)}{N(m, m)} = \frac{N(m - 1, m + q - 1)}{N(m - 1, m - 1)},$$

dernier terme du second membre :

$$\frac{(m + 1)\, N(m + 1, m + q - 1)}{N(m, m)} = \frac{(m + 1)\, k(n - m)\, N(m + 1, m + q - 1)}{N(m + 1, m + 1)}.$$

En introduisant ces expressions dans la formule 1, il vient :

$$\frac{N(m, m + q)}{N(m, m)} - \frac{N(m - 1, m + q - 1)}{N(m - 1, m - 1)} = m(k - 1)\frac{N(m, m + q - 1)}{N(m, m)} +$$
$$+ (m + 1)\, k(n - m)\frac{N(m + 1, m + q - 1)}{N(m + 1, m + 1)}.$$

Par récurrence sur les m, on obtient pour le cas général :

Formule 3

$$\frac{N(m, m + q)}{N(m, m)} = \sum_{i=0}^{m} i(k - 1)\frac{N(i, i + q - 1)}{N(i, i)} + (i + 1)\, k(n - i)\frac{N(i + 1, i + q - 1)}{N(i + 1, i + 1)}.$$

Si $q = 1$, $\displaystyle \frac{N(m, m + 1)}{N(m, m)} = \sum_{i=0}^{m} i(k - 1) = (k - 1)\frac{m(m + 1)}{2} = \frac{m^2 k}{2} + \ldots,$

si $q = 2$, $\displaystyle \frac{N(m, m + 2)}{N(m, m)} = \sum_{i=0}^{m} \frac{i^2(i + 1)(k - 1)^2}{2} + (i + 1)\, k(n - i) = \frac{m^4 k^2}{2 \cdot 4} + \ldots,$

ce qui donne un polynôme de degré 4 en m, 2 en k et 1 en n. Pour le cas général de la formule 3, on peut se contenter d'évaluer les termes principaux en m et en n : $M(q)$ et $N(q)$.

Nous venons d'établir :

$$M(1)=\frac{m^2 k}{2}, \quad N(1)=0, \quad M(2)=\frac{m^4 k^2}{2\cdot 4}, \quad N(2)=n M(1).$$

En prenant l'approximation $\sum_{i=0}^{m} i^a \sim \frac{m^{a+1}}{a+1}$,

on parvient aux expressions suivantes :

$$M(3)=\frac{m^6 k^3}{2\cdot 4\cdot 6}, \qquad N(3)=n M(2),$$

$$M(4)=\frac{m^8 k^4}{2\cdot 4\cdot 6\cdot 8}, \qquad N(4)=n^2 M(2),$$

$$\cdot \qquad\qquad N(2q-1)=(q-1)\, n^{q-1} M(q),$$

$$M(q)=\frac{m^{2q} k^q}{2^q q!}, \qquad N(2q)=n^q M(q).$$

Cela nous donne une idée de la distribution de $N(m, p)$ et va nous permettre d'évaluer quelques probabilités.

Considérons maintenant tous les chemins de longueur p partant de A. Tous ces chemins sont également probables. Nous cherchons à connaître la probabilité qu'un de ces chemins parvienne à une certaine mélodie B différente de A par m notes.

Nous prétendons que cette probabilité décroît lorsque m croît. En appelant N_m le nombre de chemins de longueur p partant de A et passant par B, on doit donc prouver que $N_m > N_{m+1}$.

Démonstration :

Tous ces chemins ont deux parties qui nous intéressent, le parcours $A B$ puis une continuation quelconque (éventuellement nulle). Pour les dénombrer on considère le nombre de chaînons nécessaires pour atteindre B au moins une fois.

Ainsi le nombre de chemin directs de A à B est $m!$ et les continuations quelconques $(kn)^{p-m}$. Les chemins progressivement indirects de A à B se dénombrent à l'aide de la formule 3 et des approximations qui en découlent :

$$m!\, M(1)\,(n k)^{p-m-1} \qquad \text{(n'oublions pas ici que } N[1]=0\text{)}$$

$$m!\, N(2)\,(n k)^{p-m-2}$$

$$m!\, N(3)\,(n k)^{p-m-3}$$

etc.

