Zeitschrift: Pestalozzi-Kalender

Herausgeber: Pro Juventute

Band: 11 (1918)

Heft: [1]: Schülerinnen

Rubrik: Geometrie

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

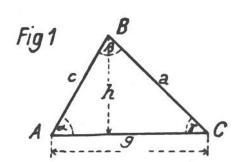
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

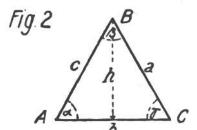
Download PDF: 25.10.2025

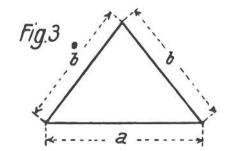
ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

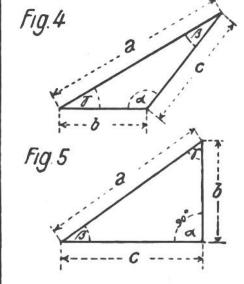
GEOMETRIE

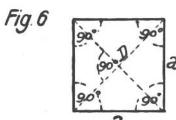
Formeln zur Inhaltsberechnung von Flächen und Körpern.











Dreieck:

Grundlinie · g; Höhe = h; Fläche • F $F = \frac{g \times h}{2} = \frac{g}{2} \cdot h = \frac{h}{2} \cdot g;$ $g = \frac{2F}{h}; \quad h = \frac{2F}{g}$ $4 \propto + 4B + 4y = 180° = 2R$

Gleichseitiges Dreieck:

Seiten = a=b=c, $4\alpha = \beta = \gamma = 60^{\circ}$ $F = \frac{a^{2}\sqrt{3}}{4} = 0.433 a^{2}$ (genauer 0,4330127 a^{2}) $h = \sqrt{a^{2} - \frac{b^{2}}{4}} = \sqrt{a^{2} - \frac{c^{2}}{4}}$

Gleichschenkliges Dreieck. Grundlinie = a, gleiche Seiten = b $F = \frac{a}{4}\sqrt{(2b+a)\cdot(2b-a)} = \frac{a}{2}\sqrt{(b+\frac{a}{2})\cdot(b-\frac{a}{2})}$

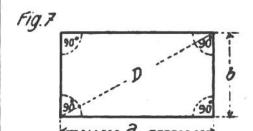
Ungleichseitiges Dreieck: Seiten a, b und c, $s = \frac{a+b+c}{2}$ $F = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$.

Rechtwinkliges Dreieck; $*a \cdot 90^{\circ}$ Hypothenuse = a, Katheten \cdot b und c, $F = \frac{b \cdot c}{2}$; $a^2 = b^2 + c^2$; $a \sqrt{b^2 + c^2}$; $b = \sqrt{a^2 - c^2}$; $c = \sqrt{a^2 - b^2}$.

Quadrat:

Seite = a. Diagonale = D; $F = a \times a = a^2$ $a = \sqrt{F}$ $D = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2a^2} = a\sqrt{2} = a.1,4/42$

Tafel II



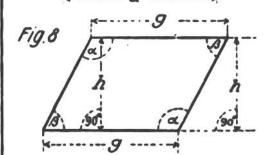
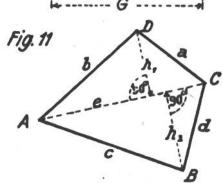
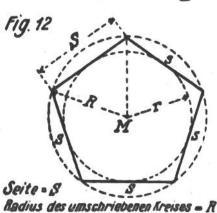


Fig.9 a D. D. a

Fig. 10





Radius des eingeschriebenen Kreises = 2º

Rechteck:

Seiten-a und b, Diagonale-D $F = a.b; \quad a = \frac{F}{b}; \quad b = \frac{F}{a};$ $D = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Parallelogramm:

Grundlinie = g; Höhe(rechtwinklig auf Grundlinie) = h F = g.h; $g = \frac{F}{h}$; $h = \frac{F}{g}$;

Rhombus:

Gleiche Seiten • a, Diagonalen D, u. D_2 $F = a^2 \sin \alpha ; F = \frac{D_1 \cdot D_2}{2} .$

Trapez:

Parallelseiten = G und g; Höhe = hDiagonalen = D, und D_2 $F = \frac{G+g}{2} \cdot h$;

