

**Zeitschrift:** Orion : Zeitschrift der Schweizerischen Astronomischen Gesellschaft  
**Herausgeber:** Schweizerische Astronomische Gesellschaft  
**Band:** 74 (2016)  
**Heft:** 393

**Artikel:** Nochmals Sonnenfinsternis! : Den Durchmesser der Totalitätszone selber berechnen?  
**Autor:** Laager, Erich  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-897141>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 24.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

Nochmals Sonnenfinsternis!

# Den Durchmesser der Totalitätszone selber berechnen?

■ Von Erich Laager

Die Zuschrift eines Lesers gab den Anstoss zu Fragen: Welcher mathematische Aufwand muss zur Berechnung der Totalitätszonenbreite betrieben werden? Wie genau sind die Ergebnisse? Welche Finsternisse sind geeignet für sinnvolle Näherungs-Rechnungen? Dabei war es nötig, auf zwei Dinge speziell einzugehen: Die Winkelfunktion Tangens als willkommenes «Werkzeug» und die Grösse Gamma, die den Finsternisverlauf weitgehend beschreibt. Schliesslich fand ich noch Angaben zu maximalen Breiten von Finsternispfaden. Wer Lust zum Rechnen bekommen hat, mag sich beim abschliessenden Rätsel die Zeit vertreiben.

Astronomie ist ein Tummelfeld für vielseitige Interessen. Die Mathematiker kommen nicht zu kurz! Ein seit kurzer Zeit pensionierter Leser hat sich die Situation bei einer totalen Sonnenfinsternis vorgenommen.

Mit Freude greift er auf seine «Technikums-Mathematik» zurück und erinnert sich dabei auch an Rechenschieber und «Logarithmenbibel». Natürlich rechnet auch er heute mit Taschenrechner und Computer-Tabellen.

In seinen Berechnungen zur Grösse der Totalitätszone findet man Proportionen, Winkelfunktionen, quadratische Gleichungen, dies alles sehr präzis illustriert – eine sehr gründliche und schöne Arbeit!

Wir dürfen eine seiner Figuren hier publizieren:

Leider ist das Dokument in seiner Form zu speziell und zu umfangreich für eine Publikation im ORION. Es hat mich aber daran erinnert, dass ich etwas Ähnliches auch

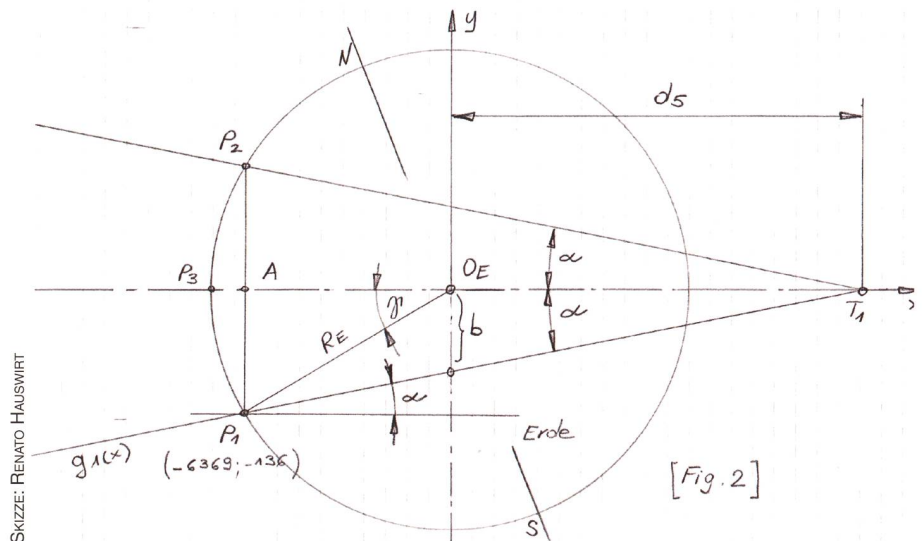


Abbildung 1: Konstruktion zu den Berechnungen zur Schattengrösse.

schon versucht hatte und es führte dazu, dass ich für diesen Beitrag weitere Informationen zum Thema zusammengesucht habe.

Die gegebenen Grössen haben zum Teil maximal 4 verlässliche Ziffern, somit täuschen die vielen Ziffern in den Zwischenresultaten – auch in

