

Zeitschrift: Pestalozzi-Kalender

Herausgeber: Pro Juventute

Band: 10 (1917)

Heft: [1]: Schüler

Rubrik: Geometrie

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 25.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

GEOMETRIE

Formeln zur Inhaltberechnung

von Flächen und Körpern.

Tafel I

Fig 1

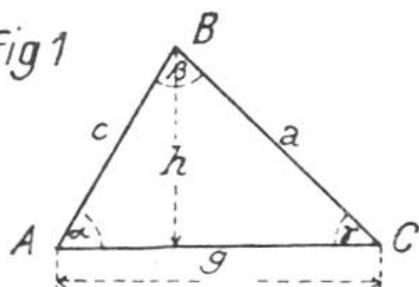


Fig. 2

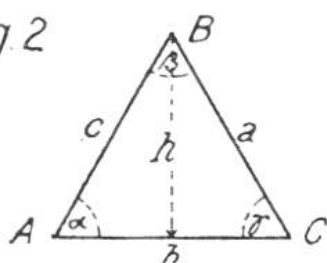


Fig. 3

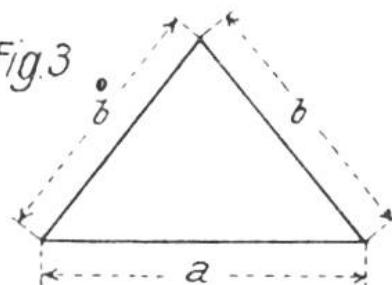


Fig. 4

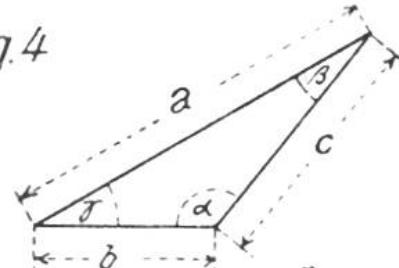


Fig. 5

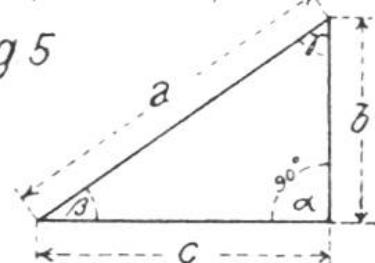
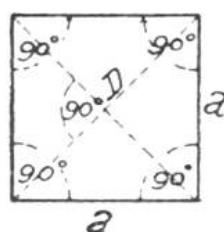


Fig. 6



Dreieck:

Grundlinie g , Höhe h ; Fläche F

$$F = \frac{g \cdot h}{2} = \frac{g}{2} \cdot h = \frac{h}{2} \cdot g;$$

$$g = \frac{2F}{h}; \quad h = \frac{2F}{g}$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ = 2R$$

Gleichseitiges Dreieck:

Seiten $a = b = c$; $\alpha = \beta = \gamma = 60^\circ$

$$F = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = 0.433 a^2$$

(genauer $0,4330127 a^2$)

$$h = \sqrt{a^2 - \frac{b^2}{4}} = \sqrt{a^2 - \frac{c^2}{4}};$$

Gleichschenkliges Dreieck:

Grundlinie a , gleiche Seiten b

$$F = \frac{a}{4} \sqrt{(2b+a)(2b-a)} = \frac{a}{2} \sqrt{(b+\frac{a}{2})(b-\frac{a}{2})}$$

Ungleichseitiges Dreieck:

Seiten a, b und c , $s = \frac{a+b+c}{2}$

$$F = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}.$$

Rechtwinkliges Dreieck; $\gamma = 90^\circ$

Hypotenuse a , Katheten b und c .

$$F = \frac{b \cdot c}{2}; \quad a^2 = b^2 + c^2; \quad a \sqrt{b^2 + c^2};$$

$$b = \sqrt{a^2 - c^2}; \quad c = \sqrt{a^2 - b^2}.$$

Quadrat:

Seite a , Diagonale D :

$$F = a \times a = a^2 \quad a = \sqrt{F}$$

$$D = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2a^2} = a\sqrt{2} = a \cdot 1,4142$$