Donc le nombre N_m est un polynôme en n dont le terme principal (c'est-à-dire le terme de plus haut degré en n) est le nombre de chemins qui vont directement de A à B et continuent ensuite n'importe comment :

$$P_m = m!\,(n k)^{p-m}.$$

P_m a un facteur n^{p-m}, et P_{m+1} a seulement un facteur n^{p-m-1}, donc, pour n suffisamment grand, on peut prendre l'approximation :

$$\frac{N_{m+1}}{N_m} \sim \frac{P_{m+1}}{P_m} = \frac{m+1}{n\,k} \leqslant \frac{p}{n\,k}\,.$$

Donc si est n est passablement plus grand que p, et si k est supérieur à 1, N_{m+1} est très petit comparé à N_m.[1]

Remarque: le développement exact de N_m est déjà compliqué, comme on l'a vu dans le calcul de la formule 3. En allant dans le détail, il faudrait encore tenir compte des chemins passant plusieurs fois par B et qui, d'après notre méthode, seraient comptés autant de fois qu'ils passent par B. Mais ces chemins ne forment qu'une partie relativement peu importante de l'ensemble et de ce fait ils n'entravent pas notre conclusion.

En d'autres termes nous venons de démontrer que plus B est éloigné de A, moins il est probable qu'un chemin de longueur p (partant de A) touche B.

Considérons maintenant trois mélodies A, B et C, données historiquement. On a constaté leurs divergences réciproques et on les a déjà classées par ordre de grandeur :

$$m_1 = \text{div.}\,A\,B\,, \quad m_2 = \text{div.}\,B\,C\,, \quad m_3 = \text{div.}\,C\,A\,; \quad m_1 < m_2 < m_3\,.$$

Nous prétendons que le nombre des chemins de longueur p qui vont de A par B à C (et continuent n'importe comment) est plus grand que le nombre de ceux qui vont de B par A à C (et continuent n'importe comment). C'est-à-dire $A\,B\,C\,..$ est plus probable que $B\,A\,C\,..$

Démonstration :

De part et d'autre nous groupons les chemins qui ont la même longueur q entre A et B. On a :

$$N^{AB} = N^{BA},$$

il reste le même nombre de chaînons disponibles $r = p - q$, d'une part pour le parcours $B\,C\,..$, d'autre part pour le parcours $A\,C$. Pour chaque valeur de q, on a

$$N^{BC..} > N^{CA..} \quad \text{puisque} \quad m_2 < m_3\,,$$

donc

$$N^{AB}\,.\,N^{BC..} > N^{BA}\,.\,N^{CA..}\,.$$

En faisant varier q de m_1 à $p - m_2$ et en faisant la somme de ces inégalités, on conclut que $N^{ABC\,..} > N^{BAC\,..}$.

---

1) Monsieur le Professeur B. L. van der Waerden a bien voulu m'indiquer cette démonstration qualitative ainsi que l'enchaînement des inégalités conduisant à la conclusion principale du paragraphe suivant.

On raisonne de la même manière pour les chemins $..ABC$ comparés aux chemins $..BAC$.

En comparant les trois ordres possibles ABC, BCA et CAB, on tire les conclusions suivantes :

1° Si $m_1 \leqslant m_2 < m_3$, B est l'intermédiaire le plus probable;

2° Si $m_1 < m_2 = m_3$, A et B sont également probables comme intermédiaires et C l'est moins ;

3° Si $m_1 = m_2 = m_3$, A, B et C sont également probables commes intermédiaires.

Nous avons établi ces conclusions pour le cas particulier d'une évolution par variation pure. Le nombre de notes de la mélodie restait le même au cours des modifications. D'après les définitions conduisant à l'indice de parenté (voir page 34) c'était le cas où $c = d = 0$. Donc pour chaque couple de mélodies apparentées nous pouvions observer $m = b$ et $n = a + b$, ainsi que l'ambitus de variation k.

