

**Zeitschrift:** Pestalozzi-Kalender  
**Herausgeber:** Pro Juventute  
**Band:** 10 (1917)  
**Heft:** [1]: Schüler  
  
**Rubrik:** Geometrie

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 25.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# GEOMETRIE

Tafel I

## Formeln zur Inhaltsberechnung von Flächen und Körpern.

Fig 1

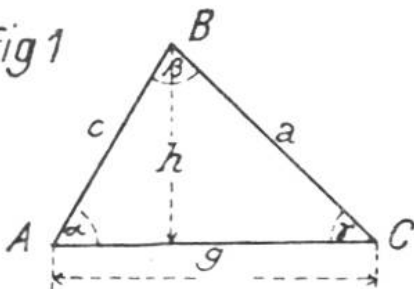


Fig 2

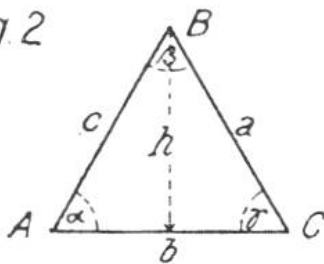


Fig.3

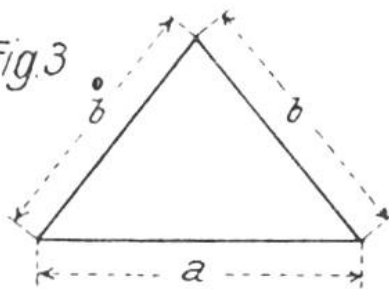


Fig.4

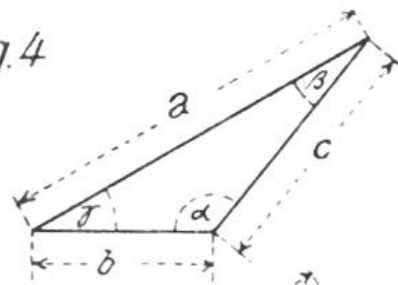


Fig 5

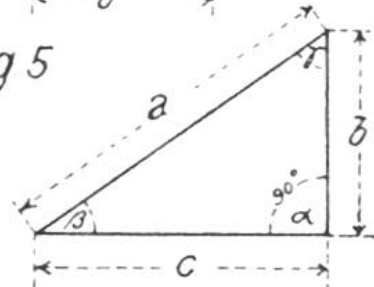
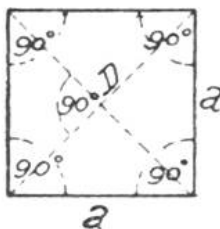


Fig.6



### Dreieck:

Grundlinie  $\cdot g$ ; Höhe  $= h$ ; Fläche  $= F$

$$F = \frac{g \cdot h}{2} = \frac{g}{2} \cdot h = \frac{h}{2} \cdot g;$$

$$g = \frac{2F}{h}; \quad h = \frac{2F}{g}$$

$$\angle \alpha + \angle \beta + \angle \gamma = 180^\circ = 2R$$

### Gleichseitiges Dreieck:

Seiten  $= a = b = c$ ;  $\angle \alpha = \beta = \gamma = 60^\circ$

$$F = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = 0.433 a^2$$

(genauer 0,4330127  $a^2$ )

$$h = \sqrt{a^2 - \frac{b^2}{4}} = \sqrt{a^2 - \frac{c^2}{4}};$$

### Gleichschenkliges Dreieck:

Grundlinie  $= a$ , gleiche Seiten  $= b$

$$F = \frac{a}{4} \sqrt{(2b+a) \cdot (2b-a)} = \frac{a}{2} \sqrt{\left(b + \frac{a}{2}\right) \cdot \left(b - \frac{a}{2}\right)}$$

### Ungleichseitiges Dreieck:

Seiten  $a, b$  und  $c$ ,  $s = \frac{a+b+c}{2}$

$$F = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}.$$

### Rechtwinkliges Dreieck; $\angle \alpha = 90^\circ$

Hypothense  $= a$ , Katheten  $= b$  und  $c$ ,

$$F = \frac{b \cdot c}{2}; \quad a^2 = b^2 + c^2; \quad a = \sqrt{b^2 + c^2};$$

$$b = \sqrt{a^2 - c^2}; \quad c = \sqrt{a^2 - b^2}.$$

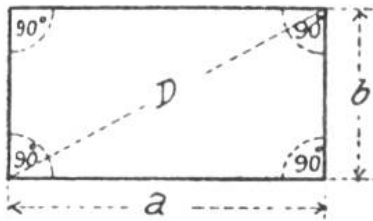
### Quadrat:

Seite  $= a$ , Diagonale  $= D$ ,

$$F = a \times a = a^2 \quad a = \sqrt{F}$$

$$D = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2a^2} = a\sqrt{2} = a \cdot 1,4142$$

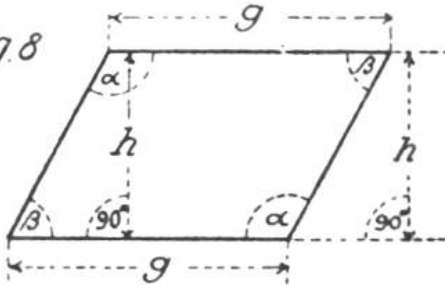
Fig. 7

Rechteck:Seiten =  $a$  und  $b$ , Diagonale =  $D$ 

$$F = a \cdot b; \quad a = \frac{F}{b}; \quad b = \frac{F}{a};$$

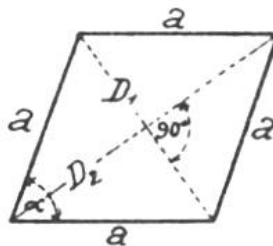
$$D = \sqrt{a^2 + b^2}.$$

Fig. 8

Parallelogramm:Grundlinie =  $g$ ; Höhe (rechtwinklig auf Grundlinie) =  $h$ 

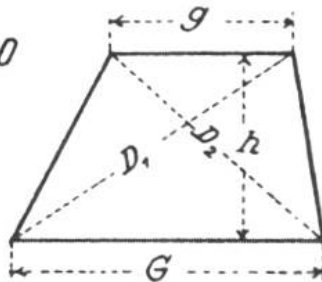
$$F = g \cdot h; \quad g = \frac{F}{h}; \quad h = \frac{F}{g};$$

Fig. 9

Rhombus:Gleiche Seiten =  $a$ ; Diagonalen  $D_1$  u.  $D_2$ 

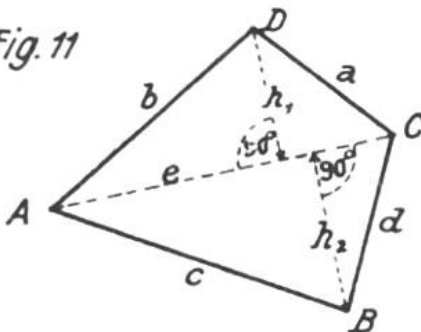
$$F = a^2 \cdot \sin \alpha; \quad F = \frac{D_1 \cdot D_2}{2}.$$

Fig. 10

Trapez:Parallelseiten =  $G$  und  $g$ ; Höhe =  $h$ Diagonalen =  $D_1$  und  $D_2$ 

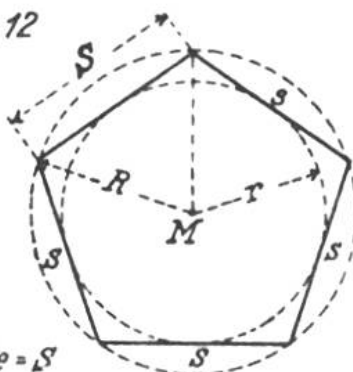
$$F = \frac{G + g}{2} \cdot h;$$

Fig. 11

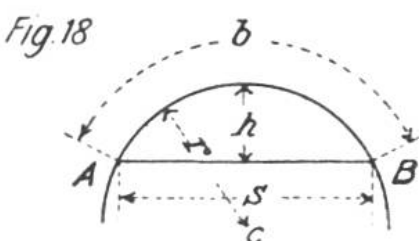
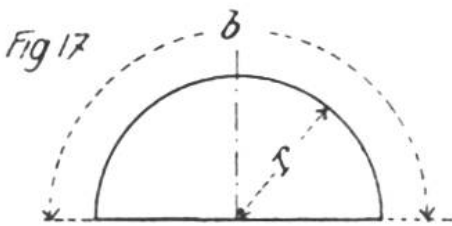
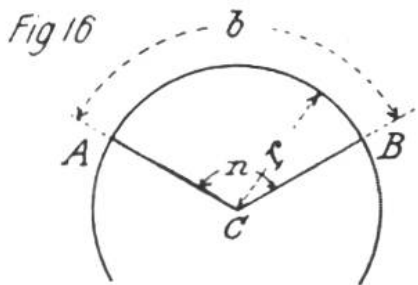
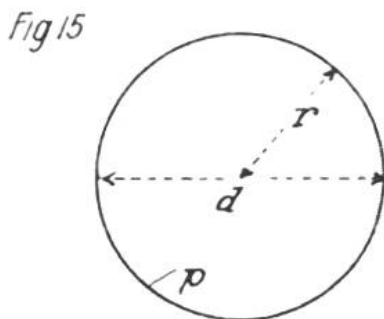
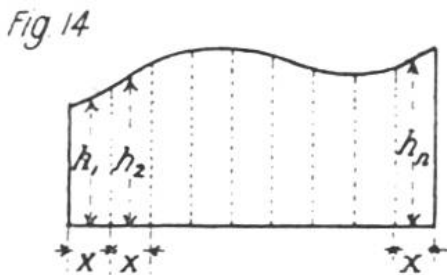
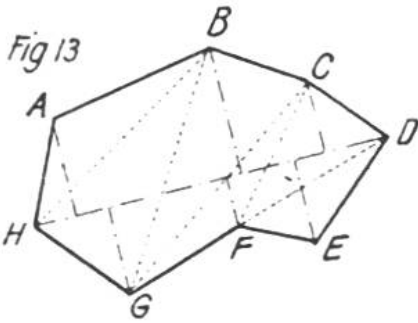
Trapezoid:Diagonale  $\overline{AC}$  und rechtwinklig darauf die Höhen  $h_1$  und  $h_2$ 