Fig. 7

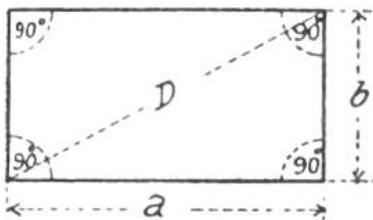


Fig. 8

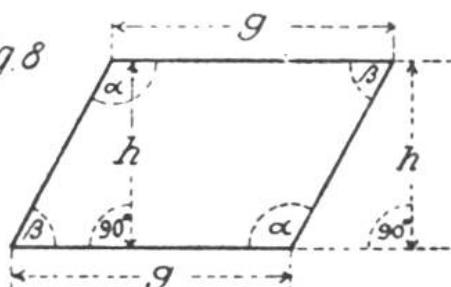


Fig. 9

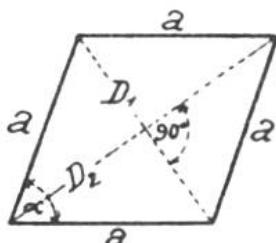


Fig. 10

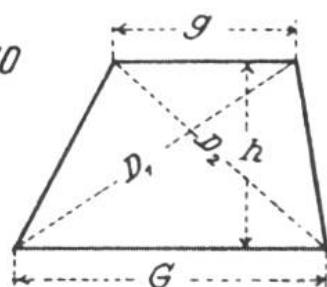


Fig. 11

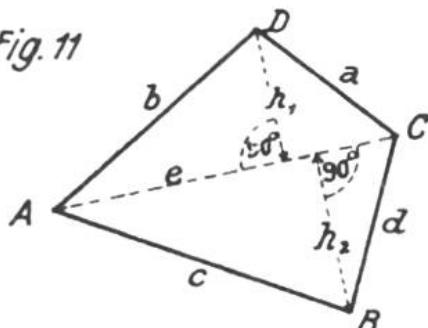
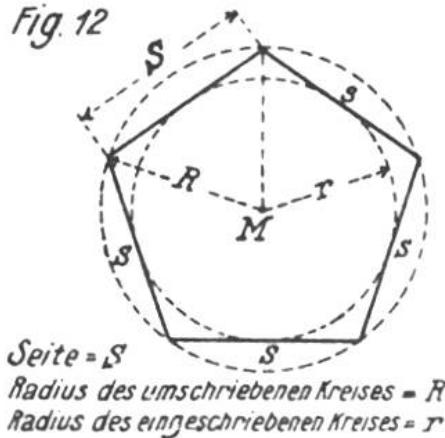


Fig. 12

Rechteck:

Seiten = a und b , Diagonale = D
 $F = a \cdot b$; $a = \frac{F}{b}$; $b = \frac{F}{a}$;
 $D = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Parallelogramm:

Grundlinie = g ; Höhe (rehtwinklig auf Grundlinie) = h
 $F = g \cdot h$; $g = \frac{F}{h}$; $h = \frac{F}{g}$;

Rhombus:

Gleiche Seiten = a ; Diagonalen D_1 u. D_2
 $F = a^2 \sin \alpha$; $F = \frac{D_1 \cdot D_2}{2}$.

Trapez:

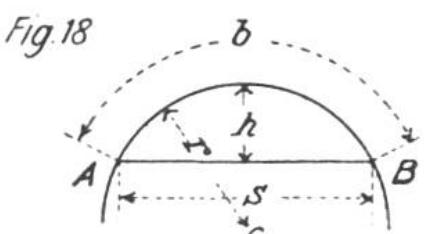
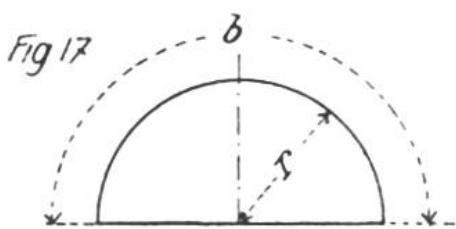
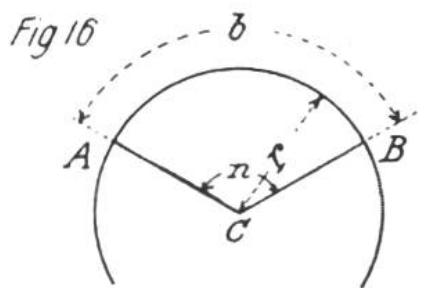
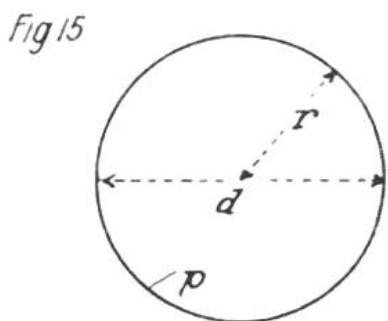
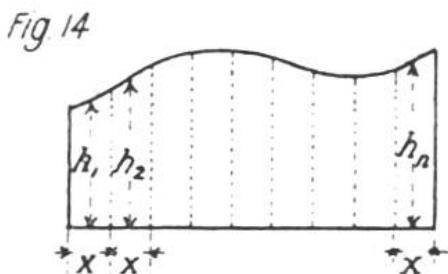
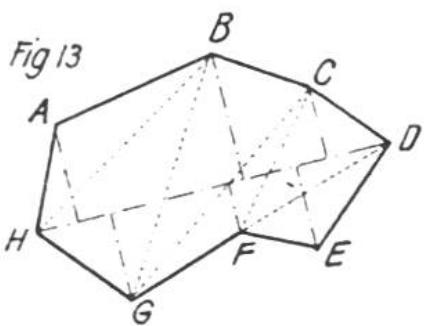
Parallelseiten = G und g ; Höhe = h
Diagonalen = D_1 und D_2
 $F = \frac{G + g}{2} \cdot h$;