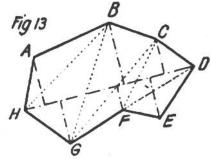
Trapezoid:

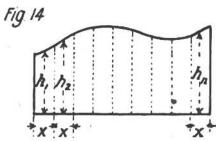
Diagonale \overline{AC} und rechtwinklig darauf die Höhen h_1 und h_2 $F = \overline{AC} \cdot h_1 + h_2 \cdot = \frac{e}{2} \cdot h_1 + h_2$

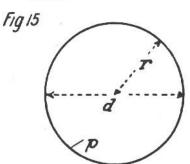
Regulare Vielecke (Polygon):

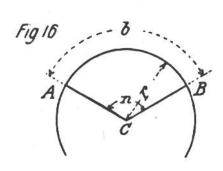
Polygon	R	~	N.	F
Dreieck	0.577 5	a 289 S	1.732 Rod 1.463 P	0 433 S2 od 1.299 R
Quadrat	0.7075	0.500 8	1.414 R . 2.000 P	1.000 S . 2.000 R
Fünfeck	0.8518	0.695 B	1.176 R . 1.463 P	1.721 S' , 2.378 R
Sechsock	1.0008	0.866.8	1000 R . 1.155 F	2.690 S2 n 2.590 R4
Siebeneck	1.152 8	1.038 8	0.068 R = 0.963 F	3.364 3° , 2.736 R1
Achtech	1.307 8	1.200 3	0.765 R . 0.828 F	4.020 S' . 2.828 R
Neuneck	1.462 8	1.374 B	Q 650 R . Q 728 P	6.182 82 v 2.892 R
Zehneck	1.618 8	1.5008	4610 R . 0.649 F	7.694 3° n 2.939 R
Elfech	1.7750	1.704 8	0.583 R . 0.587 F	9.366 8° 2.973 84
Zwölfeck	1.932 8	1.865 8	0.500 R . 0.536 F	11.190 8 " 3.000 R4

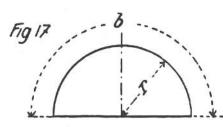
C. Paaton

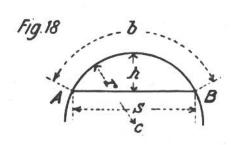












Unregelmassige Vielecke od Flachen:

Die Flache Kann bestimmt werden durch
Zerlegung des Vielecks in Dreiecke mittelst
Diagonalen und Summierung der ermittelten Dreiecksflachen, oder durch
Einteilung in Trapeze u Dreiecke ver =
mittelst der Koordinaten der Eckpunkte
auf eine rechtwinklig gewählte Axe Fig 13

Durch Zerlegung in parallele Streifen gleicher Breite Fig. 14 $F = x. (h, +h_2 + \dots h_n)$

Kreis:

Durchmesser = d; Radius = r Umfang = p; Inhalt = F $p = d.\pi = d.3,14159$ = $2r\pi$; $F = \frac{d^2\pi}{4} = 0,785 d^2 = r^2\pi$. $r = \sqrt{\frac{F}{\pi}} = 0,564 \sqrt{\frac{F}{\pi}}$; $d = 2\sqrt{\frac{F}{\pi}} = 1,128 \sqrt{\frac{F}{\pi}}$.

Kreissektor: (ABC) Fig 16

Radius = r; Bogen = b;

Zentriwinkel = n;

$$F = \frac{r^{2}\pi \cdot n}{360} = \frac{b \cdot r}{2}$$

$$r = \sqrt{\frac{F}{\pi} \cdot \frac{360}{n}} = \frac{b}{\pi} \cdot \frac{180}{n};$$

$$n = 360 \cdot \frac{F}{r^{2}\pi} = \frac{b}{r\pi} \cdot 180$$

$$b = 2r\pi \cdot \frac{n}{360} = r\pi \cdot \frac{n}{180}.$$

<u>Halbkreis</u>: Bogen = $b = \pi r$, Flache = $F = \frac{\pi r^2}{2}$ <u>Viertelkreis</u>: Bogen = $b = \frac{\pi r}{2}$; Flache = $F = \frac{\pi r^2}{4}$

Kreisabschnitt: Fig.18

Sehne = S, Höhe = h, $F = \frac{2}{3}$ S.h,

genau $F = \frac{r^{2}\pi n}{360} - \frac{1}{2}s\sqrt{r^{2}-1/4}s^{2} = \frac{\delta r - s.(r-h)}{2}$ $S = 2\sqrt{h(2r-h)}$, $r = \frac{S^{2}}{8h} - \frac{h}{2}$.