## Genauigkeit der einfachen Berechnung

Datum der Finsternis	02.08.2027	20.03.2034	08.04.2024	26.12.2019	21.08.2017	01.06.2030	12.08.2026	15.06.1787	30.03.2033	24.05.1248	21.02.361
Gamma nach NASA 4) oder Canon 1)	0.14174	0.28925	0.34300	0.41329	0.43470	0.56233	0.89741	0.86750	0.97760	0.98010	-0.98490
Gamma nach Meeus 2)								0.9738	0.9778	0.9801	-0.9850
Distanz Erde-Sonne (e)	151'899'745	149'030'995	149'886'434	147'198'056	151'387'374	151'755'290	151'659'140	152'013'876	149'480'824	151'983'956	149'047'350
Distanz Erde-Mond (m)	357'378	361'522	359'817	384'229	352'944	406'125	366'962	351'847	357'699	255'326	356'404
Länge des Schattenkegels des Mondes (k)	379'204	372'015	374'160	367'372	377'885	378'720	378'578	379'420	373'150	379'420	372'069
Abstand Mondzentrum-Erdoberfläche (f)	351'007	355'151	353'446	377'858	365'734	399'754	360'591	345'085	351'328	348'955	350'033
Art der Finsternis berechnet aus Canon	total	total	total	ringförmig	total	ringförmig	total	total	total	total	total
Durchmesser Schattenkegel (t) berechnet	258.5 km	157.6 km	192.4 km	-99.2 km	111.8 km	-193.0 km	156.1 km	314.6 km	203.3 km	279.1 km	205.9 km
Pfadbreite nach NASA 4) oder Canon 1)	258.8 km	159.9 km	202.7 km	-117.7 km	115.1 km	-249.5 km	295.9 km	997.6 km	734.3 km	997.2 km	853.4 km
Pfadbreite nach Meeus 2)								1184 km	879 km	1216 km	1030 km
Abweichung Berechnung vom wahren Wert	0.1%	1.5%	5.1%	15.7%	2.9%	22.6%	44.2%	68.5%	72.3%	72.0%	75.9%

Tabelle 1



Tabelle 1 – eine nicht vorhandene Genauigkeit vor. Es ist trotzdem sinnvoll, erst das Schlussresultat zu runden. Dies sollte man aber unbedingt tun!

## Anregung für den Mathematikunterricht in der Volksschule

Mithilfe von Kenntnissen aus dem Mathematik-Stoffplan der 8. und 9. Klasse kann man derartige Berechnungen durchführen. Wir vereinfachen die Situation mit folgenden Annahmen:

- Die Zentren von Sonne, Mond und Erde liegen auf einer Geraden.
- Anders gesagt: Die Achse des Schattenkegels trifft das Erdzentrum. (In Wirklichkeit wandert sie je nach Finsternis mehr oder weniger weit neben dem Zentrum durch.)
- Der Beobachter befindet sich auf der Achse des Schattens, er ist also um den Erdradius näher beim Mond als das Erdzentrum. (Die Unterscheidung dieser Distanzen ist wichtig!)

Wir rechnen vorerst mit folgendem Spezialfall: Die Erde hat die grösste Entfernung von der Sonne, zugleich hat der Mond die kleinste Entfernung von der Erde (siehe Kasten rechts).

## Können wir zufrieden sein?

Wie steht es mit dem «Test an einer konkreten Situation»? Dazu verwende ich meine Excel-Tabelle, welche nach dem eben gezeigten Vorgehen programmiert ist. Ich entscheide mich für die totale Sonnenfinsternis vom 20. März 2015 und finde:

e	=	149'031'000 km
m	=	357'913 km
d	=	148'673'087 km
k	=	372'024 km
f	=	351'542 km
k	>	f, also eine totale Finsternis
n	=	14'111 km
t	=	191.4 km

Gemäss Finsternis-Canon von FRED ESPENAK [1] betrug die tatsächliche Breite der Totalitätszone zwischen 409.6 km und 486.8 km, bei grösster Finsternis 462.0 km. Mit den einfachen Berechnungen habe ich zwar richtig festgestellt, dass die Finsternis total ist, aber mit der Grösse des Schattenflecks bin ich doch ordentlich daneben geraten!

## Gegebene Grössen

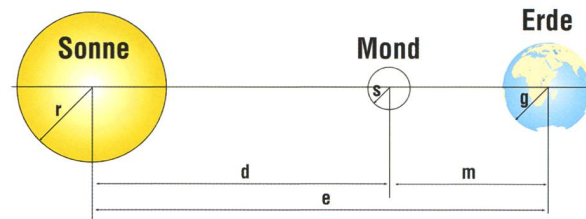


Abbildung 2: Sonne, Mond und Erde. Bekannte Radien und Entfernungen.

g	=	Mittlerer Erdradius	6 371 km	
s	=	Radius des Mondes	1 738 km	
r	=	Radius der Sonne	696 300 km	
e	=	Abstand Sonnenzentrum – Erdzentrum	152 100 000 km	
m	=	Abstand Mondzentrum – Erdzentrum	356 400 km	
d	=	Abstand Sonnenzentrum – Mondzentrum	151 743 600 km	$d = e - m$

## Berechnung der Länge des Mondschaten-Kegels (k)

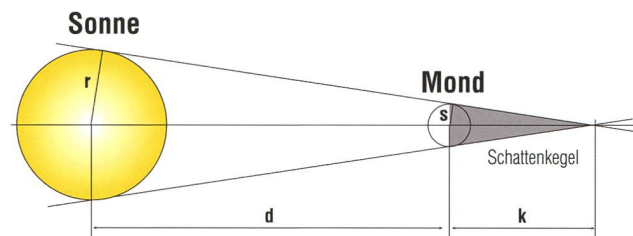


Abbildung 3: Berechnung des Schattenkegels mit Hilfe zweier ähnlicher Dreiecke.

