

Gleichheit oder Wechsel

Autor(en): **Schwarz-van Wakeren, K.H.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Prisma : illustrierte Monatsschrift für Natur, Forschung und Technik**

Band (Jahr): **8 (1953)**

Heft 2

PDF erstellt am: **21.06.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-653682>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

GLEICHHEIT



oder WECHSEL?

Neue mathematische Theorien zum Glücksspiel

Von Prof. Dr. K. H. Schwarz-van Wakeren

DK 519.283

1. Das klassische System

Die Wahrscheinlichkeitsrechnung, deren Denkmale die modernen Naturwissenschaften und — Versicherungspaläste bilden, verdankt ihre Entstehung einem Glücksspiel in Frankreich im Jahre 1654. Damals wurde der Mathematiker und Philosoph Pascal um seine Entscheidung gebeten. Von den beiden Spielern sollte nämlich derjenige den ganzen Einsatz erhalten, der als erster drei Spiele gewann. Nachdem aber einer zwei Spiele und der andere eines gewonnen hatte, erzwang Unwetter den vorzeitigen Abbruch. Wie sollte der Einsatz gerechterweise verteilt werden?

Pascal löste das Problem (das von einem späteren Mathematiker noch falsch behandelt werden sollte!) richtig und erfand dabei zugleich die Wahrscheinlichkeitsrechnung. Nach ihrem Ausbau durch Fermat und andere gab ihr Laplace mit seiner 1813 veröffentlichten „Théorie analytique des probabilités“ die klassische Definition: Die mathematische Wahrscheinlichkeit für den Eintritt eines Ereignisses ist jener Bruch im Werte zwischen 0 (Unmöglichkeit) und 1 (Gewißheit), der die Anzahl aller Fälle, in denen das Ereignis eintreten könnte, als Nenner und die Zahl seiner tatsächlichen Eintritte als Zähler besitzt.

In obigem historischen Beispiel mußte nach höchstens zwei weiteren Spielen die Entscheidung fallen. Zwei Spiele, bei denen jedem einer und nur einer der Spieler 1 und 2 gleich wahrscheinlich gewinnt, können auf vier gleich mögliche Arten ausgehen: Sieg 1, Sieg 1 oder Sieg 1, Sieg 2 oder Sieg 2, Sieg 1 oder Sieg 2, Sieg 2. Daher ist die mathematische Wahrscheinlichkeit des Endsieges (und damit auch der gerechte Anteil am Einsatz) für den, der schon vorher zwei der drei erforderlichen Siege errungen hat, drei Viertel, für den anderen ein Viertel.

Ähnlich erfolgt die klassische Berechnung des Roulettespiels. Dieses wird in den Kasinos folgendermaßen gespielt. Eine drehbare, kreisrunde Mulde besitzt 37 gleichgroße Vertiefungen, die kunterbunt mit den Zahlen 0 bis 36 numeriert sind. Immer wechselt ein rotes mit einem schwarzen Fach ab. Nur das Fach 0 ist grün. Die Mulde wird kurz ange dreht und gleichzeitig die weiße Kugel in entgegengesetzten Umlauf versetzt. Die Reibungen verlangsamen beide Trägheitsbewegungen bald dermaßen, daß die Kugel zu den Vertiefungen sinkt. Schließlich bleibt sie in einer derselben liegen. Daß diese rot oder schwarz, geradzahlig oder ungerade, von 1 bis 18 oder von 19 bis 36 benummert sei, bildet den Gegenstand der drei einfachsten Wetten. Für sie alle gilt die klassisch definierte Wahrscheinlichkeit $18/36 = 1/2$, wobei allerdings die Fälle Null = zéro außer Betracht gelassen sind. Ihre Einbeziehung würde die Wahrscheinlichkeit nur um rund 1% verringern. Denn zéro sperrt den Einsatz, der dann beim nächsten von Null abweichenden Kugelfall nicht zu Gewinn, sondern bloß zur Rückerstattung führen kann.

Wir beschränken uns auf die bekannteste Spielart „rouge et noir“, da die diesbezüglichen Erkenntnisse auf „pair-impair“ und „manque (1—18) -passe (19—36)“ in gleicher Weise, auf colonne (Dutzend), transversale, carré, cheval usw. in verwickelterer Weise zu übertragen sind. Die folgende Überlegung möchte übrigens nicht nur für das Glücksspiel von Bedeutung sein, sondern für jede, auch in Natur und Technik so häufige Reihe von Ereignissen, die mit der gleichen Wahrscheinlichkeit $1/2$ eintreffen oder unterbleiben.