Trapezoid:

Diagonale AC und rehtwinklig darauf die Höhen h_1 und h_2
 $F = \frac{AC}{2} \cdot h_1 + h_2 = \frac{e}{2} \cdot h_1 + h_2$;

Reguläre Vielecke (Polygon):

Polygon	R	r	S	F
Dreieck	0.577 S	0.289 S	1.732 R od. 3.463 r	0.433 S^2 od. 1.299 R^2
Quadrat	0.707 S	0.500 S	1.414 R = 2.000 r	1.000 S^2 = 2.000 R^2
Fünfeck	0.851 S	0.695 S	1.176 R = 1.453 r	1.721 S^2 = 2.378 R^2
Sechseck	1.000 S	0.866 S	1.030 R = 1.155 r	2.598 S^2 = 2.598 R^2
Siebeneck	1.152 S	1.038 S	0.868 R = 0.963 r	3.364 S^2 = 2.736 R^2
Achteck	1.307 S	1.208 S	0.765 R = 0.828 r	4.828 S^2 = 2.828 R^2
Neuneck	1.462 S	1.374 S	0.684 R = 0.728 r	6.182 S^2 = 2.892 R^2
Zehneck	1.618 S	1.540 S	0.618 R = 0.649 r	7.694 S^2 = 2.939 R^2
Elfeck	1.775 S	1.704 S	0.563 R = 0.587 r	9.366 S^2 = 2.973 R^2
Zwölfeck	1.932 S	1.865 S	0.518 R = 0.536 r	11.190 S^2 = 3.000 R^2



Unregelmassige Vielecke od. Flächen:

Die Fläche kann bestimmt werden durch Zerlegung des Vielecks in Dreiecke mittelst Diagonalen und Summierung der ermittelten Dreiecksflächen, oder durch Einteilung in Trapeze u. Dreiecke vermittelst der Koordinaten der Eckpunkte auf eine rechtwinklig gewählte Axe Fig. 13

Durch Zerlegung in parallele Streifen gleicher Breite Fig. 14

$$F = x \cdot (h_1 + h_2 + \dots + h_n)$$

Kreis:

Durchmesser = d ; Radius = r
Umfang = p ; Inhalt = F

$$p = d\pi = d \cdot 3,14159 = 2r\pi,$$

$$F = \frac{d^2\pi}{4} = 0,785 d^2 = r^2\pi.$$

$$r = \sqrt{\frac{F}{\pi}} = 0,564 \sqrt{F};$$

$$d = 2 \sqrt{\frac{F}{\pi}} = 1,128 \sqrt{F}.$$

Kreissektor: (ABC) Fig. 16

Radius = r ; Bogen = b ;
Zentriwinkel = n ;

$$F = \frac{r^2\pi \cdot n}{360} = \frac{b \cdot r}{2}$$

$$r = \sqrt{\frac{F}{\pi} \cdot \frac{360}{n}} = \frac{b}{\pi} \cdot \frac{180}{n};$$

$$n = 360 \cdot \frac{F}{r^2\pi} = \frac{b}{r\pi} \cdot 180$$

$$b = 2r\pi \cdot \frac{n}{360} = r\pi \cdot \frac{n}{180}.$$

Halbkreis: Bogen = $b = \pi r$; Fläche = $F = \frac{\pi r^2}{2}$

Viertelkreis: Bogen = $b = \frac{\pi r}{2}$; Fläche = $F = \frac{\pi r^2}{4}$

Kreisabschnitt: Fig. 18

Sehne = s , Höhe = h , $F = \frac{2}{3} s \cdot h$;