$$F = \frac{\overline{AC}}{2} \cdot h_1 + h_2 = \frac{e}{2} \cdot h_1 + h_2;$$

Fig. 12

Seite =  $S$ Radius des umschriebenen Kreises =  $R$   
Radius des eingeschriebenen Kreises =  $r$ Reguläre Vielecke (Polygon):

Polygon	$R$	$r$	$S$	$F$
Dreieck	$0.577 S$	$0.289 S$	$1.732 R$ od. $3.463 r$	$0.433 S^2$ od. $1.299 R^2$
Quadrat	$0.707 S$	$0.500 S$	$1.414 R$ u. $2.000 r$	$1.000 S^2$ u. $2.000 R^2$
Fünfeck	$0.851 S$	$0.695 S$	$1.176 R$ u. $1.453 r$	$1.721 S^2$ u. $2.378 R^2$
Sechseck	$1.000 S$	$0.866 S$	$1.000 R$ u. $1.155 r$	$2.598 S^2$ u. $2.598 R^2$
Siebeneck	$1.152 S$	$1.038 S$	$0.868 R$ u. $0.963 r$	$3.364 S^2$ u. $2.736 R^2$
Achteck	$1.307 S$	$1.208 S$	$0.766 R$ u. $0.828 r$	$4.828 S^2$ u. $2.828 R^2$
Neuneck	$1.462 S$	$1.374 S$	$0.684 R$ u. $0.728 r$	$6.182 S^2$ u. $2.892 R^2$
Zehneck	$1.618 S$	$1.540 S$	$0.618 R$ u. $0.649 r$	$7.694 S^2$ u. $2.939 R^2$
Elfeck	$1.775 S$	$1.704 S$	$0.563 R$ u. $0.587 r$	$9.366 S^2$ u. $2.973 R^2$
Zwölfeck	$1.932 S$	$1.865 S$	$0.518 R$ u. $0.536 r$	$11.190 S^2$ u. $3.000 R^2$



### Unregelmässige Vielecke od. Flächen:

Die Fläche kann bestimmt werden durch Zerlegung des Vielecks in Dreiecke mittelst Diagonalen und Summierung der ermittelten Dreiecksflächen, oder durch Einteilung in Trapeze u. Dreiecke vermittelst der Koordinaten der Eckpunkte auf eine rechtwinklig gewählte Axe Fig 13

Durch Zerlegung in parallele Streifen gleicher Breite Fig 14

$$F = x \cdot (h_1 + h_2 + \dots + h_n)$$

### Kreis:

Durchmesser =  $d$ ; Radius =  $r$   
Umfang =  $p$ ; Inhalt =  $F$

$$p = d \cdot \pi = d \cdot 3,14159$$

$$= 2r\pi;$$

$$F = \frac{d^2 \pi}{4} = 0,785 d^2 = r^2 \pi.$$

$$r = \sqrt{\frac{F}{\pi}} = 0,564 \sqrt{F};$$

$$d = 2 \sqrt{\frac{F}{\pi}} = 1,128 \sqrt{F}.$$

### Kreissector: (ABC) Fig 16

Radius =  $r$ ; Bogen =  $b$ ;

