Zeitschrift: Pestalozzi-Kalender

Herausgeber: Pro Juventute

Band: 26 (1933)

Heft: [1]: Schülerinnen

Rubrik: Geometrie

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

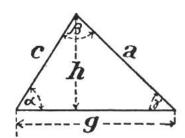
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 09.12.2025

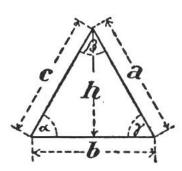
ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Geometrie

Formeln zur Inhaltsberechnung von Flächen u. Körpern

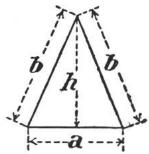


Dreieck:

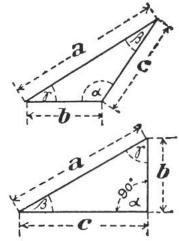


Gleichseitiges Dreieck:

Seiten =
$$a = b = c$$
, $x = x \beta = x y = 60$;
 $F = \frac{a^2}{4}\sqrt{3} = 0.433 a^2$; $\sqrt{3} = 1.73205$.
genauer 0.4330125. a^2
 $h = \sqrt{a^2 - \frac{b^2}{4}} = \sqrt{a^2 - \frac{c^2}{4}}$;
 $h = \frac{a}{2}\sqrt{3} = a.0.866025$.

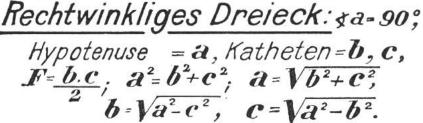


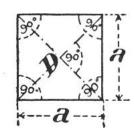
Grundlinie =
$$a$$
, gleiche Seiten = b
 $F = \frac{a}{4}\sqrt{(2b+a)\cdot(2b-a)} = \frac{a}{2}\sqrt{(b+\frac{a}{2})\cdot(b-\frac{a}{2})}$
 $h = \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{h^2}}, h = \sqrt{(b+\frac{a}{2})\cdot(b-\frac{a}{2})};$



Ungleichseitiges Dreieck:

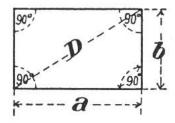
Seiten
$$a,b$$
 und $c,s = \frac{a+b+c}{2}$
 $F = \sqrt{s(s-a).(s-b).(s-c)}$.





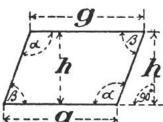
Quadrat: Seite=
$$a$$
, Diagonale= D ,
 $F = a \cdot a = a^2$, $a = \sqrt{F}$.

$$D = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2a^2} = a \cdot \sqrt{2} = a \cdot 1,4142.$$



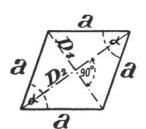
Rechteck:

Seiten a und b, Diagonale = D, F=a.b, $a=\frac{F}{h}$, $b=\frac{F}{a}$; $D=\sqrt{a^2+b^2}.$



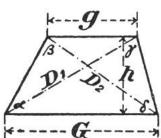
Parallelogramm:

Grundlinie = g, Höhe rechtwinklig auf Grundlinie = h, $F = g.h, g = \frac{F}{h}, h = \frac{F}{G}$



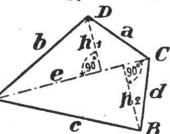
Rhombus:

Gleiche Seiten = a , Diagonalen Du.D. $F = a^2 \sin \alpha, \quad F = \frac{D_1 \cdot D_2}{2}$ $D_1 = \frac{2F}{D_2}, \quad D_2 = \frac{2F}{D_4}.$



Trapez:

Parallelseiten = G und g, Höhe = h, Diagonalen = \mathbf{D} , und \mathbf{D}_{g} , $F = \frac{G+g}{2}h$, $\angle \alpha + \beta + \gamma + \delta = 4R$

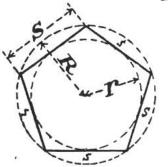


Trapezoid:

Diagonale AC, rechtwinklig darauf die Höhen h, und h 2

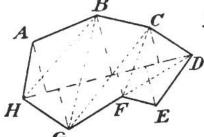
 $F = \underline{AC} \cdot h_1 + h_2 = \underline{e} \cdot h_1 + h_2$

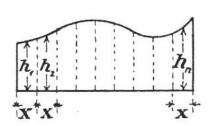
Reguläre Vielecke (Polygone):