$$\text{genau } F = \frac{r^2\pi n}{360} - \frac{1}{2} \sqrt{r^2 - \frac{1}{4} s^2} = \frac{br - s(r-h)}{2}$$

$$s = 2\sqrt{h(2r-h)}; \quad r = \frac{s^2}{8h} - \frac{h}{2}.$$

Fig. 19

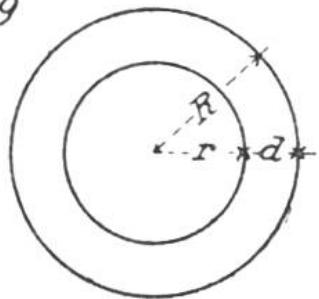


Fig. 20

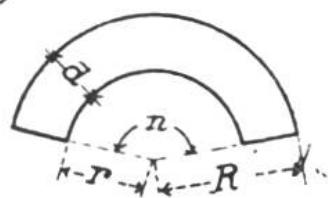


Fig. 21

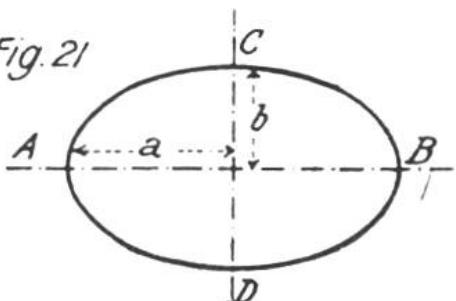


Fig. 22

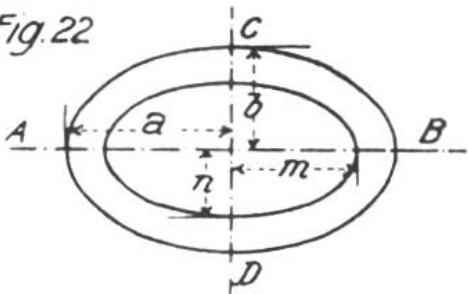


Fig. 23

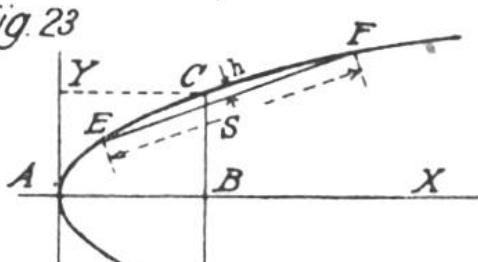
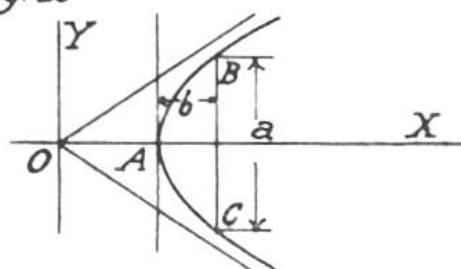


Fig. 23a



Kreisring:

Aeusserer Radius = R ,

Innerer Radius = r ,

$$F = R^2\pi - r^2\pi$$

$$= \pi(R+r)(R-r).$$

wenn d = radiale Breite des Kreisrings

$$\text{so ist } F = \pi(2r+d) \cdot d.$$

Kreisringstück: (Konzentrisch)

Aeusserer Radius = R ,

Innerer Radius = r ,

Zentriwinkel = n , radiale Breite = d

$$F = (R^2\pi - r^2\pi) \frac{n}{360} = (R^2 - r^2) \cdot \frac{\pi \cdot n}{360}$$

$$= (R+r)d \frac{\pi n}{360} = (R+r)d \cdot n \cdot 0.0087$$

Ellipse:

Halbe Achsen der Ellipse = a und b ,

$$F = a \cdot b \cdot \pi;$$

Elliptischer Ring:

Halbe Achsen der äussern Ellipse = a, b

Halbe Achsen der inneren Ellipse = m, n

$$F = \pi(a \cdot b - m \cdot n).$$

Parabelsegment ECF:

$$F = \frac{2}{3} s \cdot h, \quad s = \overline{EF},$$

Parabelfläche CAC':