Zentriwinkel =  $n$ ;

$$F = \frac{r^2 \pi \cdot n}{360} = \frac{b \cdot r}{2}$$

$$r = \sqrt{\frac{F}{\pi} \cdot \frac{360}{n}} = \frac{b}{\pi} \cdot \frac{180}{n};$$

$$n = 360 \cdot \frac{F}{r^2 \pi} = \frac{b}{r \pi} \cdot 180$$

$$b = 2r\pi \cdot \frac{n}{360} = r\pi \cdot \frac{n}{180}.$$

Halbkreis: Bogen =  $b = \pi \cdot r$ ; Fläche =  $F = \frac{\pi \cdot r^2}{2}$

Viertelkreis: Bogen =  $b = \frac{\pi \cdot r}{2}$ ; Fläche =  $F = \frac{\pi \cdot r^2}{4}$

### Kreisabschnitt: Fig 18

Sehne =  $s$ , Höhe =  $h$ ,  $F = \frac{2}{3} s \cdot h$ ;

$$\text{genau } F = \frac{r^2 \pi n}{360} - \frac{1}{2} s \sqrt{r^2 - \frac{1}{4} s^2} = \frac{b r}{2} - s \cdot (r - h)$$

$$s = 2 \sqrt{h(2r - h)}; \quad r = \frac{s^2}{8h} + \frac{h}{2}.$$

Fig. 19

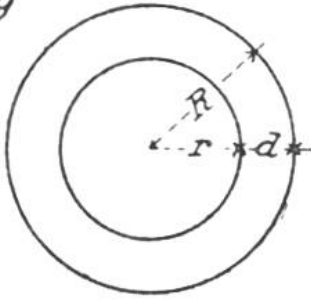


Fig. 20

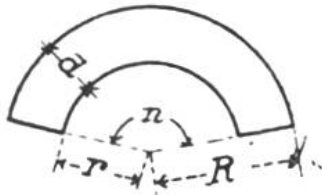


Fig. 21

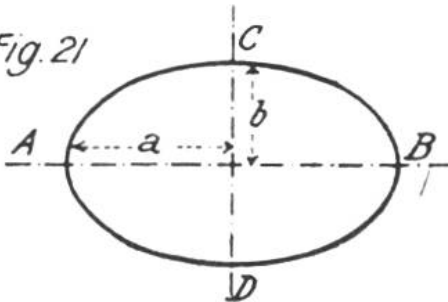


Fig. 22

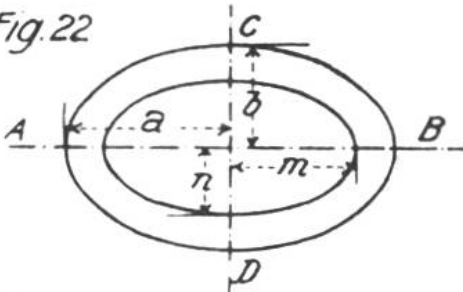


Fig. 23

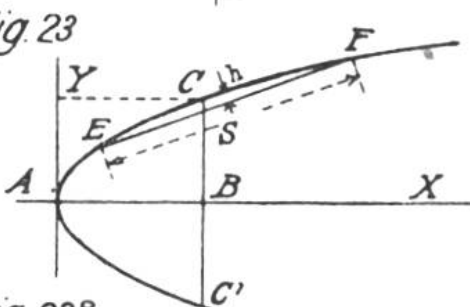
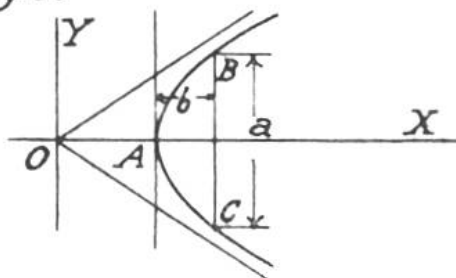


Fig. 23a

Kreising:Äusserer Radius =  $R$ ,Innerer Radius =  $r$ ,

$$F = R^2\pi - r^2\pi.$$

$$= \pi \cdot (R+r) \cdot (R-r).$$

wenn  $d$  = radiale Breite des Kreisingesso ist  $F = \pi \cdot (2r+d) \cdot d$ .Kreisingstück: (Konzentrisch)Äusserer Radius =  $R$ ,Innerer Radius =  $r$ ,Zentriwinkel =  $n$ , radiale Breite =  $d$ 

$$F = (R^2\pi - r^2\pi) \frac{n}{360} = (R^2 - r^2) \cdot \frac{\pi \cdot n}{360}$$

$$= (R+r)d \frac{\pi \cdot n}{360} = (R+r)d \cdot n \cdot 0.0087$$

Ellipse:Halbe Achsen der Ellipse =  $a$  und  $b$ ,

$$F = a \cdot b \cdot \pi;$$

Elliptischer Ring:Halbe Achsen der äussern Ellipse =  $a, b$ Halbe Achsen der innern Ellipse =  $m, n$ 