Selte = S, Radius des umschriebenen Kreises = RRadius d.eingeschriebenen Kreises = I.

| Polygon | R | r | S | F |
|-----------|---------|---------|--------------------|------------------------|
| Dreieck | 0.5778 | 0.289 8 | 1.732R od.3.463r | 0.433 8° od. 1. 299 R2 |
| Quadrat | 0.7078 | 0.500 8 | 1.414 R ,, 2.000 r | 1.00081 ,, 2.000 R2 |
| Fünfeck | 0.8518 | 0.688 S | 1.176 R ,, 1.453 r | 1.72 8º ,, 2.378 R2 |
| Sechseck | 1.000 8 | 0.866 8 | 1.000 R ,, 1.155 r | 2.5988° ,, 2.598R2 |
| Siebeneck | 1.1528 | 1.038 S | 0.868R,, 0.963r | 3.634 S* ,, 2.736 R2 |
| Achteck . | 1.3078 | 1.208 S | 0.765 R ,, 0.828 r | 4.82882 ,, 2.828 R2 |
| Neuneck | 1.4628 | 1.374 8 | 0.684 R ,, 0.728 r | 6.18282 ,, 2.892R2 |
| Zehneck | 1.618 S | 1.540 8 | 0.618R,, 0.649r | 7.694 8 2 ,, 2.939 R2 |
| Elfeck | 1.775 8 | 1.704 8 | 0.563 R ,, 0.587 r | 9.366 S2 ,, 2.973 R2 |
| Zwölfeck | 1.932 8 | 1.866 8 | 0.518 R ,, 0.536 r | 11.19682 ,, 3.000 R2 |
| | | | 0 | E.Poch |



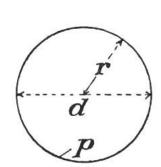




Die Fläche kann berechnet werden durch Zerlegung des Vielecks in Dreiecke mittels Diagonalen u. Summierung derermittelten Dreiecksflächen, oder auch durch Einteilung in Trapeze
u. Dreiecke vermittels einer passend gewählten
Abszisse und rechtwinklig auf diese errichteten
Koordinaten der Eckpunkte, Summierung des
ermittelten Inhalts dieser Trapeze u. Dreiecke

Durch Zerlegung in parallele Streifen von gleicher Breite x und mittl. Höhen $h_1 h_2 \dots h_n$.

$$F = X.(h_1 + h_2 \cdot \cdot \cdot \cdot + h_n).$$



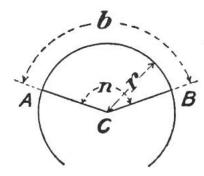
Kreis: Durchmesser =
$$d$$
, Radius = r ,
Umfang = p , Inhalt = F .

$$p = 2r \pi = d\pi = d.3,14159,$$

$$F = P^2 \mathcal{H} = \underline{d^2 \mathcal{H}} = 0.785. d^2$$

$$P = \sqrt{\frac{F}{TT}} = 0.564.\sqrt{F}$$

$$d = 2.\sqrt{\frac{F}{\pi}} = 1,128\sqrt{F}.$$



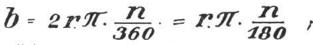
Kreissektor: (ABCA)

Radius = r, Bogen = b Zentriwinkel = n

$$F = \frac{r^2 \pi \cdot n}{360} = \frac{b \cdot r}{2}$$

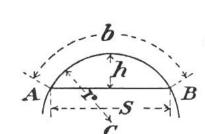
$$P = \sqrt{\frac{F.360}{\pi n}} = \frac{b}{\pi} \cdot \frac{180}{n} ;$$

$$n = \frac{360.F}{r^2 \pi} = \frac{b}{r \pi} \cdot 180;$$



Halbkreis: Bogen = $b = \pi r$, Fläche = $F = \frac{\pi r^2}{2}$.

Viertelkreis: $p = \frac{\pi r}{2}$, $F = \frac{\pi r^2}{4}$.



Kreisabschnitt:

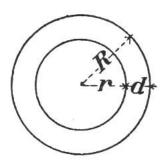
Sehne =
$$s$$
, Höhe = h , $F = \frac{2}{3}sh$.

genau $F = \frac{r^2\pi \cdot n}{360} - \frac{1}{2}s\sqrt{r^2 - \frac{4}{4}s^2} = \frac{br - s(r - h)}{2}$.