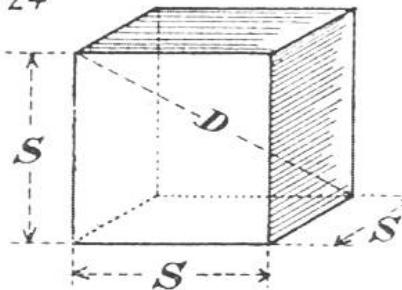
$$F = \frac{2}{3} \overline{CC'} \cdot \overline{AB},$$

Hyperbelsegment ABC:

Sehne = a , Höhe = b

$$F(\text{annähernd}) = \frac{3}{5} b \cdot a;$$

Fig. 24

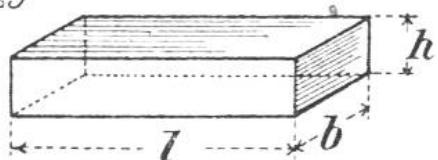
Würfel:Seite = S , Inhalt = K , Oberfläche = O

$$K = S^3, \quad O = 6S^2,$$

$$S = \sqrt[3]{K}$$

$$\text{Diagonale } D = \sqrt{3S^2} = S\sqrt{3} = \\ S \cdot 1,732050$$

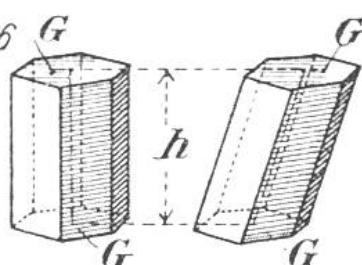
Fig. 25

Parallelflach:Länge = l , Breite = b , Höhe = h ,

$$\text{Inhalt } K = l \cdot b \cdot h,$$

$$\text{Oberfläche } O = 2 \cdot (l \cdot b + l \cdot h + b \cdot h)$$

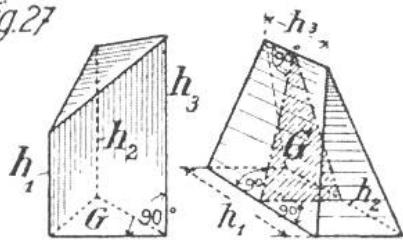
Fig. 26

Prisma:Grundfläche = G , Höhe = h ,

$$\text{Inhalt } K = G \cdot h.$$

Oberfläche $O = \text{Umfang der Grundfläche } U \cdot h + 2G$.

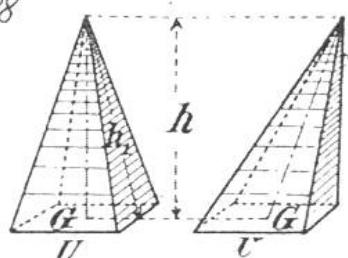
Fig. 27

Schiefabgeschnittenes Prisma:Flächeninhalt des senkrechten Querschnittes = G ,Länge der Kanten = h, h_2, h_3, \dots, h_n ,

$$\text{Inhalt } K = G \cdot \frac{h_1 + h_2 + h_3 + \dots + h_n}{n}$$

Bei mehr als 3 Kanten ist das Prisma regelmässig oder hat dasselbe wenigstens Axensymmetrie

Fig. 28

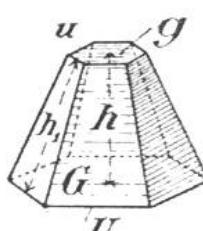
Pyramide:Grundfläche = G , Höhe = h ,

$$K = \frac{G \cdot h}{3}, \quad h = \frac{3K}{G}, \quad G = \frac{3K}{h}$$

Mantel $M = \text{Umfang der Grundfläche } U \cdot \frac{h}{2}$,

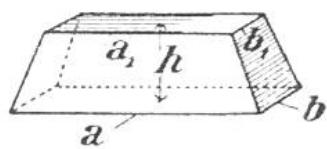
$$\text{Oberfläche } O = M + G$$

Fig. 29

Abgestumpfte Pyramide:Parallele Endflächen = G, g , ihr Abstand = h ,ihre Umfänge U, u , Mantel $M = \frac{U+u}{2} \cdot h$,

$$K = \frac{h}{3} (G + g + \sqrt{Gg}), \quad O = M + G + g$$

Fig. 30

Obelisk, Wall (regelmässig aufgeschütteter Haufen)

