

Zeitschrift: Pestalozzi-Kalender
Herausgeber: Pro Juventute
Band: 8 (1915)
Heft: [1]: Schülerinnen

Rubrik: Geometrie

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

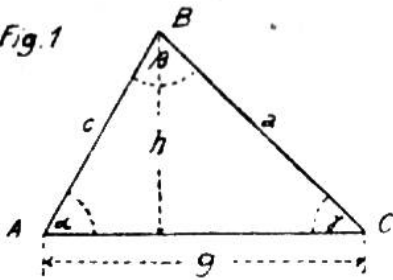
Download PDF: 04.04.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Geometrie.

Formeln zur Inhaltsberechnung von Flächen und Körpern.

Fig. 1



Dreieck.

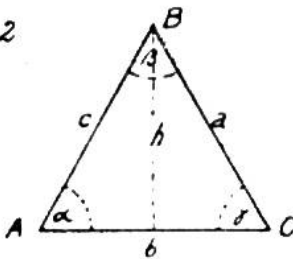
Grundlinie = g ; Höhe = h ; Fläche = F

$$F = \frac{g \cdot h}{2} = \frac{g}{2} \cdot h = \frac{h}{2} \cdot g;$$

$$g = \frac{2F}{h}; \quad h = \frac{2F}{g}$$

$$\angle \alpha + \angle \beta + \angle \gamma = 180^\circ = 2R.$$

Fig. 2



Gleichseitiges Dreieck.

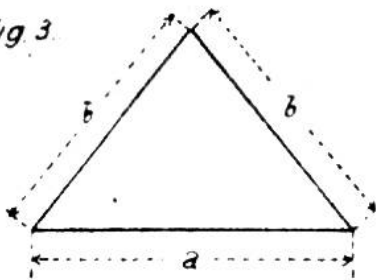
Seiten = $a = b = c$; $\angle \alpha = \angle \beta = \angle \gamma = 60^\circ$

$$F = \frac{a^2}{4} \sqrt{3} = 0.433 a^2$$

(genauer $0.4330127 a^2$)

$$h = \sqrt{a^2 - \frac{b^2}{4}} = \sqrt{a^2 - \frac{c^2}{4}};$$

Fig. 3

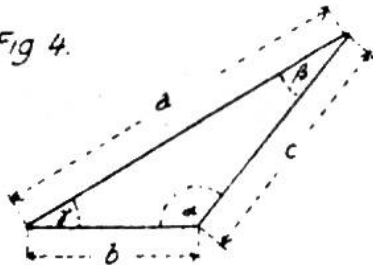


Gleichschenkliges Dreieck.

Grundlinie = a ; gleiche Seiten = b

$$F = \frac{a}{4} \sqrt{(2b+a)(2b-a)} = \frac{a}{2} \sqrt{\left(b + \frac{a}{2}\right)\left(b - \frac{a}{2}\right)}$$

Fig. 4

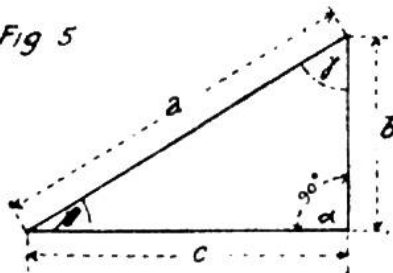


Ungleichseitiges Dreieck.

Seiten a, b und c ; $s = \frac{a+b+c}{2}$;

$$F = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

Fig. 5



Rechtwinkliges Dreieck. $\angle \alpha = 90^\circ$

Hypotenuse = a ; Katheten = b und c ,

$$F = \frac{b \cdot c}{2}; \quad a^2 = b^2 + c^2; \quad a = \sqrt{b^2 + c^2};$$

$$b = \sqrt{a^2 - c^2}; \quad c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

Fig. 6



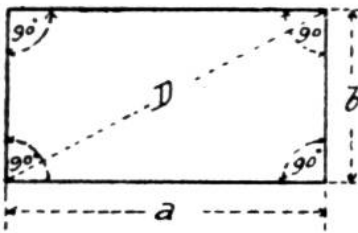
Quadrat

Seite = a ; Diagonale = D ;

$$F = a \times a = a^2; \quad a = \sqrt{a^2}$$

$$D = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2}a = a\sqrt{2} = a \cdot 1,4142.$$

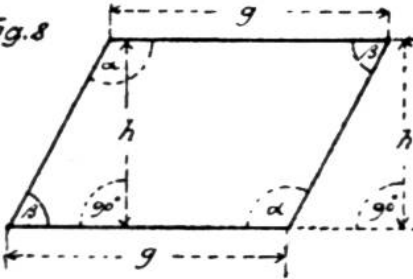
Fig. 7



Rechteck.