 $s = 2\sqrt{h(2r - h)}$; $r = \frac{s^2}{8h} + \frac{h}{2}$.

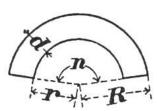
E. Pochon

Kreisring:

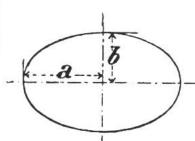


Aeusserer Radius = R. Innerer Radius = \mathbf{r} , $F = R^2 \pi - \mathbf{r}^2 \pi$. = $\pi(R+\mathbf{r}) \cdot (R-\mathbf{r})$. menn d = radiale Breite des Kreisrings so ist $F = \pi(2r+d).d$.

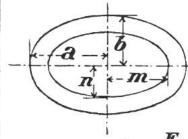
Kreisringstück (Konzentrisch)



Aeusserer Radius = R. Innerer Radius = r, Zentriwinkel=n, radiale Breite=d, $F = (R^2 \pi - r^2 \pi) \frac{n}{360} = (R^2 r^2) \cdot \frac{\pi n}{360}$; $=(R+r)d\frac{\pi n}{360}=(R+r)d.n.0.0087,$

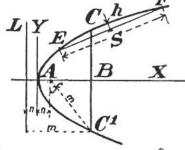


Ellipse: Halbe grosse Achse = a, Halbe Kleine Achse = b. Fläche $F = a.b.\pi$;

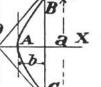


Elliptischer Ring: Halbe Achsen der äussern Ellipse=a,b, Halbe Achsen der innern Ellipse= m,n, Fläche: $F = \pi(ab-mn)$.

Parabelsegment ECFE:



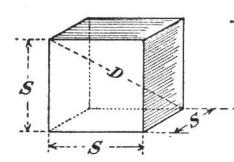
 $F = \frac{2}{3} S.h$, $S = \overline{EF}$, Parabelfläche CAC¹C: $F = \frac{2}{3} \overline{CC'} \cdot AB$



X Hyperbelsegment ABCA:

Sehne =
$$a$$
; Höhe = b , F (annähernd) = $\frac{3}{5}a.b$;

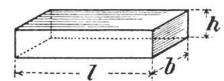
Tafel V



Würfel:

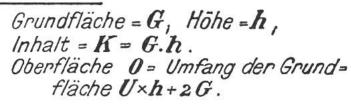
Seite = S, Inhalt = K, Oberfläche = O $K = S^3$, $O = 6S^2$, $S = \sqrt[3]{K}$ Diagonale = $D = \sqrt{3S^2} = S\sqrt{3} = S$ S = S = S

Parallelepipedon:

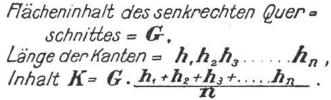


Länge = l, Breite = b, Höhe = h,
Inhalt = K = l. b. h.
Oberfläche = 0 = 2.(l.b+l.h+b,h)

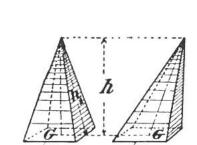
Prisma:



Schiefabgeschnittenes Prisma:



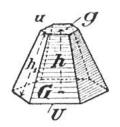
Bei mehr als 3 Kanten ist das Prisma regelmässig oder hat dasselbe wenigstens Axensymetrie.



Pyramide:

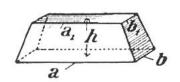
Grundfläche = G, Höhe = h, $K = \frac{G \cdot h}{3}$; $h = \frac{3K}{G}$, $G = \frac{3K}{h}$;

Mantel M = Umfang der Grundfläche $U \times h$; Oberfläche O = M + G.



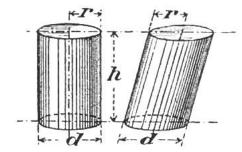
<u>Abgestumpfte Pyramide:</u>

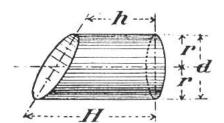
Parallele Endflächen = G, g, thr Abstand = h, thre Umfänge U, u, Mantel $M = \frac{U+u}{2} \cdot h$, $K = \frac{h}{3} (G+g+\sqrt{G}g)$, O = M+G+g.