En réalité l'évolution comporte le plus souvent de la variation et de l'élasticité, le musicien modificateur se permettant aussi d'ajouter ou de retrancher des notes. Le nombre de notes de la mélodie change éventuellement à chaque chaînon ; de ce fait les évènements ne sont plus statistiquement indépendants, et ceci complique considérablement la généralisation analytique. Cependant nous avons tiré des conclusions qualitatives en évaluant le terme principal du développement de N_m.

Nous prétendons que ce terme est analogue au terme principal du développement de N'_m, qui représente le nombre de chemins d'évolution (cette fois quelconque) partant de A et touchant une certaine mélodie B au moins une fois en p chaînons. Considérons deux formes apparentées A et B dont la divergence m consiste en b notes variées, c notes ajoutées de A à B, et d notes ôtées de A à B. Représentons pour la commodité du dessin, ces ensembles a, b, c et d, non pas mêlés, mais côte à côte :

```
A ...../----------/---/........
    c        a      b     d
B ----/----------/---/........
```

Ajoutons à l'ambitus de variation une *position de disparition*. On peut dire que les d notes ôtées de A à B ont «varié» de leur état dans A à la position de disparition, et que les c notes ajoutées de A à B ont «varié» de la position de disparition à leur état dans B. C'est seulement le sens à prêter aux nombres n et k qui est modifié : n dans le cas général, c'est le total fictif T, k c'est l'habituel *ambitus* de variation, augmenté d'une unité. Cette manière de faire ne donne pas un compte exact de toutes les éventualités, parce qu'il existe des évolutions qui sortent du cadre de T. On peut imaginer par exemple que de A à B, une évolution détournée consiste en l'adjonction puis le retrait d'une note étrangère à c. Mais si l'on considère les chemins directs de A à B, on voit qu'ils sont tous représentés dans le nouveau schéma.

Pour dénombrer N'_m, on considère que tous les chemins de longueur p ont un parcours $A\,B$ et une continuation quelconque. Le nombre de chemins directs entre A et B est encore m ! mais alors $m = b + c + d$; les continuations quelconques sont encore plus nombreuses que $(kn)^{p-m}$.

On voit que l'ordre de grandeur du développement de N'_m est encore P_m, ce qui permet d'étendre nos conclusions au cas général d'une évolution par variation, adjonction et retrait.

Remarque sur la tendance à l'expansion

L'hypothèse que le fait d'ajouter une note (n'importe laquelle et n'importe où) est aussi probable que celui d'enlever une note (n'importe laquelle) a une conséquence immédiate.

Si le nombre de notes de la mélodie initiale est n et l'ambitus $k + 1$, il y a n possibilités d'ôter une note, contre $(n + 1)(k + 1)$ d'en ajouter une.

Notre hypothèse reçoit une première manière de confirmation dans les époques où l'on peut constater cette tendance à l'expansion, et par là-même on devine qu'à d'autres époques elle n'est pas si fondée. On admettra volontiers qu'elle est valable au quinzième siècle, en pensant à cette manière d'écrire des chansons en partant d'une teneur donnée, à cet usage couramment admis, que la musique se développe plutôt qu'elle ne se crée. Par contre on pourra infirmer cette hypothèse, en remarquant qu'au seizième siècle les armatures, sur lesquelles on bâtit un tissu polyphonique, se sont réduites à un petit nombre, qu'on les répète parce qu'elles sont devenues courtes, que leur emploi est devenu un artifice de composition mais qu'elles sont elles-mêmes sclérosées. Nous pensons ici aux armatures des danses de cour allemandes : *Bentzenauer* et *Schwarzknab*, et à ces basses dont l'emploi s'est étendu à toutes les formes d'expression musicale et qui s'appellent *Ruggiero, Romanesca, Folia, Passamezzo antico, Passamezzo moderno*.

