Flächen- und Körperberechnung

Objekttyp: **Group**

Zeitschrift: **Pestalozzi-Kalender**

Band (Jahr): **7 (1914)**

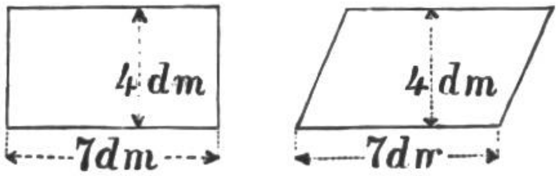
Heft [2]: **Schüler**

PDF erstellt am: **20.06.2024**

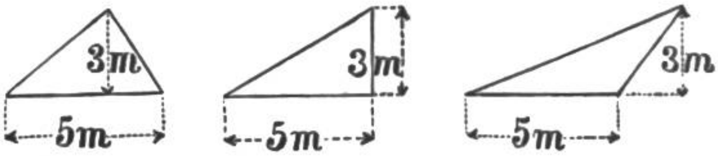
Flächen- und Körperberechnung.

Bei Flächen- und Körperberechnungen sind alle Längen durch dieselbe Einheit gemessen in Rechnung zu bringen. Mißt man die Längen in Metern, so erhält man die Flächen in Quadrat- und die Rauminhalte in Kubikmetern.

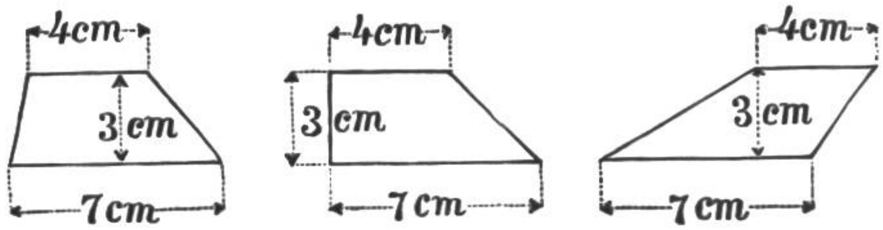
Die Fläche eines Parallelogramms wird gefunden, indem man die Grundlinie mit der Höhe multipliziert. Z. B. ist die Fläche der nebenstehenden Figuren $7 \cdot 4 = 28$ dm².



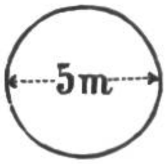
Die Fläche eines Dreiecks ist gleich dem halben Produkt aus Grundlinie und Höhe. Z. B. ist die Fläche der nebenstehenden Dreiecke $\frac{5 \cdot 3}{2} = 7\frac{1}{2}$ m².



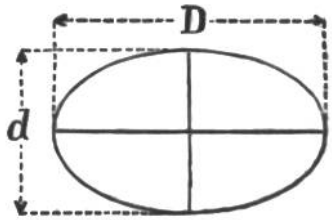
Die Fläche eines Trapezes wird gefunden, indem man die halbe Summe der beiden parallelen Seiten mit der Höhe multipliziert. Z. B. ist die Fläche der nebenstehenden Figuren $\frac{4 + 7}{2} \cdot 3 = 16\frac{1}{2}$ cm².



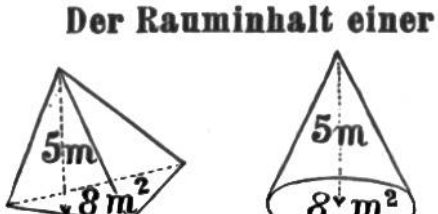
Ist d der Durchmesser eines Kreises, so ist sein Umfang $\pi \cdot d$, seine Fläche $\pi \cdot \frac{d^2}{4}$, wobei für π $\frac{22}{7}$ oder 3,14 zu setzen ist (soll größere Genauigkeit erzielt werden, so setze man für π entweder $\frac{355}{113}$ oder 3,1416). Ist z. B. der Durchmesser des Kreises 5 m, so ist der Umfang desselben $3{,}14 \cdot 5 = 15{,}7$ m und die Fläche $3{,}14 \cdot \frac{5 \cdot 5}{4} = 19{,}625$ m².



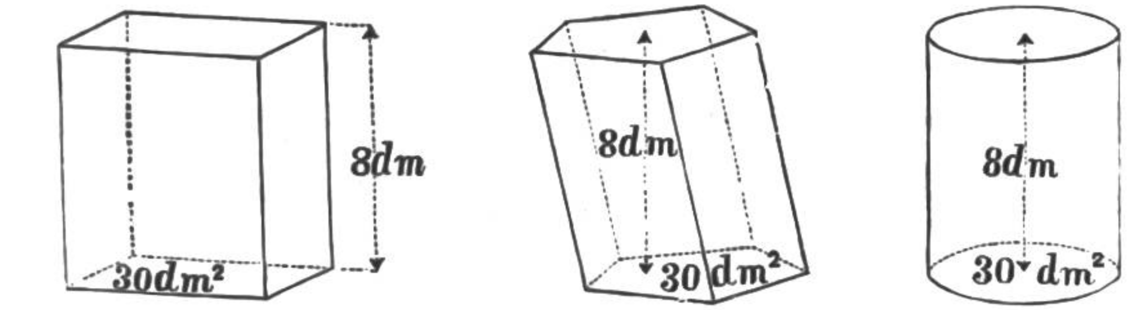
Bezeichnet man mit D den größten und mit d den kleinsten Durchmesser (große und kleine Axe) einer Ellipse, so ist deren Flächeninhalt $\frac{\pi}{4} Dd$. Ist z. B. 9 cm die Länge des größten und 5 cm diejenige des kleinsten Durchmessers, so mißt die Fläche der Ellipse $\frac{3{,}14 \cdot 9 \cdot 5}{4} = 35{,}3$ cm².