Bisher weiß die Wahrscheinlichkeitsrechnung dem Rouge-noir-Spieler bloß zwei Ratschläge zu erteilen. Beide sollen hier durch bessere ersetzt werden. Der erste lautete: Es ist völlig gleichgültig, ob auf rouge oder noir gesetzt

wird. Denn welche Ergebnisse auch immer vorangingen, die Chance für das einzelne Eintreffen jedes der beiden bleibt stets genau gleich $1/2$. Der zweite lautete: Absolut sicherer Gewinn ist möglich, wenn nach jedem Nicht-eintreffen der Einsatz verdoppelt wird.

2. Verbesserungen der Theorie.

Mehr als 1000 praktische Versuche bestätigten meine Vermutung, daß die klassische Behauptung der Unabhängigkeit der $1/2$ -Wahrscheinlichkeit von den vorangehenden Ergebnissen in Widerspruch zur Erfahrung stehe. Derartige war schon öfters von Praktikern behauptet worden. Man denke nur an die Buchführung der Lottospieler. Ein mathematischer Beweis schien mir jedoch bisher zu fehlen. Um zu einem solchen zu gelangen, stellte ich folgende Überlegung an.

Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß beispielsweise dreimal nacheinander Rot kommt, ist nach vorläufig noch unkorrigierter, klassischer Berechnung $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$, für zweimalige Aufeinanderfolge des gleichen demnach $\frac{1}{4}$, also doppelt so groß, für ein einzelnes, vereinzelt Eintreffen $\frac{1}{2}$, also viermal so groß. Wenn man elfmal spielt, ist demzufolge einmaliges Auftreten einer „Dreierserie“, zweimaliges je einer Zweierserie und vierfaches je eines isolierten Ereignisses zwischen zwei entgegengesetzten die wahrscheinlichste Verteilung.

In dieser Verteilung finden vier paarweise Aufeinanderfolgen des Gleichen (séries s) statt, zwei in der Dreierserie und je eine in jeder der beiden Zweierreihen. Dem stehen aber beinahe doppelt soviel, nämlich sieben paarweise Aufeinanderfolgen von Ungleichem gegenüber. Das Ergebnis 7 folgt ebenfalls auf einem anderen Wege. Solche Wechsel (permutations p) nämlich schließen jede der drei Serien und jeden der vier Einzelgänge ab.

In gewissem Sinne ist hierbei allerdings Kenntnis des folgenden, zwölften Ergebnisses als eines dem elften entgegengesetzten vorausgesetzt — eine in obiger Verteilung bereits vorweggenommene und zu ihr als der wahrscheinlichsten notwendig gehörige Voraussetzung. Sogar falls man sie als unerlaubt ablehnte, bliebe die der klassischen Behauptung widersprechende Tatsache bestehen: Wenn man das letzte Eintreffen eines von zwei an sich gleich wahrscheinlichen Ereignissen kennt, hat man für den nächsten Fall die Wahrschein-

lichkeit des anderen Ereignisses, also des Überganges p, als größer anzunehmen als die der Wiederholung s:

$$W_p > W_s$$

Bei der zahlenmäßigen Bestimmung der beiden Chancen tritt aber eine Verwicklung auf. Das Problem ist am leichtesten tabellarisch zu erfassen. Tabelle 1 erspart uns überdies den etwas längeren Beweis unseres allgemeinen Ergebnisses. In ihr bedeutet r die Höchstzahl aufeinanderfolgender, gleicher Ergebnisse, die bei der zugehörigen wahrscheinlichsten Verteilung¹⁾ einmal zu erwarten ist. p = Anzahl der permutations, der Übergänge von einem Element zum entgegengesetzten, daher zugleich die Gesamtzahl der Einsen-, Zweier- usw. Reihen. n = Zahl der Fälle (Spiele). W_s = Wahrscheinlichkeit der Aufeinanderfolge zweier gleicher Fälle, z. B. noir-noir.