Für die beiden ähnlichen Dreiecke gilt die Proportion  $k : s = (k + d) : r$

$$k \cdot r = s \cdot (k + d)$$

$$k \cdot r = k \cdot s + d \cdot s$$

$$k \cdot r - k \cdot s = d \cdot s$$

$$k \cdot (r - s) = d \cdot s$$

$$k = d \cdot s : (r - s)$$

$$k = 151\,743\,600 \cdot 1\,738 : (696\,300 - 1\,738) = 379\,707$$

## Berechnung des Durchmessers der Totalitätszone (t)

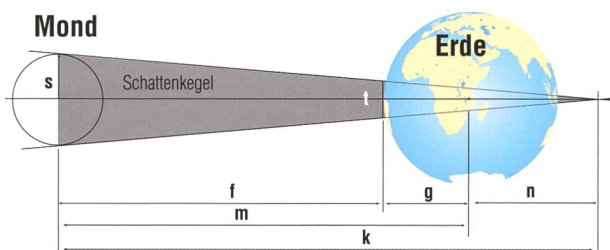


Abbildung 4: Diese Entfernungen werden gebraucht für den Entscheid, ob die Finsternis total oder ringförmig ist.

Abstand der Schattenspitze vom Erdzentrum  
 $n = k - m = 379\,707 - 356\,400 = 23\,307$

Abstand der Erdoberfläche (Ort des Beobachters) vom Mondzentrum  
 $f = m - g = 356\,400 - 6\,371 = 350\,029$

$k > f$ , also ist die Finsternis total. Im andern Fall wäre sie ringförmig.

Für die beiden ähnlichen Dreiecke gilt die Proportion  $(g + n) : t = k : (2 \cdot s)$

$$t \cdot k = (g + n) \cdot 2 \cdot s$$

$$t = (g + n) \cdot 2 \cdot s : k = (6\,371 + 23\,307) \cdot 2 \cdot 1\,738 : 379\,707 = 271.7 \text{ km}$$

Dieses Resultat für den Durchmesser der Totalitätszone stimmt überein mit dem Ergebnis der wesentlich aufwändigeren Rechnungen, die wir erhalten haben.



Anlässlich dieser kleinen Enttäuschung drängt sich die Frage auf: Ist unsere simple Methode nur eine Spielerei oder kann sie die wirklichen Verhältnisse einigermaßen genau wiedergeben? Wenn ja, unter welchen Bedingungen?

## Was sind die Gründe für die ungenauen Ergebnisse?

Sonnenfinsternisse verlaufen – global gesehen – auf ganz verschiedene Arten. Je stärker der Verlauf von unserem Musterfall abweicht, desto mehr wird die Schattenellipse auf der Erdoberfläche verzerrt, speziell in polaren Gebieten stark in die Länge gezogen. Ein schönes Beispiel war die Finsternis vom 20. März 2015 mit ihrer Totalität im hohen Norden Europas. Die Lage der Finsterniszone ist schuld an unserem recht ungenauen Ergebnis. Wir müssen wohl in «gemässigten Gefilden» suchen, um mehr Erfolg zu haben. – Was heisst das nun genau?

## Mit dem richtigen Gamma zu einer guten Näherung

Ich suchte eine totale Finsternis «nahe am Idealfall». Im Zeitabschnitt von 2000 bis 2100 Bei NASA [4] finde ich das kleinste  $\gamma$ : Zur totalen Sonnenfinsternis vom 2. August 2027 gehört  $\gamma = 0,1421$ . Mit  $e = 151'900'000$  km und  $m = 357'378$  km findet man  $k = 379'205$  km und  $t = 258,5$  km. Im Canon [1] ist die maximale Breite des Pfades mit 258,8 km angegeben.

In diesem günstigen Fall liefert also unsere simple Rechnungsmethode ein perfektes Resultat!

Es ist wohl so, dass mit wachsendem Gamma (d. h. mit zunehmendem Abstand der Schattenachse vom Erdzentrum) unsere Resultate schlechter werden.

Die Zusammenstellung in Tabelle 1 bestätigt diese Vermutung. Die Beispiele sind geordnet nach Gamma. Die hintersten Kolonnen enthalten Finsternisse mit extrem grossem Gamma (Auswahl nach MEEUS [2]). Für jede Finsternis sind nach der oben beschriebenen Methode u. a. die Länge des Schattenkegels und der Durchmesser des Schattens auf der Erde berechnet. Der Vergleich von  $k$  mit  $f$  gibt die Finsternisart an. Der darauf basierende Entscheid «total oder ringförmig» ist in jedem Fall richtig!