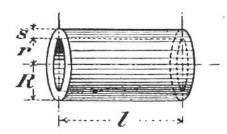


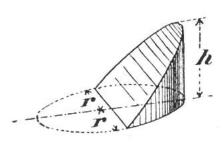
Obelisk, Wall, (regelmässig aufgeschütteler Haufen) $K = \frac{1}{6}h \left[(2a + a_1)b + (2a_1 + a_2)b_1 \right].$

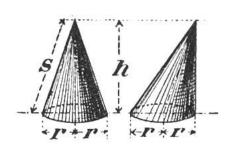
Tafel VI

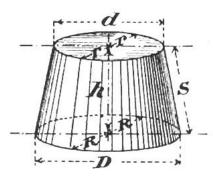












Cylinder (Walze)

Radius = r, Durchmesser = d, Höhe = hInhalt $K = r^2 \pi h$ oder $\frac{d^2 \pi}{4} \pi h$ $r = \sqrt{\frac{K}{\pi h}}$; $h = \frac{K}{r^2 \pi}$.

Mantel = $2r\pi h$ oder $d\pi h$.

Oberfläche = $2r\pi (r+h)$ oder $d\pi (\frac{d}{4}+h)$

Schiefabgeschnittener Cylinder:

Grösste Höhe = H, kleinste Höhe = h, lnhalt $K = r^2 \pi . \frac{H+h}{2}$ oder $\frac{d^2 \pi . \frac{H+h}{2}}{2}$ Mantel = $r\pi (H+h)$

Hohlcylinder (Rohr):

Innerer Radius = r,
Aeusserer Radius = R, Länge = l,
Wandstärke = s = R - r,
Inhalt $K = \pi.l.(R^2 - r^2)$, oder $K = \pi.l.s.(2R - s)$ oder $\pi.l.s.(2r + s)$.

Cylinderhuf:

Radius der Grundfläche = \mathbf{r} , Höhe des Hufes = h, Mantel = $2\mathbf{r}h$. Inhalt: $K = \frac{2}{3} \cdot \mathbf{r}^2 h$.

Kegel:

Radius der Grundflache = r.

Höhe = h, Seite = $s = \sqrt{r^2 + h^2}$,

Mantel $M = \pi r \sqrt{r^2 + h^2}$ oder $\pi r s$,

Oberfläche = $\pi r^2 + r \pi s$ oder $r \pi (r + s)$ oder = $\pi r \cdot (r + \sqrt{r^2 + h^2})$.

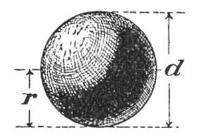
Inhalt $K = \frac{1}{3} r^2 \pi \cdot h$,

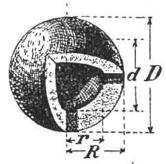
Inhalt $K = \frac{1}{3}r^2\pi . h$, $r = \sqrt{\frac{3K}{\pi . h}}, \quad h = \frac{3K}{r^2\pi}.$

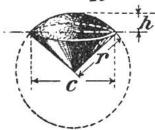
Abgestumpfter Kegel:

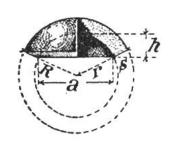
Radien der parallelen Endflächen = R und r, Ourchmesser = D und d, Höhe = h, Seite = s, Inhalt $K = \frac{1}{3}\pi h \left(R^2 + Rr + r^2\right)$ Mantel $M = \pi s \cdot (R + r)$.

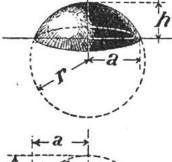
Oberfläche $O = \pi \cdot [R^2 + r^2 + (R + r)s]$.

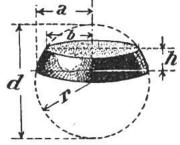












Kugel:

Radius = \mathbf{r} , Durchmesser = \mathbf{d} ,

Oberfläche $0 = 4r^2\mathcal{H} = 12,566r^2$, oder $\mathbf{d}^2\mathcal{H}$.

Inhalt $K = \frac{4}{3}r^3\mathcal{H} = 4,189r^3$, $K = \frac{0.r}{3}$, $K = \frac{d^3\mathcal{H}}{6} = 0,5236.d^3$;

Radius $\mathbf{r} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{0}{\mathcal{H}}}$; $\mathbf{r} = \sqrt[3]{\frac{3K}{4\mathcal{H}}}$.