Seiten a und b, Diagonale D;
 $F = a b$; $a = \frac{F}{b}$; $b = \frac{F}{a}$;
 $D = \sqrt{a^2 + b^2}$

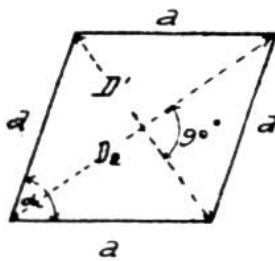
Fig. 8



Parallelogramm.

Grundlinie = g. Höhe (rechtwinklig auf Grundlinie) = h
 $F = g \cdot h$; $g = \frac{F}{h}$; $h = \frac{F}{g}$;

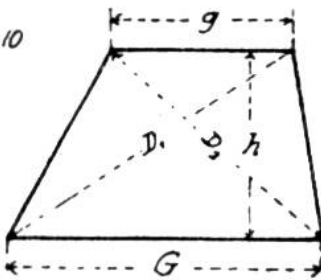
Fig. 9



Rhombus.

Gleiche Seiten a; Diagonalen D₁ u. D₂
 $F = a^2 \sin \alpha$; $F = \frac{D_1 \cdot D_2}{2}$;

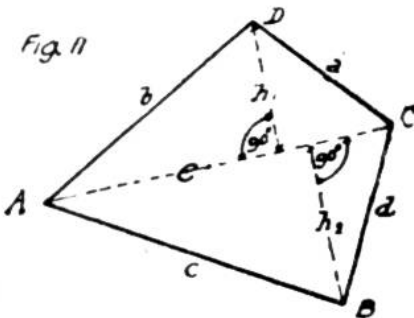
Fig. 10



Trapez.

Parallelseiten = G und g, Höhe = h
 Diagonalen = D₁ und D₂
 $F = \frac{G + g}{2} \cdot h$;

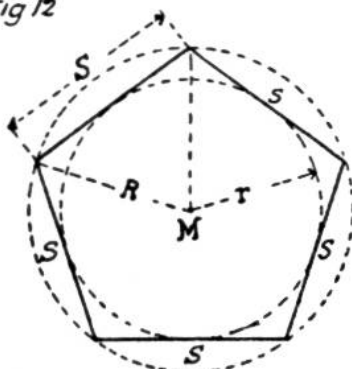
Fig. 11



Trapezoid.

Diagonale AC und rechtwinklig darauf die Höhen h₁ und h₂
 $F = \frac{AC}{2} \cdot (h_1 + h_2) = \frac{e}{2} \cdot (h_1 + h_2)$.

Fig. 12



Seite = S
 Radius des umschriebenen Kreises = R;
 Radius des eingeschriebenen Kreises = r.

Reguläre Vielecke (Polygon)

Polygon	R	r	S	F
Dreieck	0.577 S	0.289 S	1.732 R od 3.463 r	0.433 S ² od. 1.299 R ²
Quadrat	0.707 S	0.500 S	1.414 R = 2.000 r	1.000 S ² = 2.000 R ²
Fünfeck	0.851 S	0.695 S	1.776 R = 1.453 r	1.721 S ² = 2.378 R ²
Sechseck	1.000 S	0.866 S	1.000 R = 1.155 r	2.598 S ² = 2.598 R ²
Siebeneck	1.152 S	1.038 S	0.888 R = 0.963 r	3.364 S ² = 2.736 R ²
Achteck	1.307 S	1.208 S	0.765 R = 0.828 r	4.828 S ² = 2.828 R ²
Neuneck	1.462 S	1.374 S	0.684 R = 0.728 r	6.182 S ² = 2.892 R ²
Zehneck	1.618 S	1.540 S	0.618 R = 0.649 r	7.694 S ² = 2.939 R ²
Elfneck	1.775 S	1.704 S	0.563 R = 0.587 r	9.366 S ² = 2.973 R ²
Zwölfeck	1.932 S	1.866 S	0.518 R = 0.536 r	11.190 S ² = 3.000 R ²