Fig. 19

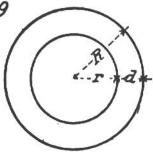


Fig.20

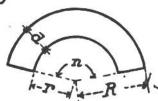


Fig. 21

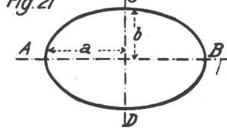


Fig. 22

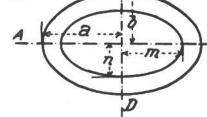
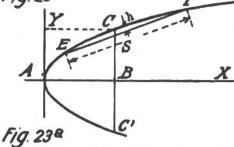


Fig. 23



Kreisring:

Aeusserer Radius = R. Innerer Radius = r. $F = R^2 \pi - r^2 \pi$. $= \pi.(R+r).(R-r).$ wenn d = radiale Breite des Kreisrings soist F = T. (2r+d). d .

Kreisringstück: (Konzentrisch)

Aeusserer Radius = R , Innerer Radius = T. Zentriwinkel = n, radiale Breite-d $F = (R^2 \pi - r^2 \pi) \frac{n}{360} = (R^2 r^2) \cdot \frac{\pi \cdot n}{360}$ $=(R+r)d\frac{\pi n}{360} = =(R+r)d.n.0.0087$

Ellipse:

Halbe Achsen der Ellipse = a und b, $F = a.b. \mathcal{I}$

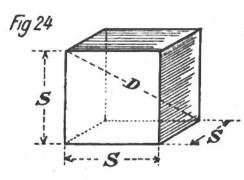
Elliptischer Ring:

Halbe Achsen der äussern Ellipse-a, b Halbe Achsen der innern Ellipse-m.n $F = \pi.(ab-mn)$.

Parabelsegment ECF: $F = \frac{2}{3} s.h, \quad s = \overline{EF},$

Parabelfläche CAC1:
F= 2 CC'. AB ,

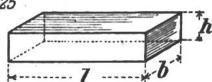
Hyperbelsegment ABC: Sehne = a , Höhe = b F(annähernd) = 3 b.a;



Würfel:

Seite = S, Inhalt = K, Oberfläche = O $K = S^3$, $O = 6S^2$, $S = \sqrt[3]{K}$ Diagonale = $D = \sqrt{3S^2} = S\sqrt{3} = S$. 1,732050

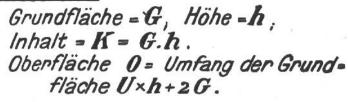
Fig.25

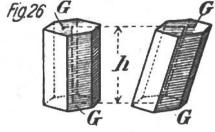


Parallelflach:

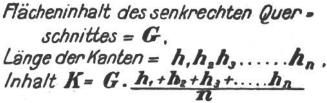
Länge = l , Breite = b , Höhe = h , Inhalt = K = l . b . h , Oberfläche = 0 = 2 . (l.b+l.h+b.h)

g Prisma:





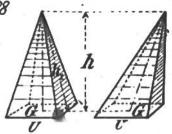
Schiefabgeschnittenes Prisma:



Bei mehr als 3 Kanten ist das Prisma regelmässig oder hat dasselbe wenigstens Axensymetrie

Fig.27 h, G 59

Fig. 28



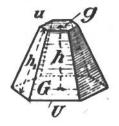
Pyramide:

Grundfläche = G, Höhe = h, $K = \frac{G \cdot h}{3}$, $h = \frac{3K}{G}$, $G = \frac{3K}{R}$,

Mantel $M = Umfang der Grundfläche U \times \frac{h}{2}$;

Oberfläche O = M + G

Fig. 29



Abgestumpfte Pyramide:

Parallele Endflächen = G,g, ihr Abstand = h.

ihre Umfänge U,u. Mantel $M = \frac{U+u}{2}$. h, $K = \frac{h}{3}(G+g+\sqrt{Gg})$, O = M+G+g.