$$F = \pi \cdot (a \cdot b - m \cdot n).$$

Parabelsegment ECF:

$$F = \frac{2}{3} s \cdot h; \quad s = \overline{EF};$$

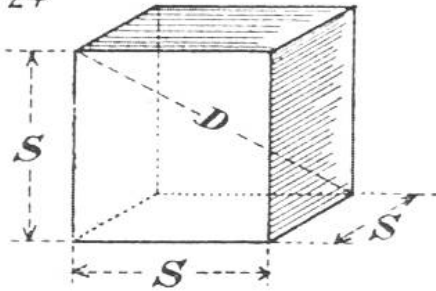
Parabelfläche CAC':

$$F = \frac{2}{3} \overline{CC'} \cdot \overline{AB};$$

Hyperbelsegment ABC:Sehne =  $a$ ; Höhe =  $b$ 

$$F(\text{annähernd}) = \frac{3}{5} b \cdot a;$$

Fig. 24

Würfel:Seite =  $s$ , Inhalt =  $K$ , Oberfläche =  $O$ 

$$K = s^3, \quad O = 6s^2;$$

$$s = \sqrt[3]{K}$$

$$\text{Diagonale} = D = \sqrt{3s^2} = s\sqrt{3} = s \cdot 1,732050$$

Fig. 25

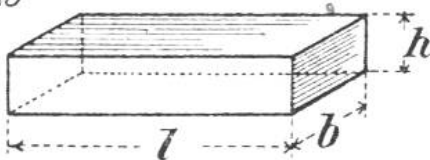
Parallelelflach:Länge =  $l$ , Breite =  $b$ , Höhe =  $h$ ,Inhalt =  $K = l \cdot b \cdot h$ ,Oberfläche =  $O = 2 \cdot (l \cdot b + l \cdot h + b \cdot h)$ 

Fig. 26

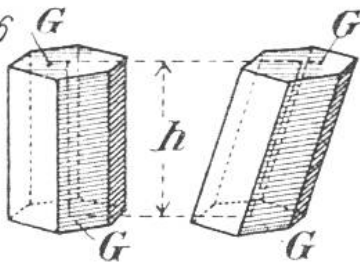
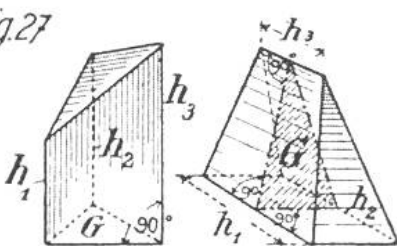
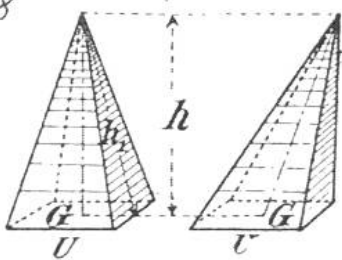
Prisma:Grundfläche =  $G$ , Höhe =  $h$ ,Inhalt =  $K = G \cdot h$ .Oberfläche  $O = \text{Umfang der Grundfläche} \times h + 2G$ .

Fig. 27

Schiefabgeschnittenes Prisma:Flächeninhalt des senkrechten Querschnittes =  $G$ ,Länge der Kanten =  $h, h_2, h_3, \dots, h_n$ ,Inhalt  $K = G \cdot \frac{h_1 + h_2 + h_3 + \dots + h_n}{n}$ 

Bei mehr als 3 Kanten ist das Prisma regelmässig oder hat dasselbe wenigstens Axensymmetrie

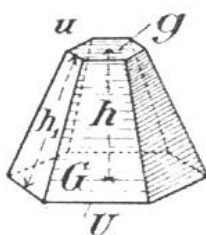
Fig. 28

Pyramide:Grundfläche =  $G$ , Höhe =  $h$ ,

$$K = \frac{G \cdot h}{3}, \quad h = \frac{3K}{G}, \quad G = \frac{3K}{h}$$

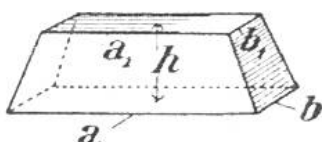
Mantel  $M = \text{Umfang der Grundfläche} \times \frac{h}{2}$ ,Oberfläche  $O = M + G$ 

