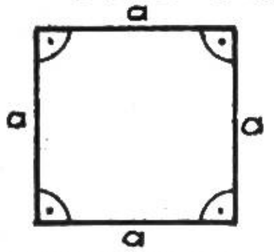
Zeitschrift: Pestalozzi-Kalender
Herausgeber: Pro Juventute
Band: 57 (1964)
Heft: [2]: Schüler

Rubrik: Geometrie

Geometrie

In den folgenden Formeln für die wichtigsten Grössen der ebenen Figuren und der Körper bedeuten:
U = Umfang F = Flächeninhalt O = Oberfläche
K = Gesamtkantenlänge M = Mantelfläche
G = Grundfläche V = Rauminhalt, Volumen
$\alpha, \beta, \gamma \ldots$ = Winkel; a, b, c … = Seiten; r, R, ϱ = Radien; h, h_1 = Höhe
⊾ = rechter Winkel Für π genügt meist der Wert 3,14

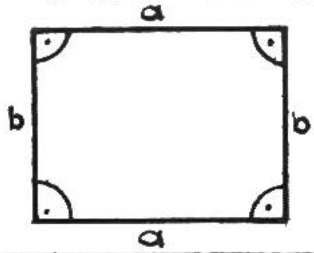
Das Quadrat



$U = 4 \cdot a$

$F = a \cdot a = a^2$

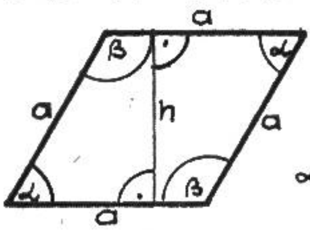
Das Rechteck



$U = 2 \cdot (a + b)$

$F = a \cdot b$

Der Rhombus, Raute

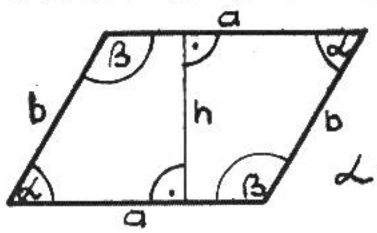


$U = 4 \cdot a$

$F = a \cdot h$

$\alpha + \beta = 180°$

Das Parallelogramm

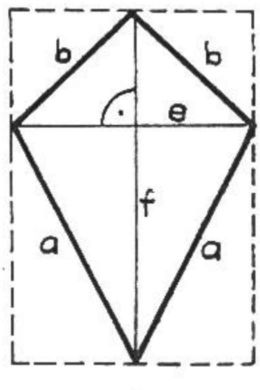


$U = 2 \cdot (a + b)$

$F = a \cdot h$

$\alpha + \beta = 180°$

Das Drachenviereck

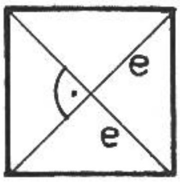


$U = 2(a + b)$

$F = \frac{e \cdot f}{2}$

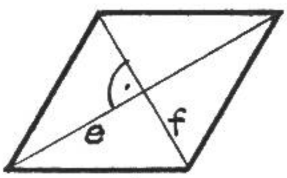
e; f = Diagonalen

Spezialfälle



Quadrat

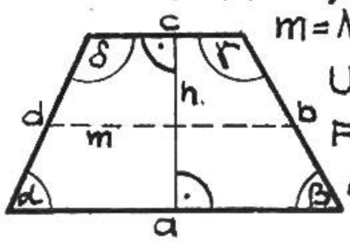