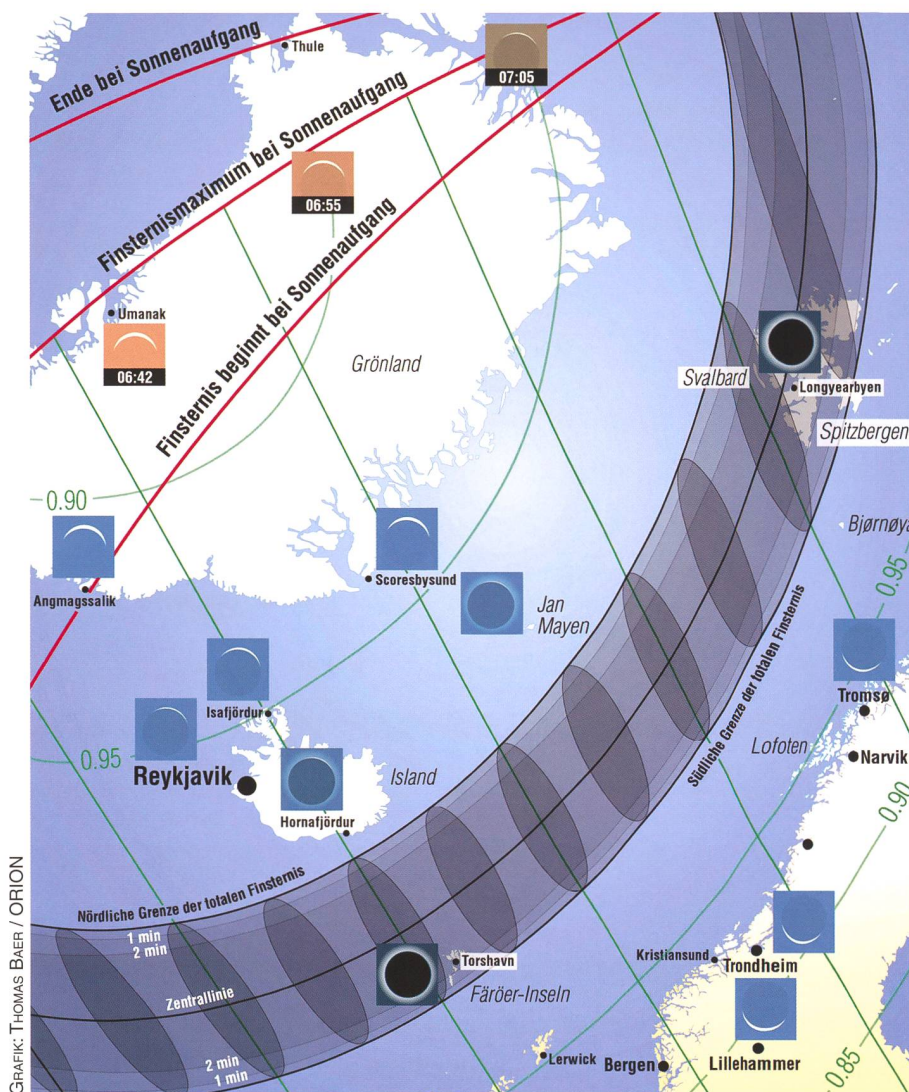


Abbildung 5: Hier sehen wir den Pfad der totalen Sonnenfinsternis vom 20. März 2015 zwischen Island und Norwegen. Die Lage im hohen Norden ergibt einen tieferen Sonnenstand und dadurch lang gezogene Schattenellipsen. Dies führt zu einer ungewöhnlich breiten Totalitätszone von fast 490 km! Dies bedeutet aber keineswegs eine lange Totalitätsdauer. Wie wir erkennen, überschreitet die maximale Phase die 3-Minuten-Marke auf der Zentrallinie nirgends.

Die untersten Zeilen zeigen den Vergleich zwischen dem von uns berechneten Pfad und der Zahl aus den Quellen. Die Prozentzahl ist die Abweichung des berechneten Wertes vom richtigen Wert. Dieser Fehler wächst mit zunehmendem Gamma. Fazit: Die «Schul-Berechnungsmethode» ist sinnvoll anwendbar bis zu einem Gamma von etwa 0.4 resp. -0.4. Unbrauchbar ist sie bei einem Gamma nahe bei 1 oder -1. Und noch ein tröstlicher Hinweis: Für die letzten vier Finsternisse geben die Quellen unterschiedliche maximale Schattenbreiten, weil verschiedene Berechnungsmodelle verwendet wurden. Es gibt also sogar für die Profis noch gewisse Unsicherheiten!

## Der Finsternispfad

Die Schattenellipse läuft über die Erde und erzeugt so einen «Finsternispfad».

Die wandernden Schattenellipsen befinden sich zwischen der nördlichen und der südlichen Grenzlinie, zwischen diesen liegt die Zentrallinie, welche die Orte mit der jeweils längsten Finsternisdauer enthält. Definition: Die Breite des Pfades ist der Abstand der beiden Grenzlinie, am jeweiligen Ort senkrecht zur Zentrallinie gemessen. (MEEUS [2], S. 56).

Dessen variable Breite ist im Canon [1] für den ganzen Verlauf einer Finsternis in Abständen von 6 Minuten angegeben. Uns interessiert die



maximale Breite des Pfades, bei ringförmigen Finsternissen die minimale.