$$K = \frac{1}{6} h \left[(2a + a_1) b + (2a_1 + a) b_1 \right]$$

Fig. 31

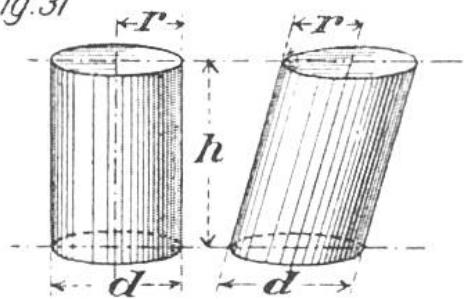


Fig. 32

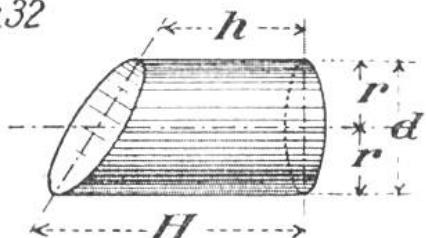


Fig. 33

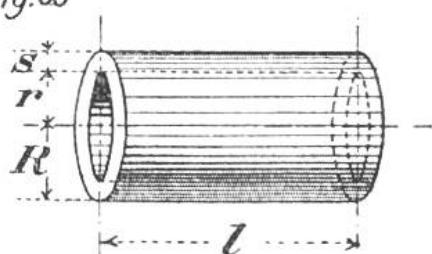


Fig. 34

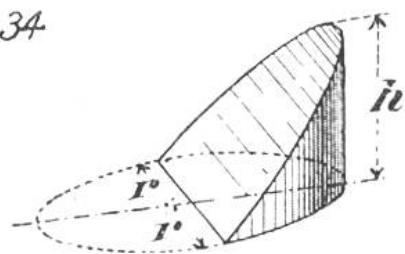


Fig. 35

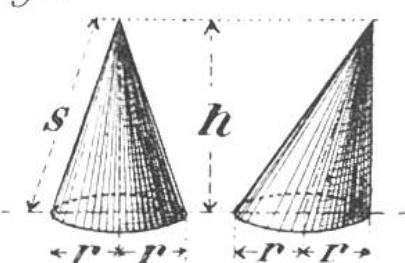
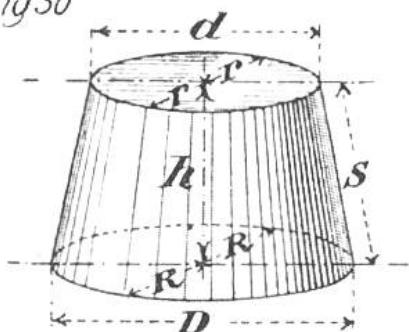


Fig. 36



Cylinder (Walze)

Radius = r , Durchmesser = d , Höhe = h

Inhalt $K = r^2 \pi h$ oder $\frac{d^2}{4} \pi h$

$$r = \sqrt{\frac{K}{\pi h}}, \quad h = \frac{K}{r^2 \pi}$$

Mantel = $2 \pi r h$ oder $d \pi h$.

Oberfläche = $2 \pi r (r + h)$ oder $d \pi (\frac{d}{2} + h)$.

Schiefabgeschnittener Cylinder.

Grösste Höhe = H , kleinste Höhe = h ,

Inhalt $K = r^2 \pi \frac{H+h}{2}$ oder $\frac{d^2}{4} \pi \frac{H+h}{2}$

Mantel = $r \pi (H+h)$

Hohlcylinder (Rohr):

Innerer Radius = r ,

Ausserer Radius = R , Länge = l ,

Wandstärke = $s = R - r$,

Inhalt $K = \pi l (R^2 - r^2)$, oder

$K = \pi l s (2R - s)$ oder $\pi l s (2r + s)$.

Cylinderhuf:

Radius der Grundfläche = r ,

Höhe des Hufes = h , Mantel = $2 \pi r h$.

Inhalt: $K = \frac{2}{3} r^2 h$.

Kegel:

Radius der Grundfläche = r ,

Höhe = h , Seite = $s = \sqrt{r^2 + h^2}$,

Mantel $M = \pi r \sqrt{r^2 + h^2}$ oder $\pi r s$,

Oberfläche = $\pi r^2 + r \pi s$ oder $\pi r (r + s)$

oder = $\pi r (r + \sqrt{r^2 + h^2})$.