$F = \frac{e^2}{2}$



Rhombus

$F = \frac{e \cdot f}{2}$

Das Trapez



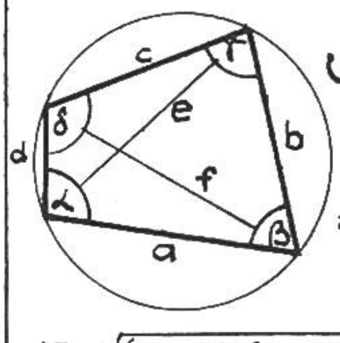
m = Mittelparallele

$U = a + b + c + d$

$F = m \cdot h = \frac{a + c}{2} \cdot h$

$\alpha + \delta = \beta + \gamma = 180°$

Das Sehnenviereck



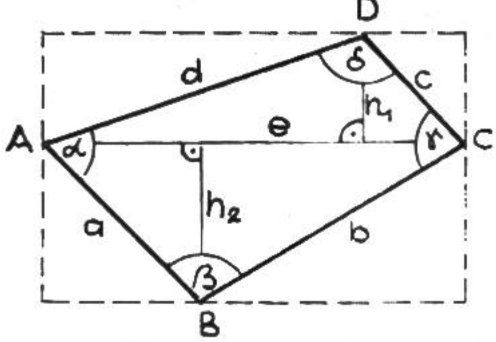
$U = 2 \cdot s = a + b + c + d$

$e \cdot f = a \cdot c + b \cdot d$

$\alpha + \gamma = \beta + \delta = 180°$

$F = \sqrt{(s - a) \cdot (s - b) \cdot (s - c)(s - d)}$

Das allgemeine (unregelmässige) Viereck

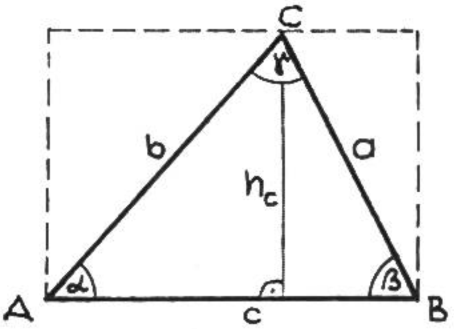


$$F = \frac{e\cdot(h_1+h_2)}{2} \qquad U = a+b+c+d$$

$$\alpha+\beta+\gamma+\delta = 360°$$

Zur eindeutigen Festlegung eines Vierecks sind im allgem. 5 Grössen, darunter 2 Seiten, erforderlich.

Das Dreieck



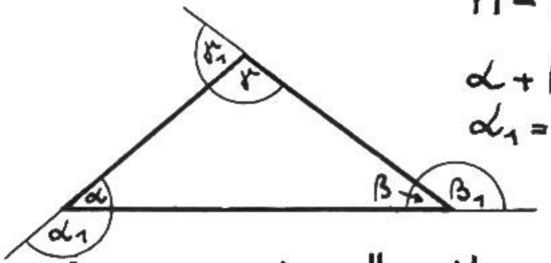
$$U = a+b+c = 2\cdot s$$

$$F = \sqrt{s\cdot(s-a)\cdot(s-b)\cdot(s-c)}$$ Heronische Formel

$$F = \frac{c\cdot h_c}{2} = \frac{a\cdot h_a}{2} = \frac{b\cdot h_b}{2} = \frac{g\cdot h}{2}$$

g = Grundlinie = a od. b od. c.

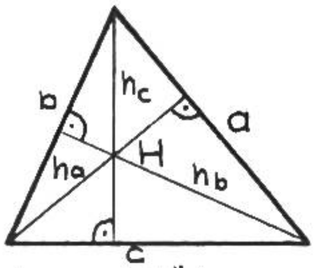
h = Höhe = h_a oder h_b oder h_c



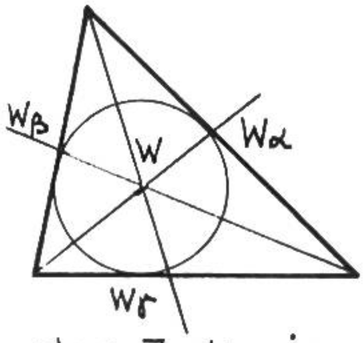
$\alpha+\beta+\gamma = 180°$ Jnnenwinkelsatz