Fig. 13

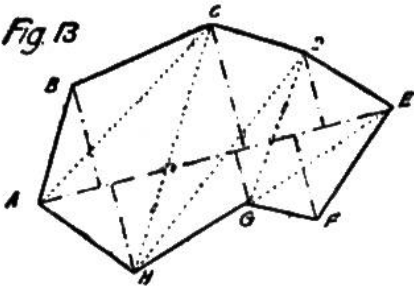


Fig. 14

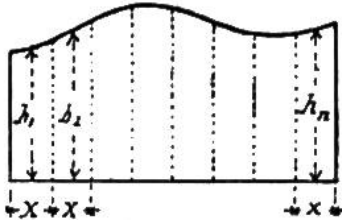


Fig. 15

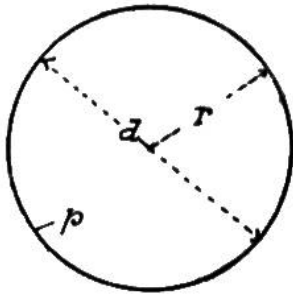


Fig. 16

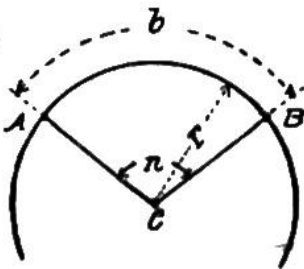


Fig. 17

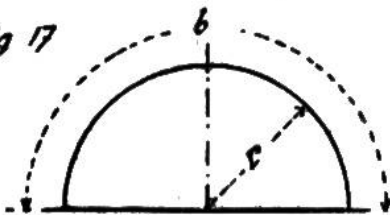
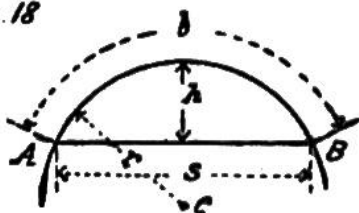


Fig. 18



Unregelmässige Vielecke od Flächen:

Fläche kann bestimmt werden durch Zerlegung des Vielecks in Dreiecke mittelst Diagonalen und Summierung der ermittelten Dreiecksflächen,

oder durch Einteilung in Trapeze u. Dreiecke vermittelst der Koordinaten der Eckpunkte auf eine rechtwinklig gewählte Axe. Fig 13

Durch Zerlegung in parallele Streifen gleicher Breite Fig 14

$$F = x \cdot (h_1 + h_2 + \dots + h_n)$$

Kreis:

Durchmesser = d ; Radius = r

Umfang = p ; Inhalt = F .

$$p = d \cdot \pi = d \cdot 3.14159$$

$$= 2r \pi;$$

$$F = \frac{d^2 \pi}{4} = 0.785 d^2 = r^2 \pi$$

$$r = \sqrt{\frac{F}{\pi}} = 0.564 \sqrt{F};$$

$$d = 2 \sqrt{\frac{F}{\pi}} = 1.128 \sqrt{F}$$

Kreisektor: (A.B.C) Fig. 16.

Radius = r ; Bogen = b ;

Zentriwinkel = n ;

$$F = \frac{r^2 \pi \cdot n}{360} = \frac{b \cdot r}{2}$$

$$r = \sqrt{\frac{F}{\pi} \cdot \frac{360}{n}} = \frac{b}{\pi} \cdot \frac{180}{n};$$

$$n = 360 \cdot \frac{F}{r^2 \pi} = \frac{b}{r \pi} \cdot 180$$

$$b = 2 r \pi \frac{n}{360} = r \pi \cdot \frac{n}{180}$$

Halbkreisbogen = $b = \pi \cdot r$.