Fig.30



Obelisk, Wall, (regelmässig aufgeschütteter Haufen) $K = \frac{1}{6}h \left[(2a+a_1)b + (2a+a_2)b_1 \right]$

7-1

Cylinder (Walze)

Radius - r, Durchmesser - d, Höhe - h Inhalt K = r.I.h oder d. I.h $r = \sqrt{\frac{K}{n \cdot k}}, h = \frac{K}{n \cdot k}$

Mantel = 2r.T.h oder d.T.h. Oberfläche = $2r\pi.(r+h)$ oder $d\pi.(\frac{d}{2}+h)$.

Schiefabgeschnittener Cylinder.

Grässte Höhe = H, kleinste Höhe = h, Inhalt K = r2T. H+h oder d2T. H+d Mantel = rT(H+h)

Hohlcylinder (Rohr):

Innerer Radius = I. Aüsserer Radius = R , Länge = l , Wandstärke = 8 - R - r, Inhalt $K = \pi.l.(R^2-r^2)$, oder K = I.l.s (2R-s) oder I.l.s (2r+s).

Cylinderhuf:

Radius der Grundfläche = T. Höhe des Hufes = h, Mantel = 2rh. Inhalt: K = 2 r2h.

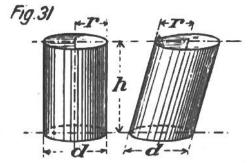
Kegel:

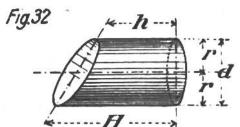
Radius der Grundfläche = I. Höhe = h . Seite = $S = \sqrt{r^2 + h^2}$, Mantel M = Tr. Vr2+h oder T.r.S, Oberfläche = T.r2+ r.T.S oder rT(r+S) oder = $\pi r. (r + \sqrt{r^2 + h^2})$.

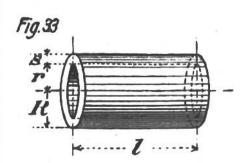
Inhalt $K = \frac{1}{3}r^2\pi . h$ $r = \sqrt{\frac{3K}{\pi h}}, \quad h = \frac{3K}{r^2\pi}.$

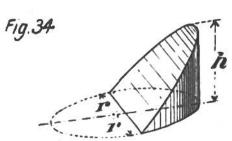
Abgestumpfter Kegel:

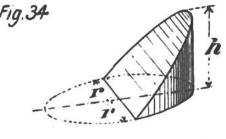
Radien der parallelen Endflächen = R und r. Ourchmesser = Dundd, Höhe = h, Seite = s, Inhalt K= + Th (R2+Rr+r2) $\pi h' (D^2 + Dd + d^2)$ Mantel $M = \pi s(R+r)$.

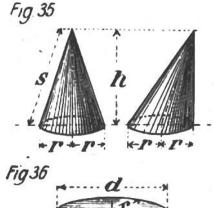












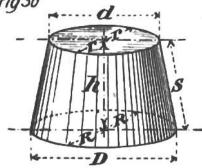
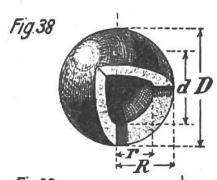
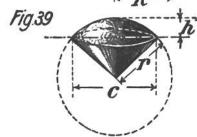
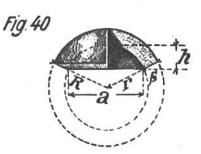
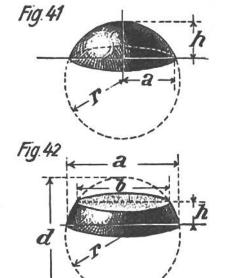


Fig.37









Kugel:

Radius = \mathbf{r} , Durchmesser = \mathbf{d} ,

Oberfläche $0 = 4\mathbf{r}^2\mathcal{H} = 12,566\mathbf{r}^2$, oder $\mathbf{d}^2\mathcal{H}$.

Inhalt $K = \frac{4}{3}\mathbf{r}^3\mathcal{H} = 4,189\mathbf{r}^3$, $K = \frac{0.\mathbf{r}}{3}$, $K = \frac{\mathbf{d}^3\mathcal{H}}{6} = 0,5236.\mathbf{d}^3$;

Radius $\mathbf{r} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{0}{\mathcal{H}}}$; $\mathbf{r} = \sqrt[3]{\frac{3K}{4\mathcal{H}}}$

Hohlkugel:

Acusserer Radius = R, innerer = r,
Acusserer Dürchmesser = D, innerer = d,
Inhalt $K = \frac{4\pi}{3}(R^3-r^3) = \frac{\pi}{6}(D^3-d^3)$.