$\alpha_1 = \beta+\gamma$; $\beta_1 = \alpha+\gamma$; $\gamma_1 = \alpha+\beta$
Aussenwinkelsätze

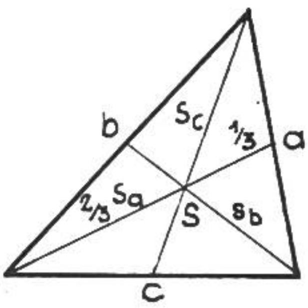
Vier merkwürdige Punkte im Dreieck



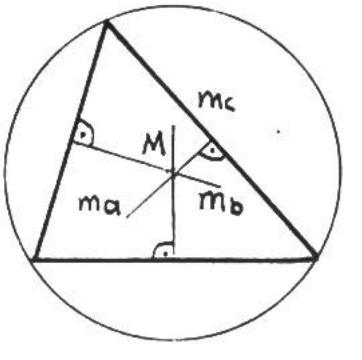
Die drei Höhen schneiden sich in einem Punkt, dem Höhenschnittpkt H.



Die 3 Winkelhalbierenden w_α, w_β, w_γ schneiden sich im Mittelpunkt des Jnkreises: W.



Die drei Seitenhalbierenden (Schwerlinien, Mittellinien) s_a, s_b, s_c schneiden sich im Schwerpkt S. Er teilt jede Linie im Verhältnis 1:2



Die 3 Mittelsenkrechten m_a, m_b, m_c schneiden sich im Mittelpunkt M des Umkreises.

Acht wichtige Sätze für das Dreieck

2 Dreiecke sind

kongruent, wenn sie übereinstimmen:

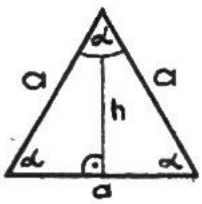
1. in den 3 Seiten (sss)
2. in 2 Seiten und dem Zwischen∢ (sws)
3. in 2 Seiten u. d. Gegen∢ der größeren Seite (ssw)
4. in 1 Seite u. 2 gleichliegenden ∢ (wsw; sww)

ähnlich, wenn sie übereinstimmen:

1. im Verhältnis der 3 Seiten
2. im Verhältnis zweier Seiten u. dem Zwischen∢
3. im Verhältnis zweier Seiten und d. Gegen∢ d. gr. Seite
4. in 2 Winkeln

Spezielle Dreiecke

Das gleichseitige Dreieck

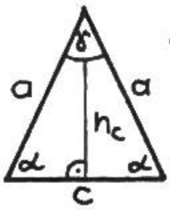


$\alpha = \beta = \gamma = 60°$

$a = b = c$; $h = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3}$

$F = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{a^2}{4} \cdot \sqrt{3} = \frac{h^2}{\sqrt{3}}$

Das gleichschenklige Dreieck

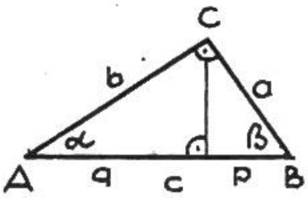


$\alpha = \beta$; $a = b$; $F = \frac{c \cdot h_c}{2}$

$h_c = m_c = s_c = w_\gamma$

$= \frac{\sqrt{(2a-c)\cdot(2a+c)}}{2}$

Das rechtwinklige Dreieck



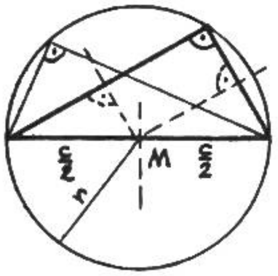
a, b = Katheten; c = Hypotenuse; $\gamma = 90°$; $\alpha + \beta = 90°$