Fig. 29

Abgestumpfte Pyramide:Parallele Endflächen =  $G, g$ , ihr Abstand =  $h$ ,ihre Umfänge  $U, u$ , Mantel  $M = \frac{U+u}{2} \cdot h$ ,

$$K = \frac{h}{3} (G + g + \sqrt{Gg}), \quad O = M + G + g.$$

Fig. 30

Obelisk, Wall, (regelmässig aufgeschütteter Haufen)

$$K = \frac{1}{6} h [(2a + a_1) b + (2a_1 + a) b_1]$$



Fig. 31

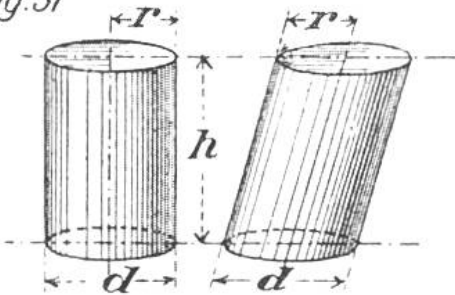


Fig. 32

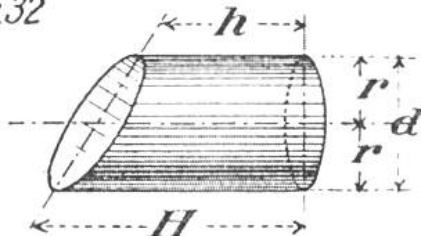


Fig. 33

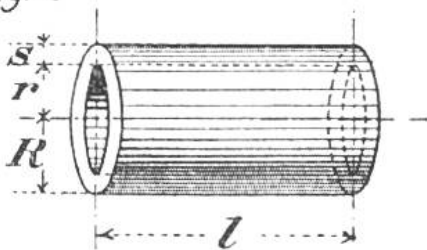


Fig. 34

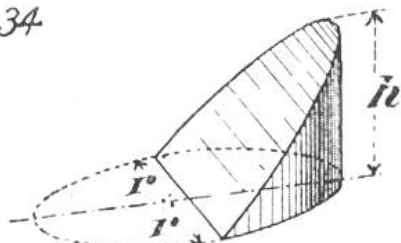


Fig. 35

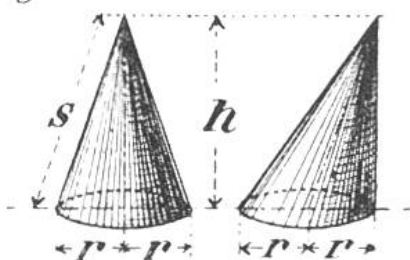
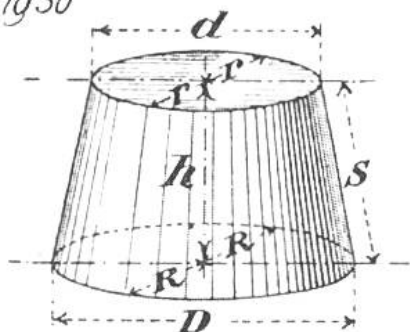


Fig. 36

Cylinder (Walze)

Radius =  $r$ , Durchmesser =  $d$ , Höhe =  $h$

Inhalt  $K = r^2 \pi h$  oder  $\frac{d^2}{4} \pi h$

$r = \sqrt{\frac{K}{\pi h}}$ ;  $h = \frac{K}{r^2 \pi}$

Mantel =  $2r\pi h$  oder  $d\pi h$

Oberfläche =  $2r\pi(r+h)$  oder  $d\pi(\frac{d}{2}+h)$

Schiefabgeschnittener Cylinder.

Grösste Höhe =  $H$ , kleinste Höhe =  $h$

Inhalt  $K = r^2 \pi \frac{H+h}{2}$  oder  $\frac{d^2}{4} \pi \frac{H+d}{2}$

Mantel =  $r\pi(H+h)$

Hohlcyylinder (Rohr):

Innerer Radius =  $r$ ,

Aüsserer Radius =  $R$ , Länge =  $l$ ,

Wandstärke =  $s = R - r$ ,

Inhalt  $K = \pi l (R^2 - r^2)$ , oder

$K = \pi l s (2R - s)$  oder  $\pi l s (2r + s)$

Cylinderhuf:

Radius der Grundfläche =  $r$ ,

Höhe des Hufes =  $h$ , Mantel =  $2r h$ .