Halbkreisfläche = $F = \frac{\pi \cdot r^2}{2}$.

Viertelkreisbogen = $b = \frac{\pi \cdot r}{2}$

Viertelkreisfläche = $F = \frac{\pi \cdot r^2}{4}$.

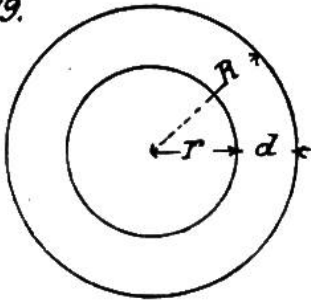
Kreisabschnitt:

Sehne = s Höhe = h . $F = \frac{2}{3} s \cdot h$.

$$\text{genau } F = \frac{r^2 \pi n}{360} - \frac{1}{2} s \sqrt{r^2 - \frac{1}{4} s^2} = \frac{br - s(r-h)}{2}$$

$$s = 2 \sqrt{h(2r-h)} \quad r = \frac{s^2}{8h} + \frac{h}{2}$$

Fig 19.

Kreisring:Äusserer Radius = R ;Innerer Radius = r

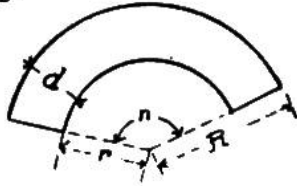
$$F = R^2\pi - r^2\pi.$$

$$= \pi(R+r)(R-r).$$

wenn d = radiale Breite des Kreisrings.

$$\text{so ist } F = \pi(2r+d)d.$$

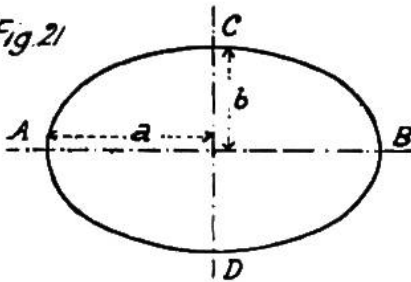
Fig 20

Kreisringstück: (Konzentrisch)Äusserer Radius = R Innerer Radius = r Zentriwinkel = n .

$$F = (R^2\pi - r^2\pi) \frac{n}{360} = (R^2 - r^2) \cdot \frac{\pi \cdot n}{360}$$

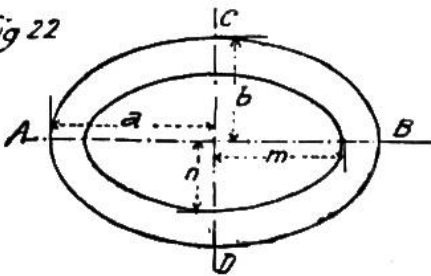
$$= (R+r)d \frac{\pi \cdot n}{360} = (R+r)d \cdot n \cdot 0.0087.$$

Fig 21

Ellipse:Halbe Achsen der Ellipse = a und b

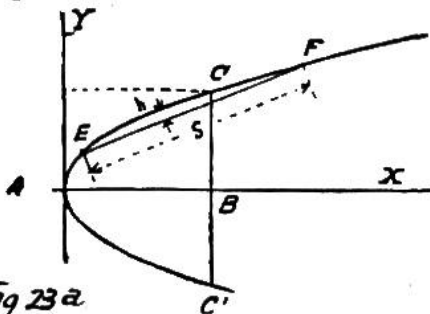
$$F = a \cdot b \cdot \pi;$$

Fig 22

Elliptischer Ring:Halbe Achsen der äussern Ellipse a, b ,
Halbe Achsen der innern Ellipse m, n

$$F = \pi(ab - mn).$$

Fig 23.