Kugelsektor:

Radius der Kugel = \mathbf{r} Begrenzende Kalotte, Höhe = \mathbf{h} , Durchm = \mathbf{c} , Oberfläche $\mathbf{0} = \frac{\pi \mathbf{r}}{2}(4\mathbf{h} + \mathbf{c})$ Inhalt $\mathbf{K} = \frac{2}{3}\mathbf{r}^2\pi \mathbf{h} = 2,0944\mathbf{r}^2\mathbf{h}$.

<u> Hohlkugelsektor:</u>

Aeusserer fladius = R innerer = rWanddicke = R-r = S, $r = \frac{a^2 + 4h^2}{8h}$ Inhalt $K = 2,094 \frac{h}{r} (R^3 - r^3)$.

Kugelsegment (Kugelkalotte):

Radius der Kugel = r,
Radius der Grundfläche = a,
Höhe der Kalotte = h,
Oberfläche = $O = 2\pi rh = \pi \cdot (a^2 + h^2)$ Inhalt $K = \frac{1}{6}\pi \cdot h \cdot (3a^2 + h^2)$ oder $= \frac{1}{3}\pi h^2 \cdot (3r - h)$.

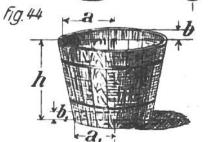
Kugelzone:

Höhe der Zone = h, Radius der Kugel = rDurchmesser der Endflächen = a und b,

Mantel $M = 2r\pi h$, Oberfläche $0 = M + a^2\pi + b^2\pi$;

Inhalt $K = \frac{1}{6}\pi h (3a^2 + 3b^2 + h^2)$

Fig 43



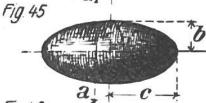


Fig.46

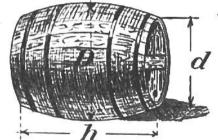


Fig. 47

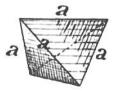


Fig 48



Fig. 49



Fig 50



Cylindrischer Ring :

Radius des kreisformigen Quenschnittes = r, Ourchmesser des Ringes = D, Radius = R, Inhalt $K = 2\pi^2 R r^2 = 2,467 Dd^2$. Oberflache $O = 4\pi^2 R r = 9,87 Dd$.

Kübel.

Die unter sich parallehen Endflächen sind Ellipsen mit den Halbachsen a b und a, b, Höhe zwischen den Endflächen = h. Inhalt $K = \frac{1}{6} \pi h [2(ab+a,b)+ab,+a,b]$

Ellipsoid:

Bezeichnung der 3 Halbachsen = a, b, c, Inhalt $K = \frac{4}{3} \mathcal{H} a$, b, c

Fass.

Spunddurchmesser = D , Bodendurchmesser = d , Höhe (resp. Länge) = N , Inhalt K = 1,0453 h (0,4D²+0,2Dd+0,15d²).

Reguläre Polyeder:

Tetraeder: (4 gleichseitige Dreiecksflächen)

Länge der Kante = a, Oberfl $0 = a^2\sqrt{3} = 1,732a^2$ Inhalt $K = \frac{1}{12}a^3\sqrt{2} = 0,11785a^3$

Oktaeder: (8 gleichseitige Dreiecksflächen)

Kante = a, Oberfl. $0 = 2a^2\sqrt{3} = 3,464116a^2$ Inhalt $K = \frac{3}{4}\sqrt{2} = 0.4714045.2^3$

Inhalt $K = \frac{2}{3}\sqrt{2} = 0,4714045 \, 2^3$.

Dodekaeder: (12 regelmässige Fünfecke)

Kante = a, $0 = 3a^2\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} = 20,645729a^2$ Inhalt $K = \frac{a^3}{4}(15 + 7\sqrt{5}) = 7,663119a^3$.

IKOSaeder: (20 gleichseitige Dreiecksflächen)

Mante = a, $0 = 5a^3\sqrt{3} = 8,6602545 a^2$. Inhalt $K = \frac{5}{12}a^3(3+\sqrt{5}) = 2,181695 a^3$.

E. Pochon