Hohlkugel:

Acusserer Radius = R, innerer = r,
Acusserer Durchmesser = D, innerer = d,
Inhalt $K = \frac{4\pi}{3}(R^3-r^3) = \frac{\pi}{6}(D^3-d^3)$.

Kugelsektor:

Radius der Kugel = rBegrenzende Kalotte, Höhe = h, Durchm.=c, Oberfläche $0 = \frac{\pi r}{2}(4h+c)$ Inhalt $K = \frac{2}{3}r^2\pi h = 2,0944r^2h$.

Hohlkugelsektor:

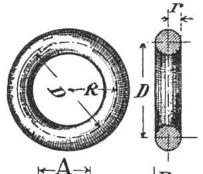
Aeusserer Radius = R innerer = rWanddicke = R-r = S, $r = \frac{a^2 + 4h^2}{8h}$ Inhalt $K = 2,094 \frac{h}{r} (R^3 - r^3)$.

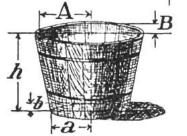
Kugelsegment (Kugelkalotte):

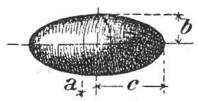
Radius der Kugel = r,
Radius der Grundfläche = a,
Höhe der Kalotte = h,
Oberfläche = $0 = 2\pi rh = \pi \cdot (a^2 + h^2)$ Inhalt $K = \frac{1}{6}\pi \cdot h \cdot (3a^2 + h^2)$ oder $= \frac{1}{3}\pi h^2 \cdot (3r - h)$.

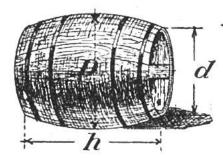
Kugelzone:

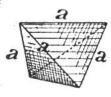
Höhe der Zone = h, Radius der Kugel = rRadius der Endflächen = a und b, Mantel $M = 2r\pi h$, Oberfläche $0 = M + a^2\pi + b^2\pi$; Inhalt $K = \frac{1}{6}\pi h (3a^2 + 3b^2 + h^2)$.



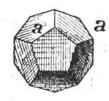


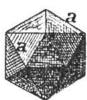












Cylindrischer Ring:

Radius des kreisförmigen Querschnittes = r, Durchmesser des Ringes = D, Radius = R, Inhalt $K = 2\pi^2 R r^2 = 2,467 Dd^2$. Oberfläche $O = 4\pi^2 R r = 9,87 Dd$.

Kübel:

Die unter sich parallelen Endflächen sind Ellipsen mit den Halbachsen A,B und a,b, Höhe zwischen den Endflächen = h. Inhalt $K = \frac{1}{6}\pi h [2(AB + ab) + Ab + aB]$.

Ellipsoid:

Bezeichnung der 3 Halbachsen = a.b.c, Inhalt $K = \frac{4}{3} \mathcal{H} a.b.c = 4,189 ab.c$.

Fass:

Spunddurchmesser = D, Bodendurchmesser = d, Höhe (resp. Länge) = h, Inhalt $K = \frac{1}{12} \pi h \cdot (2D^2 + d^2)$, $K = \frac{1}{15} \pi h \cdot (2D^2 + Dd + \frac{3}{2} d^2)$.

Reguläre Polyeder:

Tetraeder: (4 gleichseitige Dreiecksflächen)

Länge der Kante = a, Oberfl. $0 = a^2\sqrt{3} = 1,732.8^2$ Inhalt $K = \frac{1}{12}a^3\sqrt{2} = 0,11785.8^3$

Oktaeder: (8 gleichseitige Dreiecksflächen)

Kante = a, Oberfl. $0 = 2a^2\sqrt{3} = 3,4641016a^2$ Inhalt $K = \frac{a^3}{3}\sqrt{2} = 0,4714045 a^3$.

Dodekaeder: (12 regelmässige Fünfecke)

Kante = a, $0 = 3a^2\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} = 20,6457798^2$ Inhalt $K = \frac{a^3}{4}(15 + 7\sqrt{5}) = 7,663119 a^3$.

IKOSaeder: (20 gleichseitige Dreiecksflächen)

Kante = a, $0 = 5a^2\sqrt{3} = 8,6602545 a^2$. Inhalt $K = \frac{5}{12}a^3(3+\sqrt{5}) = 2,181695 a^3$.