$a^2 + b^2 = c^2$ Lehrsatz des Pythagoras

$h^2 = p \cdot q$ Höhensatz des Euklid

$p + q = c$

$a^2 = p \cdot c$; $b^2 = q \cdot c$ Kathetensätze d. Euklid

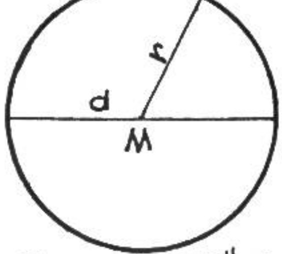


Mittelpkt d. Umkreises = Mitte d. Hypotenuse

$\left.\begin{array}{l} c = \text{Durchmesser} \\ \gamma = 90° \end{array}\right\}$ Satz des Thales

$F = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{c \cdot h}{2}$ $\quad r = \frac{c}{2}$

Der Kreis



$U = d \cdot \pi = 2 \cdot r \cdot \pi$

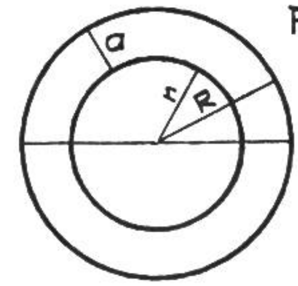
$F = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = r^2 \cdot \pi$

$= \frac{U^2}{4 \cdot \pi}$

Spezialfälle

Viertelkreis; Halbkreis

Der Kreisring



$F = R^2 \cdot \pi - r^2 \cdot \pi$

$= (R+r) \cdot (R-r) \cdot \pi$

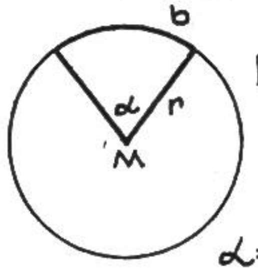
$= (R+r) \cdot a \cdot \pi$

$= (2r+a) \cdot a \cdot \pi$

$= (2R-a) \cdot a \cdot \pi$

$a = R - r$ = radiale Ringbreite

Der Kreissektor



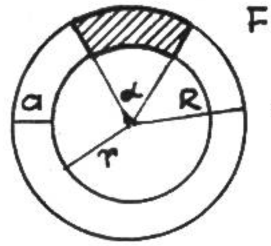
$$b=\frac{\pi\cdot\alpha}{360}\cdot d=\frac{\pi\cdot\alpha}{180}\cdot r$$

$$=\frac{U}{360}\cdot\alpha$$

$$\alpha=\frac{b\cdot 360}{U}=\frac{b\cdot 360}{d\cdot\pi}=\frac{b\cdot 180}{r\cdot\pi}$$

$$F=\frac{b\cdot r}{2}=\frac{r^2\cdot\pi}{360}\cdot\alpha=\frac{U^2\cdot\alpha}{4\cdot\pi\cdot 360}$$

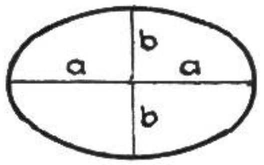
Das Kreisringstück



$$F=(R+r)\cdot(R-r)\cdot\pi\cdot\frac{\alpha}{360}$$

$$=(R+r)\cdot a\cdot\pi\cdot\frac{\alpha}{360}$$

Die Ellipse

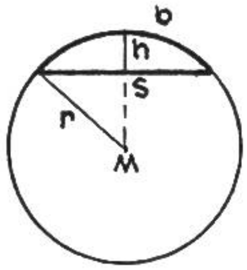


$F=a\cdot b\cdot\pi$

a = halbe große Achse

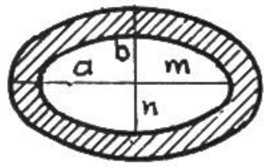
b = halbe kleine Achse

Das Kreissegment



$$F=\frac{r\cdot(b-s)+s\cdot h}{2}$$

Der elliptische Ring

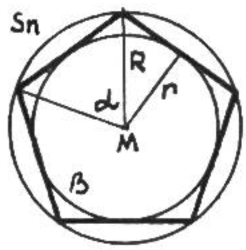


$F=(a\cdot b-m\cdot n)\cdot\pi$

a,b = Halbachsen d. äuss. Ellipse

m,n = Halbachsen d. inn. Ellipse

Das regelmässige Vieleck (n-Eck)