Inhalt:  $K = \frac{2}{3} r^2 h$

Kegel:

Radius der Grundfläche =  $r$ ,

Höhe =  $h$ , Seite =  $s = \sqrt{r^2 + h^2}$ ,

Mantel  $M = \pi r \sqrt{r^2 + h^2}$  oder  $\pi r s$ ,

Oberfläche =  $\pi r^2 + r\pi s$  oder  $r\pi(r+s)$   
oder =  $\pi r (r + \sqrt{r^2 + h^2})$

Inhalt  $K = \frac{1}{3} r^2 \pi h$

$r = \sqrt{\frac{3K}{\pi h}}$ ;  $h = \frac{3K}{r^2 \pi}$

Abgestumpfter Kegel:

Radien der parallelen Endflächen =  $R$  und  $r$ ,

Durchmesser =  $D$  und  $d$ , Höhe =  $h$ , Seite =  $s$ ,

Inhalt  $K = \frac{1}{3} \pi h (R^2 + Rr + r^2)$

=  $\pi h^2 (\frac{D^2 + Dd + d^2}{12})$

Mantel  $M = \pi s (R+r)$

Fig. 37



Fig. 38

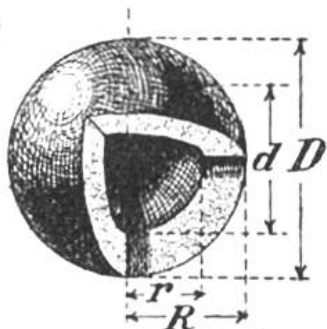


Fig. 39

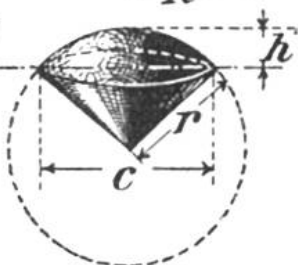


Fig. 40

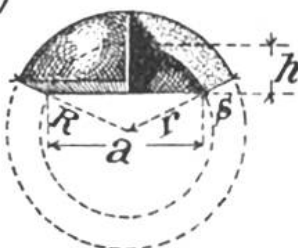


Fig. 41

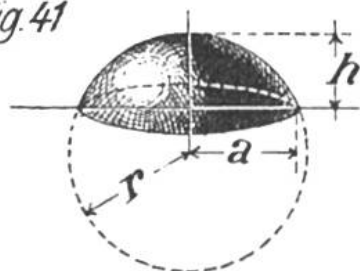
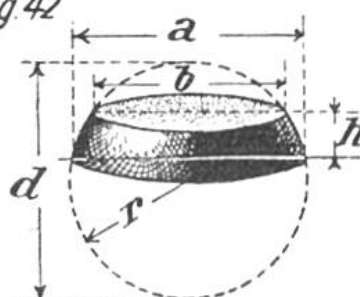


Fig. 42



## Kugel:

Radius =  $r$ , Durchmesser =  $d$ ,

Oberfläche  $O = 4r^2\pi = 12,566r^2$ , oder  $d^2\pi$ .

Inhalt  $K = \frac{4}{3}r^3\pi = 4,189r^3$ ,  $K = \frac{0,5236}{3}d^3$ ,

»  $K = \frac{d^3\pi}{6} = 0,5236 \cdot d^3$ ;

Radius  $r = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{O}{\pi}}$ ;  $r = \sqrt[3]{\frac{3K}{4\pi}}$

## Hohlkugel:

Aeusserer Radius =  $R$ , innerer =  $r$ ,

Aeusserer Durchmesser =  $D$ , innerer =  $d$ ,

Inhalt  $K = \frac{4\pi}{3}(R^3 - r^3) = \frac{\pi}{6}(D^3 - d^3)$ .

## Kugelsektor:

Radius der Kugel =  $r$

Begrenzende Kalotte, Höhe =  $h$ , Durchm. =  $c$ ,

Oberfläche  $O = \frac{\pi r}{2}(4h + c)$

Inhalt  $K = \frac{2}{3}r^2\pi h = 2,0944r^2h$ .

## Hohlkugelsektor:

Aeusserer Radius =  $R$  innerer =  $r$

Wanddicke =  $R - r = s$ ,  $r = \frac{a^2 + 4h^2}{8h}$

Inhalt  $K = 2,094 \frac{h}{r}(R^3 - r^3)$ .

## Kugelsegment (Kugelkalotte):

Radius der Kugel =  $r$ ,

Radius der Grundfläche =  $a$ ,

Höhe der Kalotte =  $h$ ,

Oberfläche =  $O = 2\pi rh = \pi(a^2 + h^2)$

Inhalt  $K = \frac{1}{6}\pi h(3a^2 + h^2)$  oder  
 $= \frac{1}{3}\pi h^2(3r - h)$ .