L'intermédiaire formel et la succession chronologique

Nous avons dénombré des chemins éventuels d'évolution entre des formes données historiquement. Le seul élément mesurable est la divergence entre deux formes, le sens de l'évolution ne se constate pas directement.

Parmi trois formes données, nous pouvons estimer la probabilité que l'une d'entre elles ait été un intermédiaire formel. Le terme «intermédiaire» doit être compris comme *position intermédiaire* le long des chemins éventuels de l'évolution. Examinons ce qui se passe au point de vue chronologique autour de cette forme déterminée.

Nous avons pris comme hypothèse de travail que l'évolution consistait en suites de modifications élémentaires, chacune étant appliquée d'une manière aléatoire, d'abord à la forme donnée, puis de proche en proche à la forme modifiée une fois, deux fois, etc. . . . jusqu'à p fois.

Nous avons donc postulé *a priori* qu'une forme provient d'une seule autre précédente et nous avons exclu par là qu'une forme puisse apparaître comme la synthèse de plusieurs formes antérieures. L'exclusion de la synthèse n'est pas une nouvelle hypothèse, mais une conséquence de l'hypothèse de l'évolution par modification d'un donné. Un musicien peut modifier une mélodie donnée plusieurs fois de suite et plusieurs musiciens peuvent la modifier tour à tour. Mais cette forme leur a été donnée dans des conditions semblables, c'est-à-dire comme une modification d'une forme antérieure, elle aussi particulière. Cela revient à dire que l'évolution ressemble à la croissance d'un arbre, que ses courants se ramifient mais ne se rejoignent pas, même si en apparence des branches se croisent.

Ce raisonnement conduit à un théorème qu'on peut exprimer de deux manières :

Si une mélodie est formellement l'intermédiaire de deux autres, elle est apparue antérieurement à l'une au moins des deux autres.

Si une mélodie est formellement l'intermédiaire de deux autres, elle ne peut pas être apparue postérieurement aux deux autres.

Ceci m'amène à préciser ce que j'entends situer chronologiquement dans le domaine pratique. Nous connaissons les basses danses parce que certaines d'entre elles se sont cristallisées (par exemple *La spagna)* et que pendant près d'un siècle on les a utilisées comme teneurs. D'autres ont été notées à une date que nous pourrons peut-être une fois établir. Mais nous ne savons pas si elles étaient cristallisées depuis longtemps ou si elles ne sont que des états relativement passagers d'une évolution. De toute façon il faut leur supposer une certaine durée de vie, le temps de recevoir un nom, d'être apprises par cœur par les danseurs, une vie qui justifie la rédaction des deux sources principales de ce répertoire. Dans cette durée de vie, les relations chronologiques que nous établirons concernent les moments où ces formes ont donnée lieu à des dérivées, par exemple le moment où l'on a inventé *Sans faire de vous departie* à partir du *Petit rouen.* (Voir page 108.)

Nous introduisons quelques signes conventionnels pour les relations chronologiques et nous rappelons le sens de quelques autres :

$>$ postérieur à	$\wedge$ conjonction
$<$ antérieur à	$\vee$ alternative

Par exemple $A \wedge B$ signifie A et B, tandis que $A \vee B$ signifie A ou B ou tous les deux.

Si dans un ensemble de trois formes $A\,B\,C$ nous signalons l'intermédiaire formel en soulignant la forme déterminée $\underline{A}\,B\,C$, le théorème ci-dessus s'exprime de la manière suivante :

$$\underline{A}BC \rightarrow (A < B) \vee (A < C).$$

Ses deux expressions verbales sont équivalentes ; en effet, entre trois formes on peut avoir *a priori* six relations chronologiques, la première expression évoque les quatre éventualités, la seconde les deux impossibilités :

éventualités

$$A < B < C$$
$$A < C < B$$
$$B < A < C$$
$$C < A < B$$

impossibilités

$$B < C < A$$
$$C < B < A$$

Dans un groupe de quatre formes apparentées (une pyramide) on a quatre groupes de trois formes (les triangles). Comme chacune des quatre formes appartient à trois triangles, il y a au moins deux formes de la pyramide qui sont des intermédiaires de triangles. D'autre part il y en a au plus trois, car si toutes les quatre apparaissaient comme intermédiaires, chacune dans un triangle, il n'y en aurait aucune qui soit la dernière des quatre. Ceci permet d'établir le *théorème 2* :

Si trois formes sur quatre sont des intermédiaires formels, la quatrième est chronologiquement la dernière.