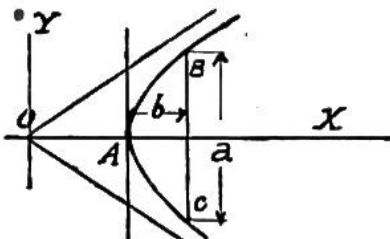
Parabelsegment ECF:

$$F = \frac{2}{3} s \cdot h, \quad s = EF.$$

Parabelfläche CAC':

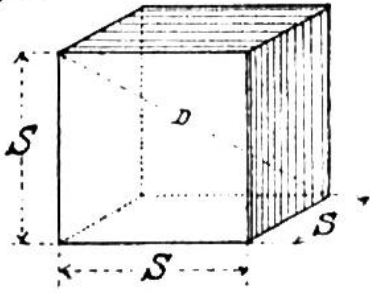
$$F = \frac{2}{3} CC' \cdot AB.$$

Fig 23a

Hyperbelsegment ABCSehne = a , Höhe = b

$$F (\text{annähernd}) = \frac{3}{5} b \cdot a.$$

Fig 24

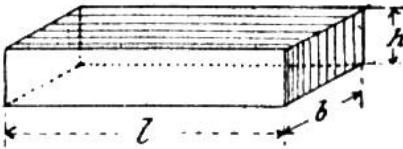
Würfel:Seite = s ; Inhalt = K ; Oberfläche = O ;

$$K = s^3; \quad O = 6s^2;$$

$$s = \sqrt[3]{K};$$

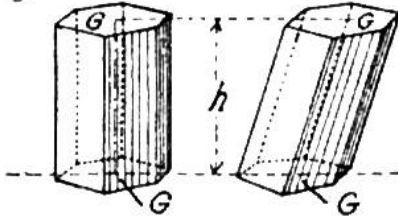
$$\text{Diagonale} = D = \sqrt{3s^2} = s\sqrt{3} \\ = s \cdot 1.732050$$

Fig 25

Parallelepiped:Länge = l ; Breite = b ; Höhe = h ;

$$K = l \cdot b \cdot h.$$

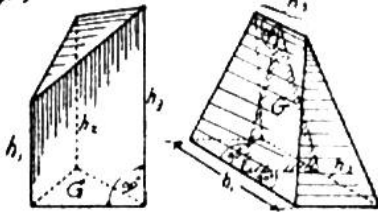
Fig 26

Prisma:Grundfläche = G ; Höhe = h ;

$$K = G \cdot h;$$

Oberfläche O = Umfang der Grundfläche $U \times h + 2G$.

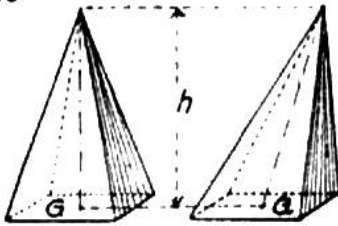
Fig 27

Schiefabgeschnittenes Prisma:Flächeninhalt des senkrechten Querschnittes = G .Länge der Kanten, h, h_1, h_2, \dots, h_n

$$K = G \times \frac{h_1 + h_2 + h_3 + \dots + h_n}{n}$$

Bei mehr als 3 Kanten ist das Prisma regelmässig oder hat dasselbe wenigstens Axensymmetrie.

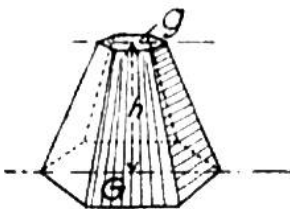
Fig 28

Pyramide:Grundfläche = G ; Höhe = h ;

$$K = \frac{G \cdot h}{3}; \quad h = \frac{3K}{G}$$

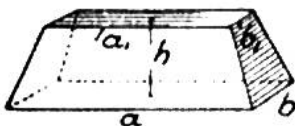
$$G = \frac{3K}{h};$$

Fig 29

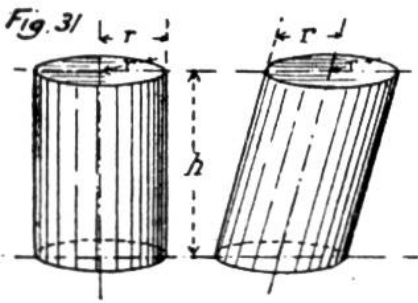
Abgestumpfte Pyramide:Inhalt der beiden Grundflächen = G u. g .

$$K = \frac{h}{3} \cdot (G + g + \sqrt{G \cdot g})$$

Fig 30

Obelisk, Wall, regelmässig aufgeschütteter Haufen.