Tabelle 1

r	p	n	W_p	W_s
2	3	4	$3/4$	$1/4$
3	7	11	$7/11$	$4/11$
4	15	26	$15/26$	$11/26$
.
.
8	255	502	$255/502$	$247/502$
:	:	:	:	:
r	$2^r - 1$	$2(2^r - 1) - r$	$\frac{2^r - 1}{2(2^r - 1) - r}$	$\frac{2^r - 1 - r}{2(2^r - 1) - r}$

Man sieht, das die W unserer Untersuchung sich von den klassischen mehrfach unterscheiden. Erstens sind sie nicht beide gleich; vielmehr ist stets die Wahrscheinlichkeit für das Folgen des entgegengesetzten größer als die für Wiederholung des zuletzt erlangten Ergebnisses. Zweitens konvergieren sie nur im Grenzfall eines unendlichen r, also einer Spielzahl der unmöglichen Größenordnung 2∞ gegen den klassischen Wert $1/2$. In Wirklichkeit bleibt jedes W_p über $1/2$, jedes W_s darunter. Drittens aber — und das ist eine nicht unbedenkliche Komplikation — sind unsere Wahrscheinlichkeitswerte keine Konstanten mehr. Sie hängen vielmehr von der Gliedzahl der größten einmal zu erwartenden Reihe, also gemäß unserer Formel von der Zahl $2(2^r - 1) - r$ der zu untersuchenden Fälle oder beabsichtigten oder nach dem Auftreten einer unwahrscheinlich langen Unglücksserie r zum Gewinnsaldo²⁾ erforderlichen Spiele ab.

¹⁾ Siehe für r = 8 auch Tabelle 3, Spalte „Häufigkeit“.

²⁾ In Höhe des größten Serieneinsatzes nach Tabelle 3.

Jedenfalls beweist unser Ergebnis das Gegenteil der klassischen Behauptung der Gleichwertigkeit: Es ist vorteilhafter, nach eingetroffenem rouge, pair, manque oder sonstigem Ereignis der klassischen Chance 1/2 das Gegenereignis zu erwarten als die Wiederholung des eingetroffenen.

Gehen wir nun zum zweiten klassischen Rat in Spielen mit den beiden einander ausschließenden Chancen 1/2 über: nämlich den Einsatz nach jedem verlorenen Spiel zu verdoppeln. Tatsächlich übertrifft die nächst höhere Zweierpotenz stets die Summe aller vorhergehenden, daher auch der jeweils verdoppelten Einsätze um den Gewinn 1. Die praktische Anwendbarkeit dieser mathematischen Wahrheit im Roulettespiel ist aber beschränkt. Denn sogar, wenn man über das nötige Spielkapital von — sagen wir: einer Million verfügte, machen die Kasinos meist schon die neunte Verdoppelung durch Festsetzung einer Mindest- und Höchstgrenze der Einsätze unmöglich. Wir schlagen daher an Stelle der geometrischen Reihen, z. B. 1, 2, 4, 8, 16 usw. des klassischen Systems, *a r i t h m e t i s c h e* Reihen vor. Solche und ihre Berechnung zeigt Tabelle 2.

Tabelle 2

Ordnung	Erste 8 Glieder	Summe (r=8)
nullte	1 1 1 1 1 1 1 1	8
erste	1 2 3 4 5 6 7 8	36
zweite	1 2 4 7 11 16 22 29	92
dritte	1 2 4 8 15 26 42 64	162
:	: : : : : : : :	:

Der Fettdruck der Zahlen deutet die Berechnung jedes folgenden Gliedes als Summe der links darüber und links daneben befindlichen 2 Zahlen an.

3. Praktische Anwendung

Der Spieler hat sich von vornherein je nach seinem Spielkapital, der Höhe des angestrebten Gewinnes und der beabsichtigten Anzahl von

Spiele für eine Reihe der Tabelle 2 als bleibende Richtschnur seiner Einsätze zu entscheiden. Nehmen wir an, daß die Absicht bestehe, 1000 Schilling zu riskieren, ebensoviel zu gewinnen und rund 500mal zu spielen. Das erfordert durchschnittlich 500 Minuten, bei gleichzeitigem Setzen auf drei verschiedene 50%-Chancen rund 170 Minuten. Der Spieler wählt die arithmetische Reihe zweiter Ordnung. Denn deren Achtersumme 92 ergibt, mit dem kleinsten Einsatz 10 Schilling (derzeitiges Minimum in den österreichischen Kasinos) multipliziert, beinahe 1000 Schilling. Und mit einer Achterserie als längster ist bei 500 Spielen durchschnittlich einmal zu rechnen.