### Wie breit kann die Totalitätszone sein?

Angaben dazu finden wir bei MEEUS [2] auf S. 54: Von 1951 bis 2050 haben 15 Finsternisse Totalitätszonen von 265 bis 879 km Breite. Im Zeitraum von Jahr 0 bis 3000 gibt es 14 Finsternisse mit Pfadbreiten über 800 km.

Die breitesten Finsternispfade:

- 24. Mai 1248 1216 km  $\gamma = +0.9801$
- 21. Februar 361 1030 km  $\gamma = -0.9850$

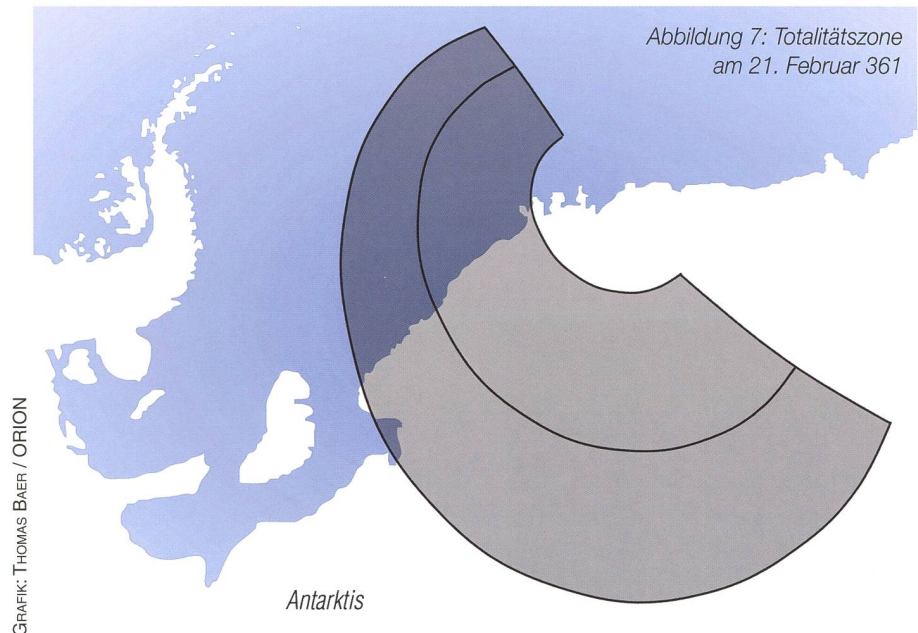
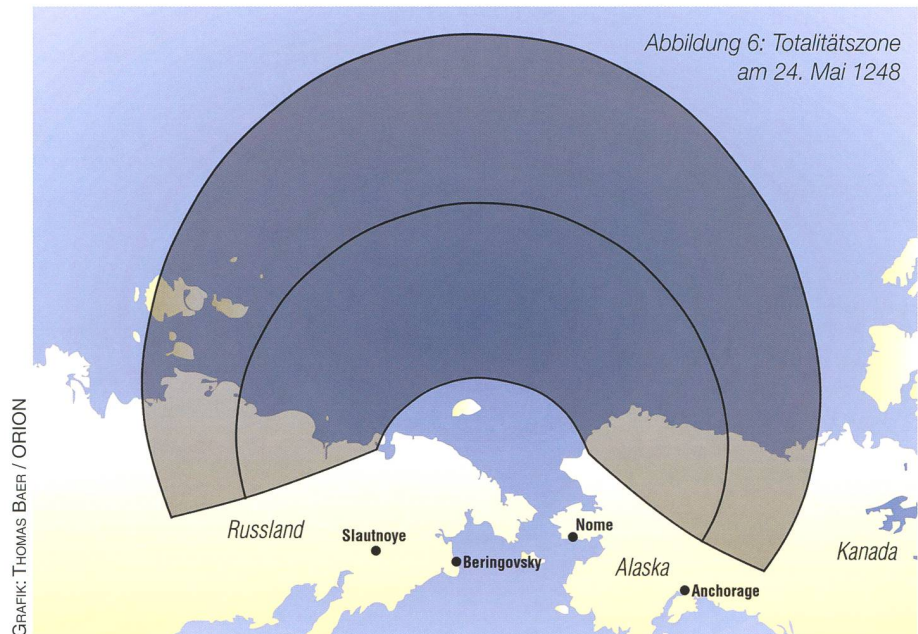
### Auf welche Art kann man genauer rechnen?

In einer ersten Arbeitsphase (Spezialarbeit für Fachastronomen!) werden die Besselschen Elemente aus der sehr präzisen Kenntnis der Bewegung von Erde und Mond berechnet. Dies ergibt eine Sammlung von jeweils 27 Zahlen pro Finsternis. Wir finden sie in den NASA-Finsternisseiten und in Finsternis-Canons [1], [3]. Mit diesen Grundlagen kann sodann auch der Amateur Orte und Zeiten zu einer Sonnenfinsternis rechnen – sofern er den recht grossen Aufwand nicht scheut!