Inhalt $K = \frac{1}{3} r^2 \pi h$,

$$r = \sqrt{\frac{3K}{\pi h}}, \quad h = \frac{3K}{r^2 \pi}$$

Abgestumpfter Kegel:

Radius der parallelen Endflächen = R und r ,

Durchmesser = D und d , Höhe = h , Seite = s ,

Inhalt $K = \frac{1}{3} \pi h (R^2 + Rr + r^2)$

$$= \pi h^2 \left(\frac{D^2 + Dd + d^2}{12} \right)$$

Mantel $M = \pi s (R + r)$.

Fig. 37

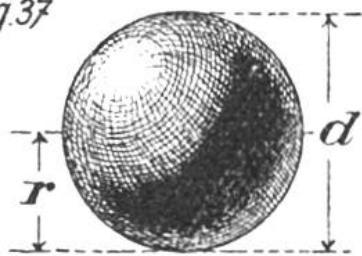


Fig. 38

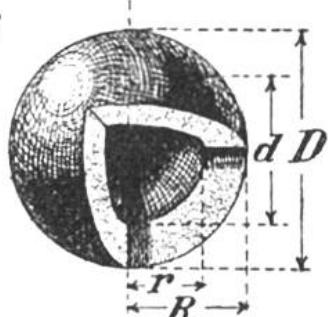


Fig. 39

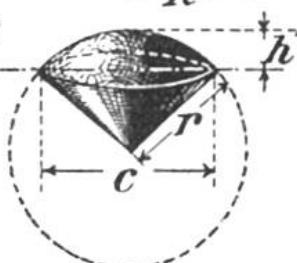


Fig. 40

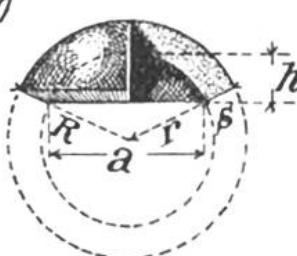


Fig. 41

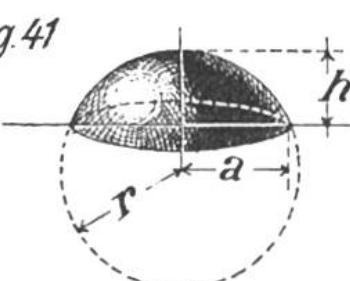
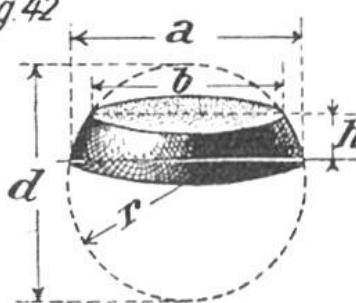


Fig. 42



Kugel:

Radius = r , Durchmesser = d ,
 Oberfläche $O = 4r^2\pi = 12,566r^2$, oder $d^2\pi$.
 Inhalt $K = \frac{4}{3}r^3\pi = 4,189r^3$, $K = \frac{0,4r}{3}$,
 " $K = \frac{d^3\pi}{6} = 0,5236 \cdot d^3$,
 Radius $R = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{O}{\pi}}$; $r = \sqrt[3]{\frac{3K}{4\pi}}$

Hohlkugel:

Ausserer Radius = R , innerer = r ,
 Ausserer Durchmesser = D , innerer = d ,
 Inhalt $K = \frac{4}{3}\pi(R^3 - r^3) = \frac{\pi}{6}(D^3 - d^3)$.

Kugelsektor:

Radius der Kugel = r
 Begrenzende Kalotte, Höhe = h , Durchm. = c ,
 Oberfläche $O = \frac{\pi r^2}{2}(4h + c)$
 Inhalt $K = \frac{2}{3}r^2\pi h = 2,0944r^2h$.

Hohlkugelsektor:

Ausserer Radius = R innerer = r
 Wanddicke = $R - r = s$, $r = \frac{a^2 + 4h^2}{8h}$
 Inhalt $K = 2,094 \frac{h}{r}(R^3 - r^3)$.

Kugelsegment (Kugelkalotte):

Radius der Kugel = r ,
 Radius der Grundfläche = a ,
 Höhe der Kalotte = h ,
 Oberfläche = $O = 2\pi rh = \pi(a^2 + h^2)$
 Inhalt $K = \frac{1}{6}\pi h(3a^2 + h^2)$ oder
 $= \frac{1}{3}\pi h^2(3r - h)$.