Par exemple : $ABCD \rightarrow (D > A) \wedge (D > B) \wedge (D > C)$.

Si deux formes sur quatre sont des intermédiaires, on peut avoir deux types de constatations : $A\,B\,C\,D$ ou $A\,B\,C\,D$. Le second cas permet seul de tirer une conclusion.

C'est le *théorème 3* :

Si parmi quatre formes, l'une d'elles apparaît trois fois comme intermédiaire, elle ne peut être ni la dernière, ni l'avant-dernière des quatre.

Dans le cas $ABCD$ on sait déjà que ni A, ni B ne peut venir en dernier lieu. A ne saurait être l'avant-dernière forme, car il y aurait alors une triangle dans lequel A serait postérieure aux deux autres formes.

C'est à l'aide de ces trois théorèmes que nous allons tirer pratiquement les conclusions chronologiques de la théorie de l'évolution dans le domaine des basses danses. Nous verrons que cette application ne conduit pas dans tous les cas à une reconstitution complète d'un «arbre généalogique». Si la définition d'un intermédiaire formel avait eu pour conséquence l'antériorité absolue d'une forme parmi trois, il eut été plus facile de dessiner l'évolution la plus probable, mais ce n'est pas le cas en général. L'enchaînement des relations chronologiques est en réalité plus subtil, et il faut se contenter de quelques conclusions claires. Elles seront d'ailleurs suffisantes pour indiquer les dates de rédaction des sources et pour montrer que le courant de l'évolution des teneurs de basses danses a aussi un aspect géographique.

Il est vraisemblable que cette théorie de l'évolution des *cantus prius factus* trouvera d'autres domaines d'application que les basses danses. Dans cette perspective il est important de faire des réserves. Cette théorie rend compte des faits évolutifs dans la mesure où les idées se sont diffusées par modifications graduelles. Elle est impuissante devant les enchaînements de faits qui relèvent de la réaction. Elle se limite donc aux époques traditionnalistes, elle cesse d'être efficace dans les époques révolutionnaires. On peut tenter de l'employer pour la musique du quinzième siècle, mais il est illusoire d'en attendre beaucoup si l'on pense aux formes musicales ultérieures.

Sur d'autres plans, le seizième siècle nous donne des exemples frappants de formes qui provoquent leurs contraires : la connaissance du monde subit une révolution, la pensée religieuse se transforme brusquement. Même si l'on admet que la musique est la dernière expression artistique à aborder les conséquences des bouleversements intellectuels, on doit s'attendre alors que les formes, que les mélodies se déterminent aussi par réaction plutôt que par évolution insensible, que les contraires aient pu s'engendrer aussi bien que les semblables.

Enfin, pour une autre raison, il me semble que l'évolution a dû changer de caractère vers la fin du quinzième siècle. Dans une culture où le vecteur principal de la musique était la mémoire, l'attention des musiciens devait se porter sur la préservation des choses apprises. Leur liberté d'interprètes créateurs était conditionnée par la conscience de la tradition orale. Lorsque l'imprimerie permit de multiplier les exemplaires des œuvres définies une fois pour toutes, la ligne de la tradition orale perdit de son importance ; la liberté du musicien quitta le domaine essentiel des armatures pour se cantonner dans la décoration des structures écrites. L'enchaînement et la diffusion des idées ne peuvent plus être progressifs comme dans la première moitié du quinzième siècle. Il n'y a plus dès lors cette foule de musiciens anonymes, participant à la floraison continue d'un art collectif, mais un nombre plus restreint de créateurs, dont on connaît les noms, qui seuls peuvent se permettre de toucher à la matière musicale et qui s'imposent à eux-mêmes une attitude de recherche et d'originalité.