Der Canon von MUCKE und MEEUS [3] entstand in der Zeit, als erstmals grosse Datenmengen mit Computern berechnet werden konnten. Es heisst dort auch stolz in der Einleitung, dass alle Irrtümer ausgeschlossen werden können, weil die Daten direkt vom Computer für den Druck übernommen wurden. Das Buch enthält auf 905 Seiten die Berechnungsgrundlagen von 10'774 Sonnenfinsternissen, die innerhalb von 4'530 Jahren stattfinden, dazu für jede Finsternis eine kleine Erdball-Figur mit der ungefähren Finsterniszone.

In diesem Werk wird sodann auf 18 Seiten Schritt für Schritt beschrieben, wozu und wie die Besselschen Elemente verwendet werden können, so etwa auch zum Berechnen der Nord- und Südgrenze der Zonen von Totalität oder Ringförmigkeit – womit wir dann die Grösse des Mondschattens genau erfasst hätten!

Für die damalige Zeit war das Buch eine sensationelle Fundgrube.



Heute liefert die NASA [4] präzisere und vielfältigere Angaben zu allen Finsternissen von -1999 bis +3000.

### Der Tangens hilft beim Bestimmen der Mond- und Sonnendistanzen

Im beschriebenen einfachen Rechenprogramm zum Mondschatten sind die Entfernungen von Mond und Sonne gegebene Grössen.

Die Fachliteratur (z. B. der «Sternenhimmel» oder die NASA-Finsternisseiten) liefern den scheinbaren Radius (semi-diameter) als Winkel (Bogenminuten und Bogensekunden), oft nicht aber die Distanzanangaben in Kilometer.

Die Funktion ARCTAN ist jetzt dienlich:

Für Sonne und Mond sind je gegeben der Radius in km ( $r$ ) und der scheinbare Radius ( $\alpha$ ). Gesucht ist die Entfernung  $d$ .

Beispiel:  
Finsternis vom 20. März 2015

Sonne: scheinbarer Radius  $\alpha = 16' 3,7'' = 0,2677^\circ$ , wahrer Radius  $r = 696\,300$  km  
 $\tan \alpha = 0.004672$ . Distanz Erde-Sonne  
 $= r : \tan \alpha = 149'031'000$  km

Mond: scheinbarer Radius  $\alpha = 16' 41,6'' = 0,2677^\circ$ , wahrer Radius  $r = 1\,738$  km  
 $\tan \alpha = 0.004856$ . Distanz Erde-Sonne  
 $= r : \tan \alpha = 357'913$  km



Zu beachten: Bei Formeln in Excel-Tabellen werden die Winkel nicht in Grad, sondern im Bogenmass (rad) verarbeitet.

## Mathematische Auswertung einer Zufallsbeobachtung

Während ich an diesem ORION-Beitrag arbeite, geht die Sonne auf und scheint durch das Geäst eines Baumes im Garten auf unsere Haus-Fassade. Sie erzeugt im Nebenzimmer, wo noch die Lamellenstoren geschlossen sind, eine Reihe von Sonnenbildchen auf der weissen Wand. Die kleinen Löcher in den Lamellen wirken als Lochkamera.

Ich wittere eine günstige Gelegenheit, um anhand dieser Beobachtung allerlei zu erklären und zu rechnen. – Doch dann entschliesse ich mich, dies nicht zu tun, sondern die Leserschaft mit einem Rätsel in ein offenes mathematisches Tummelfeld zu entlassen...