$$K = \frac{1}{6} h [(2a + a)b + (2a + a)b]$$

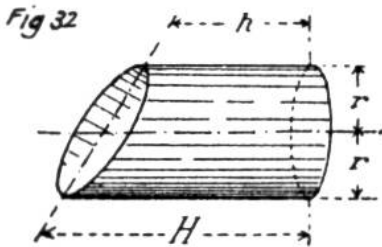


Cylinder, (Walze)

$$K = r^2 \pi \cdot h \quad \text{Mantel} = 2 r \pi \cdot h$$

$$r = \sqrt{\frac{K}{\pi \cdot h}}; \quad h = \frac{K}{r^2 \pi}$$

$$\text{Mantel} = 2 r \pi \cdot h.$$

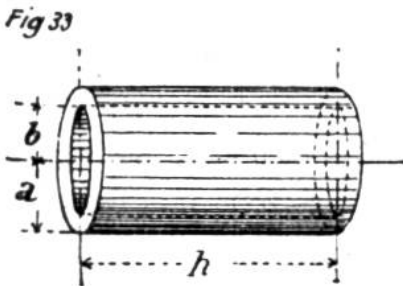


Schiefgeschnittener Cylinder

Grösste Höhe = H ; kleinste Höhe = h ;

$$K = r^2 \pi \cdot \frac{H+h}{2}$$

$$\text{Mantel} = \pi r (H+h)$$

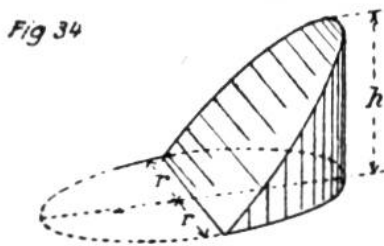


Hohlzylinder:

Innere Halbmesser = b
 äusserer Halbmesser = a , Länge = h ,

$$K = \pi \cdot h (a+b) \cdot (a-b).$$

$$K = \pi \cdot h (a^2 - b^2)$$

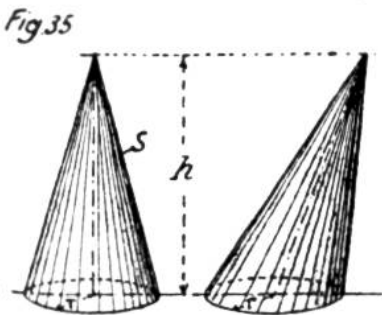


Cylinderhuf:

Radius der Grundfläche = r
 Höhe des Hufes = h

$$K = \frac{2}{3} r^2 h$$

$$M = 2 r \cdot h.$$



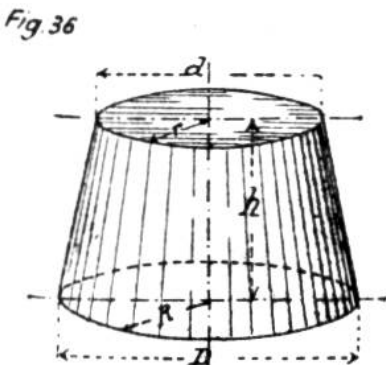
Kegel.

Halbmesser der Grundfläche = r
 Höhe = h , Seite = S

$$S = \sqrt{r^2 + h^2}$$

$$\text{Mantel } M = r \pi \cdot S$$

$$\text{Ganze Oberfläche } \Theta = \pi \cdot r (r + \sqrt{r^2 + h^2}) = \pi r (S + r).$$



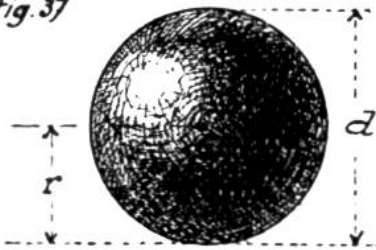
Abgestumpfter Kegel

Halbmesser der Grundflächen R und r
 Durchmesser der Grundflächen = D und d

$$K = \frac{(R^2 + r^2 + Rr)}{3} \cdot h \cdot \pi = \frac{D^2 + d^2 + d \cdot D}{12} \cdot h \cdot \pi.$$

$$\text{Mantel} = \pi S (R+r)$$

Fig. 37

Kugel:

$$\text{Radius} = r; \text{ Durchmesser} = d$$

$$\text{Oberfläche } O = 4r^2\pi = d^2\pi.$$

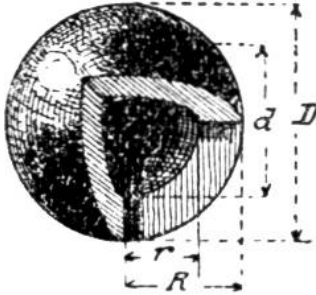
$$= 12.566 r^2$$

$$\text{Inhalt } K = \frac{4}{3}r^3\pi = \frac{d^3\pi}{6} = \frac{0.5236}{3}d^3$$

$$K = 4.189 r^3 = 0.5236 d^3.$$

$$\text{Radius } r = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{O}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{3K}{4\pi}}$$

Fig. 38

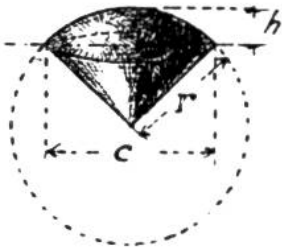
Hohlkugel:

$$\text{Äusserer Radius} = R \text{ innerer} = r.$$

$$\text{„ Durchmesser } D \text{ „ } = d.$$

$$K = \frac{4\pi}{3}(R^3 - r^3) = \frac{\pi}{6}(D^3 - d^3).$$

Fig. 39

Kugelsektor:

$$\text{Radius der Kugel} = r$$

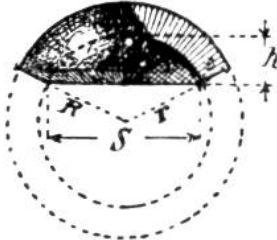
$$\text{Begrenzende Kalotte: Höhe} = h$$

$$\text{„ Durchmesser} = c$$

$$\text{Oberfläche} = \frac{\pi r}{2}(4h + c)$$

$$K = \frac{2}{3}r^2\pi h = 2.0944 r^2 h.$$

Fig. 40

Hohlkugelsektor:

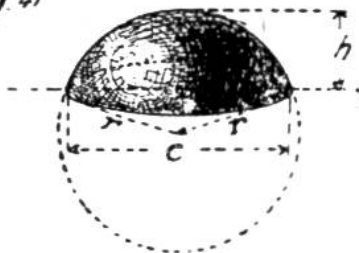
$$\text{Äusserer Radius} = R \text{ innerer} = r$$

$$\text{Wanddicke} = s; R = r + s.$$

$$r = \frac{s^2 + 4h^2}{8h}$$

$$\text{Inhalt } K = 2.094 \frac{h}{r} (R^3 - r^3).$$

Fig. 41

Kugelsegment:

$$\text{Radius der Kugel} = r.$$

$$\text{Kalottendurchmesser} = c \text{ Höhe} = h$$

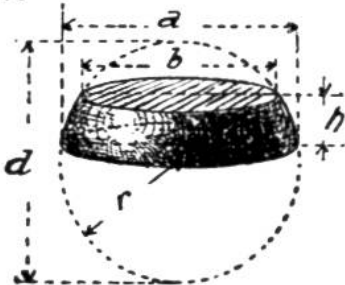
$$\text{Gewölbte Oberfläche} = O$$

$$O = 2r\pi h = \pi\left(\frac{c^2}{4} + h^2\right).$$

$$K = \frac{1}{6}\pi h(3c^2 + h^2) = \frac{1}{3}\pi h^2(3r - h)$$

$$= \pi h^2\left(r - \frac{1}{3}h\right) = \pi h\left(\frac{c^2}{8} + \frac{h^2}{6}\right).$$

Fig. 42

Kugelzone.

$$\text{Höhe der Zone} = h$$

$$\text{Halbmesser der Kugel} = r$$

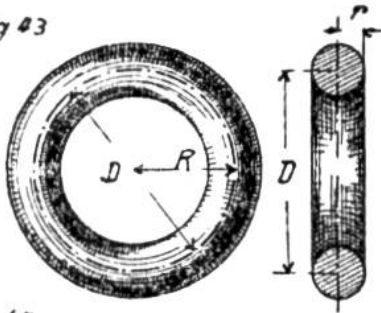
$$\text{Halbmesser der Endflächen } a \text{ und } b$$

$$\text{Mantel} = 2r\pi h.$$

$$\text{Oberfläche} = M + a^2\pi + b^2\pi.$$

$$\text{Inhalt } K = \frac{1}{6}\pi h(3a^2 + 3b^2 + h^2).$$

Fig 43

Cylindrischer Ring.