## Kugelzone:

Höhe der Zone =  $h$ , Radius der Kugel =  $r$

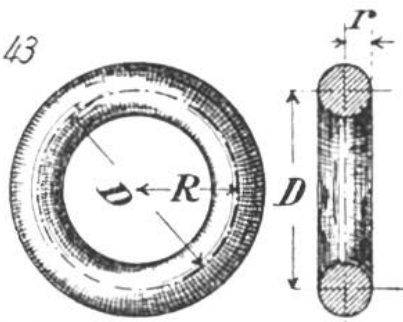
Durchmesser der Endflächen =  $a$  und  $b$ ,

Mantel  $M = 2r\pi h$ , Oberfläche  $O = M + a^2\pi + b^2\pi$ ;

Inhalt  $K = \frac{1}{6}\pi h(3a^2 + 3b^2 + h^2)$



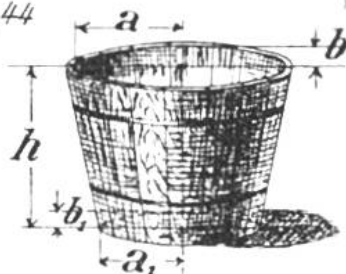
Fig 43



### Cylindrischer Ring :

Radius des kreisförmigen Querschnittes =  $r$ ,  
 Durchmesser des Ringes =  $D$ , Radius =  $R$ ,  
 Inhalt  $K = 2\pi^2 R r^2 = 2,467 D d^2$ .  
 Oberfläche  $O = 4\pi^2 R r = 9,87 D d$ .

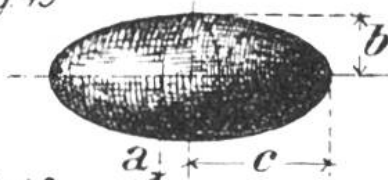
Fig. 44



### Kübel.

Die unter sich parallelen Endflächen sind  
 Ellipsen mit den Halbachsen  $a$   $b$  und  $a_1$   $b_1$ ,  
 Höhe zwischen den Endflächen =  $h$ .  
 Inhalt  $K = \frac{1}{6}\pi h [2(ab + a_1 b_1) + ab_1 + a_1 b]$

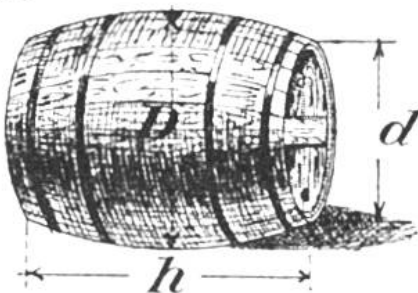
Fig 45



### Ellipsoid:

Bezeichnung der 3 Halbachsen =  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  
 Inhalt  $K = \frac{4}{3}\pi a b c$ .

Fig 46

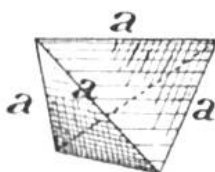


### Fass.

Spunddurchmesser =  $D$ ,  
 Bodendurchmesser =  $d$ ,  
 Höhe (resp. Länge) =  $h$ ,  
 Inhalt  $K = 1,0453 h (0,4 D^2 + 0,2 D d + 0,15 d^2)$

### Reguläre Polyeder:

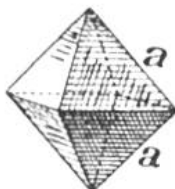
Fig 47



### Tetraeder: (4 gleichseitige Dreiecksflächen)

Länge der Kante =  $a$ , Oberfl.  $O = a^2 \sqrt{3} = 1,732 a^2$   
 Inhalt  $K = \frac{1}{12} a^3 \sqrt{2} = 0,11785 a^3$

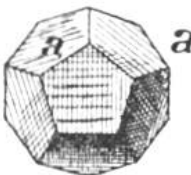
Fig 48



### Oktaeder: (8 gleichseitige Dreiecksflächen)

Kante =  $a$ , Oberfl.  $O = 2a^2 \sqrt{3} = 3,464116 a^2$   
 Inhalt  $K = \frac{a^3}{3} \sqrt{2} = 0,4714045 a^3$ .

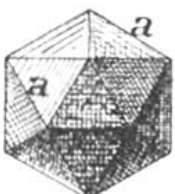
Fig 49



### Dodekaeder: (12 regelmässige Fünfecke)

Kante =  $a$ ,  $O = 3a^2 \sqrt{25 + 10\sqrt{5}} = 20,645729 a^2$   
 Inhalt  $K = \frac{a^3}{4} (15 + 7\sqrt{5}) = 7,663119 a^3$ .

Fig 50



### Ikosaeder: (20 gleichseitige Dreiecksflächen)

Kante =  $a$ ,  $O = 5a^2 \sqrt{3} = 8,6602545 a^2$ .  
 Inhalt  $K = \frac{5a^3}{12} (3 + \sqrt{5}) = 2,181695 a^3$ .