■ **Erich Laager**

Schlüchtern 9  
CH-3150 Schwarzenburg  
erich.laager@bluewin.ch

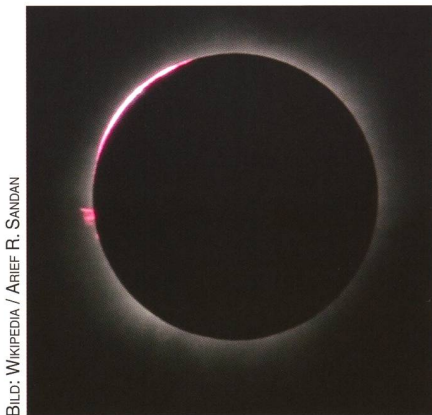


Bild: WIKIPEDIA / ARIEF R. SANDAN

## Sonnenfinsternis in Indonesien

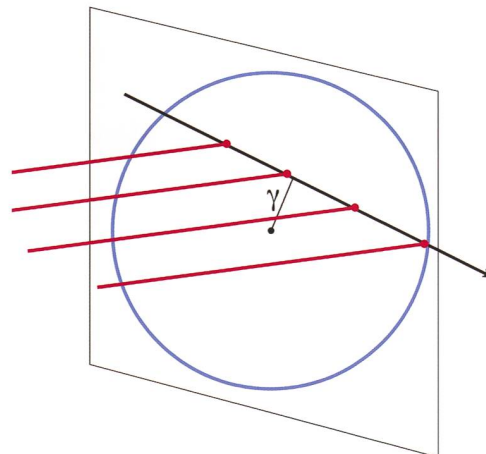
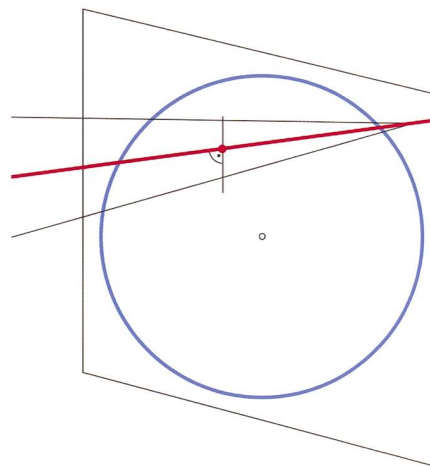
In Indonesien hatten Millionen von Schaulustigen Glück, die totale Sonnenfinsternis am 9. März 2016 trotz vereinzelter Wolkenfelder zu beobachten. Sie begann in den Morgenstunden nach Sonnenaufgang und zog über die Inseln Sumatra, Borneo und Sulawesi hinweg. Über dem Sonnenrand ragte eine imposante Protuberanz in den Welt- raum (links im Bild). Für die nächste totale Sonnenfinsternis müssen wir in die USA reisen. Dort findet am 21. August 2017 die direkte Nachfolgerin der europäischen Finsternis von 1999 statt. Bereits ist ein ganzer Saros (18.6 Jahre) verstrichen!

## Quellen

- [1] ESPENAK FRED: Fifty Year Canon of Solar Eclipses 1986-2035, NASA 1987
- [2] MEEUS JEAN: Mathematical astronomy morsels IV, Willmann-Bell, Inc. 2004
- [3] MUCKE HERMANN und MEEUS JEAN: Canon of Solar Eclipses -2003 to +2526, Astronomisches Büro Wien 2. Auflage 1983
- [4] Internet: nasa solar eclipse
- [5] Astro-Simulationsprogramm «Voyager 4.5» von Carina-Software

## Gamma – eine charakteristische Grösse bei Sonnenfinsternissen

Beim Berechnen von Sonnenfinsternissen (Kontaktzeiten, Dauer, usw.) verwendet man als Konstante u. a. die Grösse Gamma ( $\gamma$ ).



Bei einer zentralen Sonnenfinsternis trifft der Schattenkegel des Mondes die Erde.

Berechnungen hiezu beziehen sich auf die Fundamentalebene (grau).

Diese Ebene steht senkrecht zur Achse des Schattenkegels, sie geht durch das Erdzentrum und enthält auch den Terminator (Tag-Nacht-Grenze auf der Erde).

Der Durchstosspunkt der Schattenachse durch die Zentralebene wandert während der Finsternis von Westen nach Osten (in der Figur von links nach rechts). Der kleinste Abstand der Achse vom Erdzentrum heisst Gamma ( $\gamma$ ). Steht die Achse in dieser Stellung ist «Mitte der Finsternis» oder Finsternismaximum (engl. greatest eclipse).

Die Grösse von Gamma hat einen entscheidenden Einfluss auf den globalen Verlauf der Finsternis. Gamma gibt an (in Einheiten des Äquatorradius), wie gross die kleinste Distanz der Schattenachse vom Erdzentrum während einer Sonnenfinsternis ist. Wäre  $\gamma = 0$ , hätten wir die einfache Situation wie im Musterbeispiel oben. Bei Wikipedia und bei MEEUS [2] gibt es zu  $\gamma$  die nachfolgenden Erklärungen:

Die nachfolgend angegebenen positiven Grenzwerte gelten auch für die absolut gleich grossen negativen Werte.

- Ist  $\gamma$  positiv, wandert der Durchstosspunkt der Schattenachse nördlich des Erdzentrums vorbei, bei negativem  $\gamma$  südlich.
- Je näher  $\gamma$  bei Null ist, desto näher liegt die Totalitätszone beim Äquator.
- Ist  $\gamma < 0.9972$ , ist die Finsternis zentral, d. h. es gibt Orte auf der Erde, bei denen man das Zentrum des Mondes exakt vor der Sonnenmitte durchziehen sieht. (Die Obergrenze ist nicht 1 wegen der Abplattung der Erde!)
- Ist  $0.9972 < \gamma < 1.0260$  kann unter Umständen in polaren Regionen eine totale oder ringförmige Finsternis am Horizont beobachtet werden.
- Bei noch grösserem  $\gamma$  (bis maximal etwa 1.57) ist die Finsternis global nur partiell.

## Die Winkelfunktion Tangens

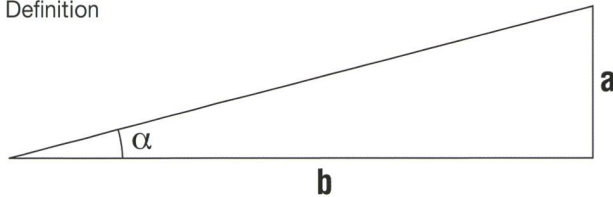
Die Winkelfunktion Tangens ist ein unentbehrliches, recht einfach zu handhabendes mathematisches «Werkzeug». Benötigt wird ein Taschenrechner mit Winkelfunktionen oder eine Excel-Berechnungstabelle.