R = Radius des Umkreises

r = Radius des Inkreises

n = Seitenzahl = Eckenzahl

S_n = Vieleckseite

α = Zentriwinkel

β = Vieleckwinkel

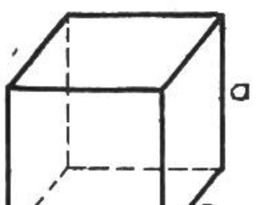
$U=n\cdot S_n$

$\alpha=\frac{360}{n}$; $\beta=180°-\alpha$

$S_n=2\cdot\sqrt{R^2-r^2}=\frac{2\cdot F}{n\cdot r}$

$F=\frac{n\cdot S_n\cdot r}{2}$

Der Würfel

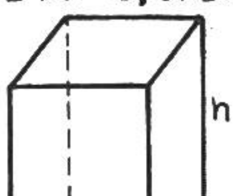


$K=12\cdot a$

$M=4\cdot a^2$; $O=6\cdot a^2$

$V=a^3$

Die quadrat. Säule



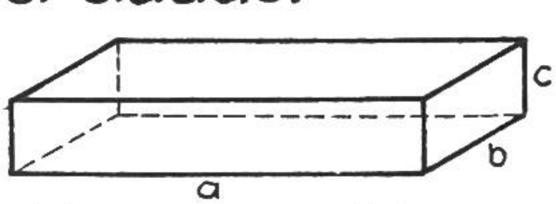
$K=8\cdot a+4\cdot h$

$M=4\cdot a\cdot h$

$O=2\cdot a\cdot(a+2\cdot h)$

$V=a^2\cdot h$

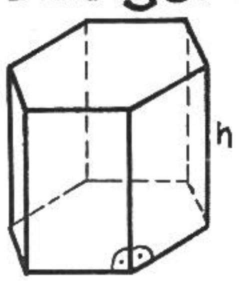
Der Quader



$K=4\cdot(a+b+c)$ $O=2(ab+ac+bc)$

$M=2\cdot c\cdot(a+b)$ $V=a\cdot b\cdot c$

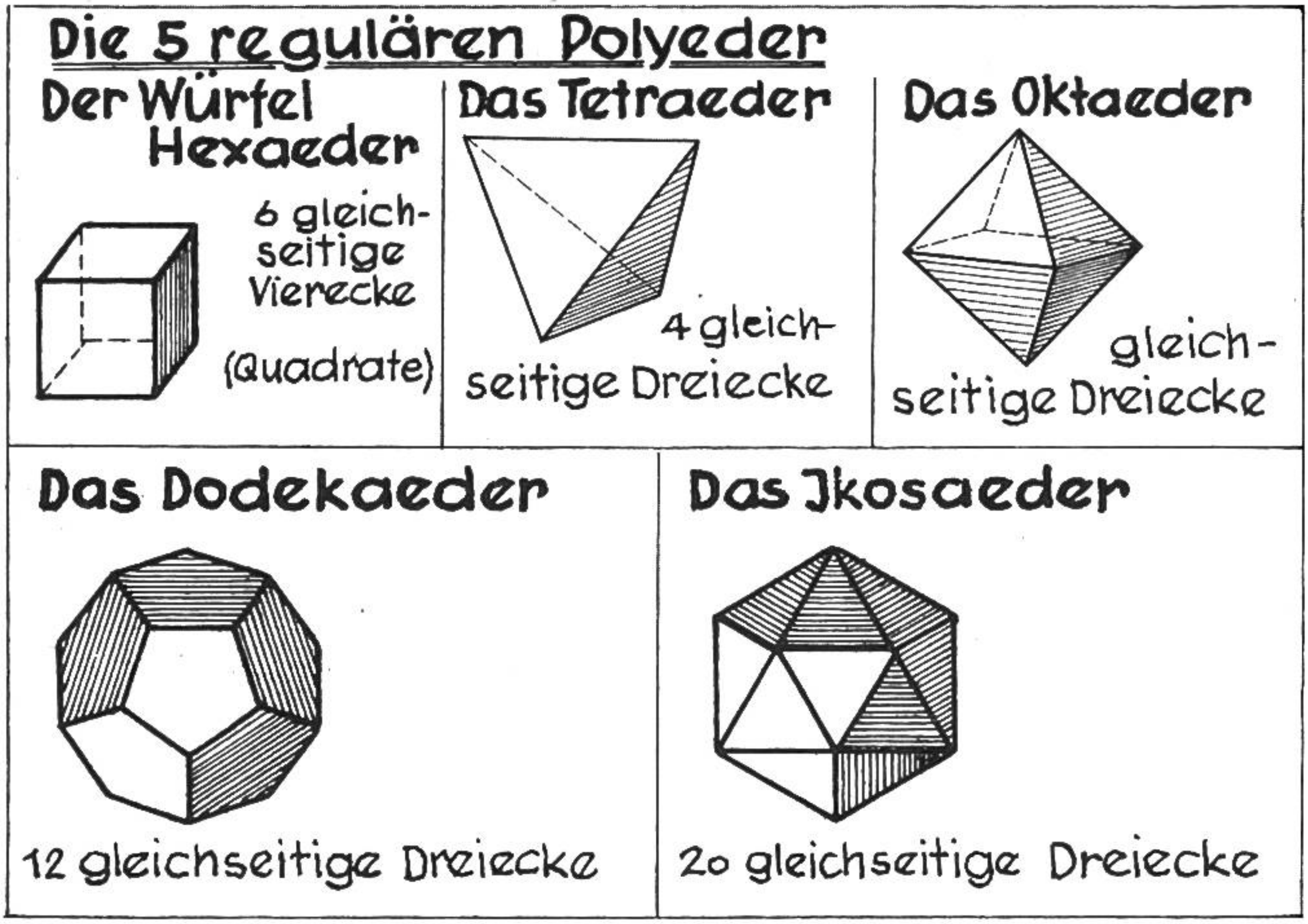
Das gerade Prisma



$M=U\cdot h$

$O=U\cdot h+2\cdot G$

$V=G\cdot h$