(Afin qu'on ne se méprenne pas sur les conséquences de cette théorie, il me faut prendre ici position contre la théorie de la mélodie originelle [Urmelodie]. Certains musicologues cherchent à faire remonter toutes les formes mélodiques à des types simples dans lesquels ils aimeraient reconnaître les idées-mères de la musique. Ils rêvent d'une histoire de la musique dans le style de la Genèse. Ma théorie de l'évolution ne pourra leur être d'aucun secours. L'évolution comprend tous les cas de transformation d'un donné, par variation et par élasticité ; donc elle comprend aussi la «création» comme le cas particulier de la modification d'un donné nul, et ceci peut se passer n'importe quand et non pas seulement à l'origine des temps.)

général. L'enchaînement des relations chronologiques est en réalité plus subtil, et il faut se contenter de quelques conclusions claires. Elles seront d'ailleurs suffisantes pour indiquer les dates de rédaction des sources et pour montrer que le contenu de l'évolution des teneurs de basses danses a aussi un aspect géographique.

Il est vraisemblable que cette théorie de l'évolution des *cantus prius factus* trouvera d'autres domaines d'application que les basses danses. Dans cette perspective il est important de faire des réserves. Cette théorie rend compte des faits évolutifs dans la mesure où les idées se sont diffusées par modifications graduelles. Elle est impuissante devant les enchaînements de faits qui relèvent de la réaction. Elle se limite donc aux époques traditionnalistes, elle cesse d'être efficace dans les époques révolutionnaires. On peut tenter de l'employer pour la musique du quinzième siècle, mais il est illusoire d'en attendre beaucoup si l'on pense aux formes musicales ultérieures.

Sur d'autres plans, le seizième siècle nous donne des exemples frappants de formes qui provoquent leurs contraires : la connaissance du monde subit une révolution, la pensée religieuse se transforme brusquement. Même si l'on admet que la musique est la dernière expression artistique à aborder les conséquences des bouleversements intellectuels, on doit s'attendre alors que les formes, que les mélodies se déterminent aussi par réaction plutôt que par évolution insensible, que les contraires aient pu s'engendrer aussi bien que les semblables.

Enfin, pour une autre raison, il me semble que l'évolution a dû changer de caractère vers la fin du quinzième siècle. Dans une culture où le vecteur principal de la musique était la mémoire, l'attention des musiciens devait se porter sur la préservation des choses apprises. Leur liberté d'interprètes créateurs était conditionnée par la conscience de la tradition orale. Lorsque l'imprimerie permit de multiplier les exemplaires des œuvres définies une fois pour toutes, la ligne de la tradition orale perdit de son importance ; la liberté du musicien quitta le domaine essentiel des armatures pour se cantonner dans la décoration des structures écrites. L'enchaînement et la diffusion des idées ne peuvent plus être progressifs comme dans la première moitié du quinzième siècle. Il n'y a plus dès lors cette foule de musiciens anonymes, participant à la floraison continue d'un art collectif, mais un nombre plus restreint de créateurs, dont on connaît les noms, qui seuls peuvent se permettre de toucher à la matière musicale et qui s'imposent, à eux-mêmes une attitude de recherche et d'originalité.

Afin qu'on ne se méprenne pas sur les conséquences de cette théorie, il me faut prendre ici position contre la théorie de la mélodie originelle (Urmelodie). Certains musicologues cherchent à faire remonter toutes les formes mélodiques à des types simples dans lesquels ils aimeraient reconnaître les idées mères de la musique. Ils rêvent d'une histoire de la musique dans le style de la Genèse. Ma théorie de l'évolution ne pourra leur être d'aucun secours. L'évolution comprend tous les cas de transformation d'un donné, par variation et par élasticité ; donc elle comprend aussi les créations comme le cas particulier de la modification d'un donné nul, et ceci peut se passer n'importe quand et non pas seulement à l'origine des temps.