Die Kugel läge im Roulette vom letzten Spiel her auf 13, also auf Ungerade, manque (unter 19) und Schwarz. Der Spieler setzt wegen der größeren Wahrscheinlichkeit des Wechsels je einen seiner kleinsten Jetons auf Gerade, passe und Rot. Das Ergebnis sei Gerade, passe und Schwarz. Er geht von dem siegreichen Gerade und passe sofort, wieder mit dem niedrigsten Einsatz, zu Ungerade und manque über, verdoppelt jedoch seinen Einsatz auf das unglückliche Rot. Bei einem dritten Eintreffen von Schwarz würde er vier, bei einem vierten sieben Jetons auf Rot setzen. Unsere Tabelle 3 umfaßt die Zusammenhänge der Einsatzhöhen, Gewinne, Verluste und Häufigkeiten mit der Serienlänge r, also der Anzahl ununterbrochen aufeinanderfolgender Eintritte des gleichen der beiden entgegengesetzten Ereignisse.

Die Einsätze sind in der Tabelle als Summen zweier Zahlen dargestellt. Die erste ist die Zahl der in derselben Serie bisher eingesetzten Jetons, die zweite die des jetzt, beim r-tenmal erforderlichen neuen Einsatzes. Die beiden Häufigkeitsspalten ergeben die theoretische Wechselzahl $p = 255$ wie in Tabelle 1 und eine noch weiter von der klassischen 251 entfernte.

Tabelle 3

r	Einsatz	Auszahlung	Gewinn	Verlust	Häufigkeit der r-Serie bei 502 Spielen		Theoretischer Gewinn	Gesamt-Verlust
					theor.	exper.		
1	1	2	1	—	128	135	128	—
2	1+2	4	1	—	64	60	64	—
3	3+4	8	1	—	32	32	32	—
4	7+7	14	—	—	16	14	—	—
5	14+11	22	—	3	8	10	—	24
6	25+16	32	—	9	4	5	—	36
7	41+22	44	—	19	2	1	—	38
8	63+29	58	—	34	1	1	—	34
Summe:	= 92				255	258	224	— 132=92

experimentell bestimmte 258. Letztere liefert die Chance $W_p = 258/502$ für Wechsel; hingegen $W_s = 244/502$ für Gleichheit zweier aufeinanderfolgender Ergebnisse. Klassisch wären beide Wahrscheinlichkeiten gleich $251/502$.

Wissenschaftliche Beachtung verdient die Übereinstimmung des wahrscheinlichsten Gewinnsaldos (in unserem Beispiel 92) mit dem höchsten Einsatz für die wahrscheinlich längste Reihe von r (8) aufeinanderfolgenden gleichen Ereignissen. Wenn Mathematik die Kunst ist, Rechnungen zu vermeiden, haben wir hier ein besonderes Kunstwerk entdeckt. Völlig allgemein ist nämlich der gesamte Gewinnsaldo bei $2(2^r - 1) - r$ -Spielen bei jeder beliebigen, andauernd befolgten Abhängigkeit zwischen Einsatz und Seriennummer stets gleich dem zur r -Serie erforderlichen Gesamteinsatz. Dieser ergibt sich leicht als eine Summe wie die in

Tabelle 2 für $r = 8$ ausgerechneten. Die notwendige Voraussetzung dafür bildet allerdings die wahrscheinlichste Verteilung der Serienlängen: eine r -Serie auf zwei $(r - 1)$ -Serien usw. bis zu den 2^{r-1} isolierten Fällen.

Eine solche wahrscheinlichste Verteilung wird zwar (gemäß dem Wahrscheinlichkeitssatz der großen Zahlen) in Millionen Spielen näherungsweise erreicht, nicht aber bei jeder einmaligen Versuchsreihe, durch Glücksspiel reich zu werden. Dies zur Warnung all jener, die das hier vorgetragene neue System am Ende gar als ein absolut sicher gewinnbringendes betrachten möchten. Sie könnten durch eine unglückliche Zehner- oder Zwölferreihe am Beginn ihres Spieles schmerzlich über den Unterschied zwischen allgemeiner Wahrscheinlichkeitstheorie und einmaliger rauher Wirklichkeit aufgeklärt werden.