HÖCHSTE PASS-STRASSEN DER SCHWEIZ

Umbrailpass	2501 m	St. Gotthardstrasse	2108 m
Gr. St. Bernhard-Pass.	2469 m	Bernhardinstrasse	2065 m
Furkastrasse	2431 m	Oberalpstrasse........	2044 m
Flüelastrasse.........	2383 m	Simplon	2005 m
Berninastrasse	2323 m	Klausenpass	1948 m
Albulastrasse	2312 m	Lukmanierpass	1916 m
Julierstrasse	2284 m	Maloja	1815 m
Sustenstrasse	2224 m	Col du Pillon	1546 m
Grimselstrasse	2165 m	La Forclaz	1527 m
Ofenpass	2149 m	Jaunpass	1509 m
Splügenstrasse	2113 m	Col des Mosses.......	1445 m

DIE LÄNGSTEN EISENBAHNTUNNELS

Simplon-Tunnel 2 ...	19823 m	Arlberg-Tunnel......	10240 m
Neuer Apennin-T. ...	18510 m	Ricken-Tunnel	8603 m
Gotthard-Tunnel....	15003 m	Grenchenberg-Tunnel	8578 m
Lötschberg-Tunnel ..	14612 m	Neuer Hauenstein-T.	8134 m
New-Cascade-T. USA	12874 m	Pyrenäen-Tunnel	7600 m
Mont Cenis-Tunnel..	12849 m	Jungfraubahn-Tunnel	7113 m