Kugelzone:

Höhe der Zone = h , Radius der Kugel = r
 Durchmesser der Endflächen = a und b ,
 Mantel $M = 2r\pi h$, Oberfläche $O = M + a^2\pi + b^2\pi$,
 Inhalt $K = \frac{1}{6}\pi h(3a^2 + 3b^2 + h^2)$

Fig 43

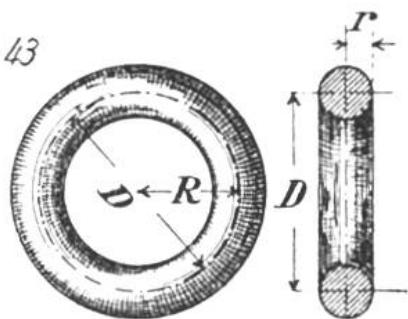
Cylindrischer Ring:Radius des kreisförmigen Querschnittes = R ,Durchmesser des Ringes = D , Radius = R ,Inhalt $K = 2\pi^2 Rr^2 = 2,467 Dd^2$.Oberfläche $O = 4\pi^2 Rr = 9,87 Dd$.

Fig. 44

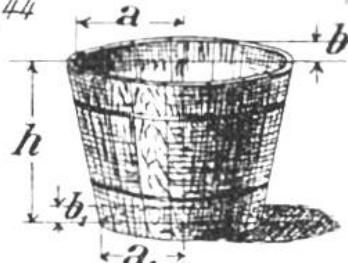
Kübel.Die unter sich parallelen Endflächen sind Ellipsen mit den Halbachsen a b und a, b , Höhe zwischen den Endflächen = h .Inhalt $K = \frac{1}{6}\pi h [2(ab+a,b) + ab, + a,b]$

Fig. 45

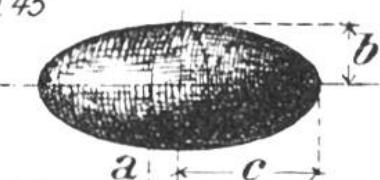
Ellipsoid:Bezeichnung der 3 Halbachsen = a, b, c ,Inhalt $K = \frac{4}{3}\pi a \cdot b \cdot c$.

Fig. 46

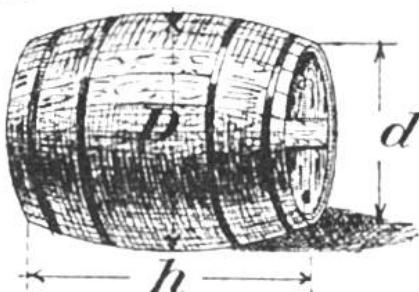
Fass.Spunddurchmesser = D ,Bodendurchmesser = d ,Höhe (resp. Länge) = h ,Inhalt $K = 1,0453 h (0,4D^2 + 0,2Dd + 0,15d^2)$

Fig. 47

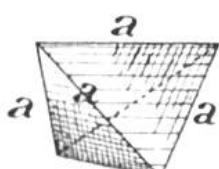
Reguläre Polyeder:Tetraeder: (4 gleichseitige Dreiecksflächen)Länge der Kante = a , Oberfl. $O = a^2\sqrt{3} = 1,732 a^2$ Inhalt $K = \frac{1}{12}a^3\sqrt{2} = 0,11785 a^3$

Fig. 48

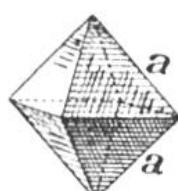
Oktaeder: (8 gleichseitige Dreiecksflächen)Kante = a , Oberfl. $O = 2a^2\sqrt{3} = 3,464116 a^2$ Inhalt $K = \frac{a^3}{3}\sqrt{2} = 0,4714045 a^3$.

Fig. 49

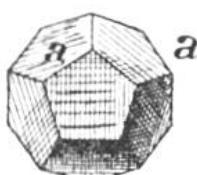
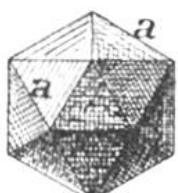
Dodekaeder: (12 regelmässige Fünfecke)Kante = a , $O = 3a^2\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} = 20,645729 a^2$ Inhalt $K = \frac{a^3}{4}(15 + 7\sqrt{5}) = 7,663119 a^3$.

Fig. 50

Ikosaeder: (20 gleichseitige Dreiecksflächen)Kante = a , $O = 5a^2\sqrt{3} = 8,6602545 a^2$.Inhalt $K = \frac{5}{12}a^3(3 + \sqrt{5}) = 2,181695 a^3$.