Wasserstandskontrolle mittels Radioaktivität

DK 681.12:539.16

Eine durchaus neue Methode der Wasserstands- (Flüssigkeitsstands)-kontrolle wurde in Amerika mit gutem Erfolge eingeführt. Es gibt viele Fälle, wo sich an geschlossenen Gefäßen weder ein Guckfenster noch ein Wasserstandsglas anbringen läßt. Sehr heiße, korrosive Flüssigkeiten z. B., die im Vakuum kontinuierlich eingedampft werden sollen, gehören zu dieser Kategorie. Schon das Eindichten des Wasserstandsanzeigers in die Rohrstützen stellt bei stark ätzenden, heißen Chemikalien, wie beispielsweise Chromsäure, ein Problem dar. Die Benützung radioaktiver Strahlen zur Kontrolle soll diese Schwierigkeiten ganz vermeiden. Bekanntlich sendet eine radioaktive Substanz ständig elektrisch geladene Teilchen aus und ist die Intensität dieser Strahlung eine gegebene Größe, die, wenn man die passende Substanz wählt, über lange Zeiträume konstant bleibt. Jedes dieser geladenen Elementarteilchen vermag einen, wenn auch verschwindend kleinen Stromstoß auszuüben. Die passendste Apparatur, um diese Stromstöße quantitativ zu erfassen, ist das Geigerrohr, denn das im Rohre vorhandene elektrostatische Feld wird durch jedes in dieses Feld eintretende Elektron gestört und diese Störung augenblicklich durch die an das Geigerrohr angeschlossene Oszillatordröhre registriert. Läßt man einen Luftraum zwischen der radioaktiven Quelle und dem Geigerrohr frei, dann hat man es in der Hand, die ausgesandte Strahlung durch Zwischenschaltung von verschiedenen Körpern abzuschwächen oder auch ganz zu hindern. Gleichzeitig verringert sich aber auch die Geigerzahl (Zahl der Stromstöße pro Minute) der radioaktiven Quelle.

Auf diesem Prinzip beruht der neue, automatische Wasserstandsanzeiger. Die radioaktive Substanz (bei den beschriebenen Versuchen wurde ein radioaktivier-

ter Kobaltdraht verwendet) wird außen, an der Behälterwand, in der Höhe des gewünschten Wasserstandes angebracht. Um unerwünschte, seitliche Strahlungen zu vermeiden, wird dieser Körper in einen Stahlblock von den Ausmaßen $15 \times 15 \times 10$ cm eingebettet. Man läßt lediglich eine kleine Öffnung frei, durch die die Elektronen austreten können, und diese Öffnung wird gegen die Behälterwand gepreßt. In der gleichen Höhe, auf der anderen Seite des Gefäßes, diametral gegenüber, befindet sich, ebenfalls geschützt in einem Stahlblock, ein Geigerzähler, mit seinem Fenster der Gefäßwand zugewandt, um die Strahlungen auffangen und registrieren zu können.

Die Kontrollvorrichtung arbeitet wie folgt: Befindet sich der Flüssigkeitsspiegel in der gewünschten Höhe, dann empfängt das Geigerrohr ungefähr die halbe Strahlung (die Gefäßwände haben nur eine geringe Abschirmwirkung). Die sich bei korrekter Niveauhöhe ergebende Geigerzahl (Stromstärke) gilt als Nullstellung und wird in einer angeschlossenen Kontrollapparatur entsprechend adjustiert. Jede Änderung der Flüssigkeitshöhe vermindert oder erhöht die radioaktive Strahlung durch Änderung der Abschirmwirkung. Fällt die Geigerzahl (steigt das Flüssigkeitsniveau), dann wird durch eine Relaissteuerung ein Elektromotor betätigt, der eine Ventildrosselung vornimmt. Steigt aber die Geigerzahl (fällt der Flüssigkeitsspiegel), dann springt der Motor ebenfalls an, aber im umgekehrten Drehungssinne, d. h. das Ventil wird mehr geöffnet. Jedes Mal läuft der Motor so lange, bis der ursprüngliche Zustand wiederhergestellt ist. Eine Gefährdung des Bedienungspersonals durch radioaktive Strahlung ist praktisch ausgeschlossen, da diese viel zu schwach ist.