Der Rauminhalt einer Pyramide und eines Kegels ist gleich dem dritten Teil des Produktes aus Grundfläche und Höhe. Mißt also die Grundfläche 8 m² und die Höhe 5 m, so ist der Rauminhalt des Körpers $\frac{8 \cdot 5}{3} = 13\frac{1}{3}$ m³.

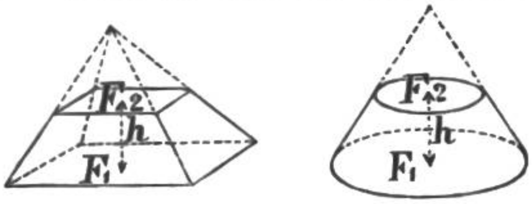


Der Rauminhalt eines Prismas und eines Cylinders ist gleich dem Produkt aus Grundfläche und Höhe. So z. B. ist der Rauminhalt



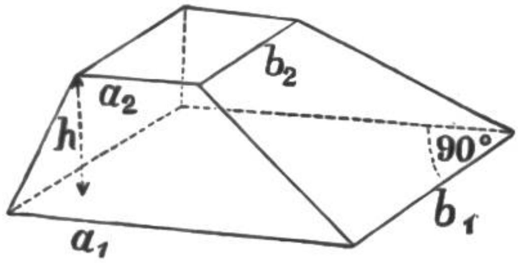
der obenstehenden Körper, deren Grundfläche 30 dm² und deren Höhe 8 dm mißt, $30 \cdot 8 = 240$ dm³.

Sind F_1 und F_2 die parallelen Endflächen einer **abgestumpften Pyramide oder eines abgestumpften Kegels** von der Höhe h, so ist der Rauminhalt des Körpers:



$$\frac{h}{3}\left(F_1 + \sqrt{F_1 \cdot F_2} + F_2\right).$$

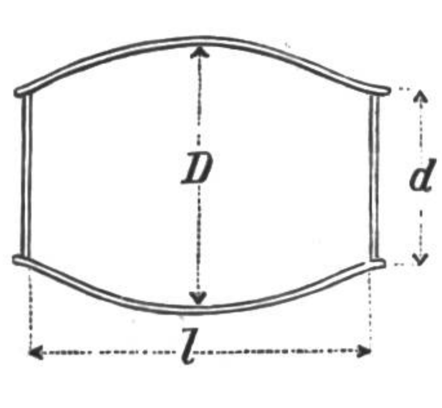
Sind a_1, b_1 die Kanten der untern, a_2, b_2 diejenigen der obern Endfläche eines **Obelisken** von der Höhe h, so ist sein **Rauminhalt**:



$$\frac{h}{6}\left[(2\,a_1 + a_2)\,b_1 + (2\,a_2 + a_1)\,b_2\right]$$

Die **Oberfläche einer Kugel** vom Durchmesser d ist $\pi\,d^2$, der **Rauminhalt der Kugel** $\frac{\pi}{6}\,d^3 = 0{,}5236\;d^3$. Ist z. B. der Durchmesser der Kugel $d = 15$ cm, so ist ihre Oberfläche $3{,}14 \cdot 15 \cdot 15 = 706{,}5$ cm² und ihr Rauminhalt $0{,}5236 \cdot 15 \cdot 15 \cdot 15 = 1767{,}15$ cm³.

Sind F_1 und F_2 die parallelen Endflächen und F der mittlere Querschnitt eines **Prismatoids** von der Höhe h, so ist sein Rauminhalt $\frac{h}{6}\,(F_1 + 4\,F + F_2)$; dieselbe Formel gilt angenähert für **einfach gestaltete Körper, welche von parallelen Endflächen begrenzt werden**; so erhält man für den **Rauminhalt** J **eines Fasses**, dessen innerer Durchmesser beim Spund gemessen D, dessen Bodendurchmesser d ist und dessen Böden von einander den Abstand l haben, $J = \frac{\pi\,l}{12}\,(d^2 + 2\,D^2)$. Ist also der innere Durchmesser beim Spunt 8,5 dm, der Bodendurchmesser 5,7 dm und der Abstand der Böden 11,3 dm, so ist der Rauminhalt des Fasses:



$$\frac{22}{7} \cdot \frac{11{,}3}{12} \cdot (5{,}7 \cdot 5{,}7 + 2 \cdot 8{,}5 \cdot 8{,}5) = 524\,\text{dm}^2;$$

das heißt, das Faß hält ungefähr 520 l. Viel genauer liefert folgende Formel den Faßinhalt: $J = \frac{\pi\,l}{60}\,(8\,D^2 + 4\,D\,d + 3\,d^2)$.