Radius des Kreisförm. Querschnittes = r

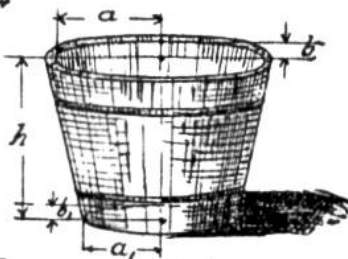
Durchmesser des Ringes = D

Radius des Ringes = R . siehe Figur.

$$K = 2\pi^2 R r^2 = 2.467 D d^2$$

$$\text{Oberfläche } O = 4\pi^2 R r = 9.87 D d$$

Fig. 44

Kübel

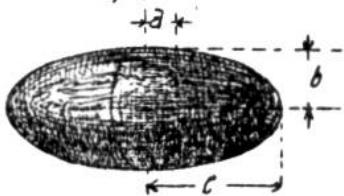
Die Endflächen sind Ellipsen mit

den Halbachsen a, b und a, b ,

Höhe zwischen den Endflächen = h

$$\text{Inhalt } K = \frac{1}{6} \pi h [2(ab + a_1 b_1) + ab + a_1 b_1]$$

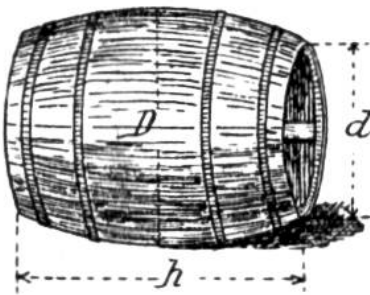
Fig 45

Ellipsoid

Bezeichnung der 3 Halbachsen = a, b, c .

$$\text{Inhalt } K = \frac{4}{3} \pi \cdot a \cdot b \cdot c$$

Fig 46

Fass

Spunddurchmesser = D

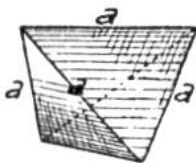
Bodendurchmesser = d

Höhe = h (resp Länge)

$$\text{Inhalt } K = 1.0453 h (0.4 D^2 + 0.2 Dd + 0.15 d^2)$$

Reguläre Polyeder:

Fig. 47

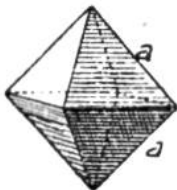


Tetraeder: (4 gleichseitige Dreiecksflächen)

Länge der Kante = a ; $O = a^2 \sqrt{3} = 1.732 a^2$

$$K = \frac{1}{12} a^3 \sqrt{2} = 0.11785 a^3$$

Fig. 48

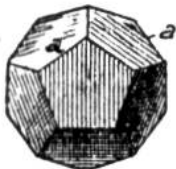


Oktaeder. (8 gleichseit. Dreiecksflächen)

Kante = a ; $O = 2a^2 \sqrt{3} = 3.464116 a^2$

$$K = \frac{a^3}{3} \sqrt{2} = 0.4714045 a^3$$

Fig. 49

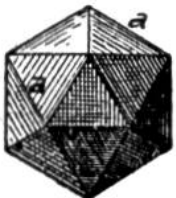


Dodekaeder (12 regelmässige Fünfecke)

Kante = a ; $O = 3a^2 \sqrt{25 + 10\sqrt{5}}$
 $= 20.645729 a^2$

$$K = \frac{a^3}{4} (15 + 7\sqrt{5}) = 7.663119 a^3$$

Fig. 50



Icosaeder 20 gleichseitige Dreiecksflächen.

Kante = a ; $O = 5a^2 \sqrt{3} = 8.6602545 a^2$

$$K = \frac{5}{12} a^3 (3 + \sqrt{5}) = 2.181695 a^3$$