Die Winkelfunktion Tangens ordnet einem gegebenen Winkel auf eindeutige Art eine Zahl zu.

Die Umkehrfunktion (inverse Funktion) Arcustangens liefert zur Zahl den Winkel.

Taschenrechner: Taste TAN, Umkehrfunktion Tastenkombination INV TAN.

### Definition



Im rechtwinkligen Dreieck ist das Verhältnis der Seiten  $a : b$  gleich dem Tangens des Winkels  $\alpha$

( $a = 40 \text{ mm}$ ,  $b = 160 \text{ mm}$ )

$a : b = 0.25$

Taschenrechner: 0.25 eingeben, Tasten INV TAN  $\alpha$  berechnen, Resultat 14.036...

$\alpha = 14.036^\circ$

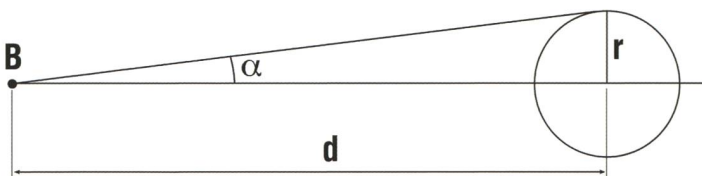
Jede der drei Grössen kann aus den beiden andern berechnet werden.

### Formelsammlung

	Gesucht: a	Gesucht: b
Gesucht: $\alpha$	aus $\alpha$ mit TAN $\tan \alpha$	aus $\alpha$ mit TAN $\tan \alpha$
$\tan \alpha = a : b$	berechnen	berechnen
aus $\tan \alpha$ mit INV TAN $\alpha$	$a = b \cdot \tan \alpha$	$b = a : \tan \alpha$
berechnen		

### Eine häufige Anwendung

Die wahre und die scheinbare Grösse eines Himmelsobjektes



Der Beobachter B sieht den Radius  $r$  unter dem Winkel  $\alpha$  (scheinbarer Radius). Aus  $r$  und  $\alpha$  kann die Distanz  $d$  berechnet werden.

Mond am 20. März 2015 (während der Sonnenfinsternis)

$r = 1738 \text{ km}$ ,  $\alpha = 16' 41,6'' = 0.2782^\circ$

$\tan \alpha = 0.004856$

$d = r : \tan \alpha = 357'910 \text{ km}$

Oder anders angewendet:

Der Ringnebel (Messier 57) ist 2 300 Lichtjahre entfernt. Sein scheinbarer Durchmesser ist 2 Bogenminuten. Wie gross ist dieses Objekt?

$\alpha = 0.033^\circ$

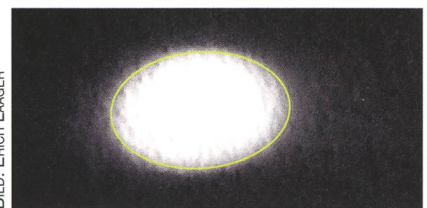
$\tan \alpha = 0.00058$

Durchmesser =  $2'300 \cdot \tan \alpha = 1.3 \text{ Lichtjahre}$  (Näherungswert!)

## Mathematisches Tummelfeld



BILD: ERICH LAAGER



Lücken in Lamellenstoren erzeugen auf einer weissen Wand eine Reihe von Sonnenbildern (Lochkamera-Effekt).

Einige Sonnenbilder werden von Ästen im Vordergrund teilweise verdeckt.

Die Bilder-Reihe wandert recht rasch auf der Wand und verändert ihr Aussehen. Das Foto der Sonnenbilder-Reihe entstand am 14. Februar 2016 08:11 Uhr MEZ.

Das eine Sonnenbild ist unten vergrössert abgebildet. Die Ellipse ist 45 mm hoch (kleine Achse). Das oberste Bild auf der Wand liegt 160 cm über dem Fussboden.

Die Wand mit dem Fenster und die Wand mit der projizierten Sonne stehen senkrecht zueinander.

Das Haus steht am Nordrand des Dorfes Schwarzenburg.

Es wurde 1968 erbaut und 31 Jahre später renoviert. Das Fassaden-Täfer besteht aus roher, unbehandelter Douglasfichte.

Ein Bluthorn wirft seinen Schatten auf die Fassade, er steht rund 6 Meter entfernt vom Fenster mit den Lamellenstoren.

Frage: Was lässt sich aus diesen Bildern und Angaben alles berechnen und herausfinden?

Es dürfen sämtliche weiteren Informationen und Hilfsmittel verwendet werden. Und dann sind der Fantasie keine Grenzen gesetzt...

Ich warte gespannt auf Zuschriften!

■ Erich Laager

Schlüchtern 9

CH-3150 Schwarzenburg

erich.laager@bluewin.ch