Zeitschrift: Orion : Zeitschrift der Schweizerischen Astronomischen Gesellschaft

Herausgeber: Schweizerische Astronomische Gesellschaft

Band: 46 (1988)

Heft: 228

Artikel: Determination des orbites : comment tenir compte de plusieurs observations

Autor: Behrend, Raoul

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-899110

Determination des orbites: Comment tenir compte de plusieurs observations

RAOUL BEHREND

La littérature pour amateurs regorge de méthodes pour la détermination des orbites. On a beau chercher, mais les «classiques» ne nous présentent pas une méthode qui tient compte d'une grande quantité d'observations!

Pour le développement des quelques équations qui vont suivre, on suppose les 6 éléments orbitaux (T,i,w,Ω,e et q si l'on néglige les paramètres non-gravitationnels) connus avec une approximation suffisante.

S'ils étaient parfaits, selon le critère des moindres carrés, la somme des carrés des erreurs en ascension droite (en distances réelles) et en déclinaison entre les positions observées (les N couples ($\alpha_0 1$; $\delta_0 1$) ... ($\alpha_0 N$; $\delta_0 N$)) et théoriques (($\alpha t1$, $\delta t1$) ... (αtN; δtN)) serait minimale; mais dans notre cas, cette addition ne représente pas encore que des erreurs de mesure, aléatoires.

αtj étant une fonction de 6 variables (l'heure et le lieu de lobservation étant fixés), on a approximativement pour les N ascensions droites:

$$\Delta\alpha tj = \frac{\partial \alpha tj}{\partial T}\Delta T + \frac{\partial \alpha tj}{\partial i}\Delta i + \ldots + \frac{\partial \alpha ti}{\partial q}\Delta q.$$

Il en est de même pour les N déclinaisons. Une fois les dérivées estimées, il suffit de calculer les ΔT, ..., Δq qui modifient les positions théoriques pour les faire coincider au mieux avec celles de l'observation; on obtient alors des valeurs améliorées pour T, ..., q.

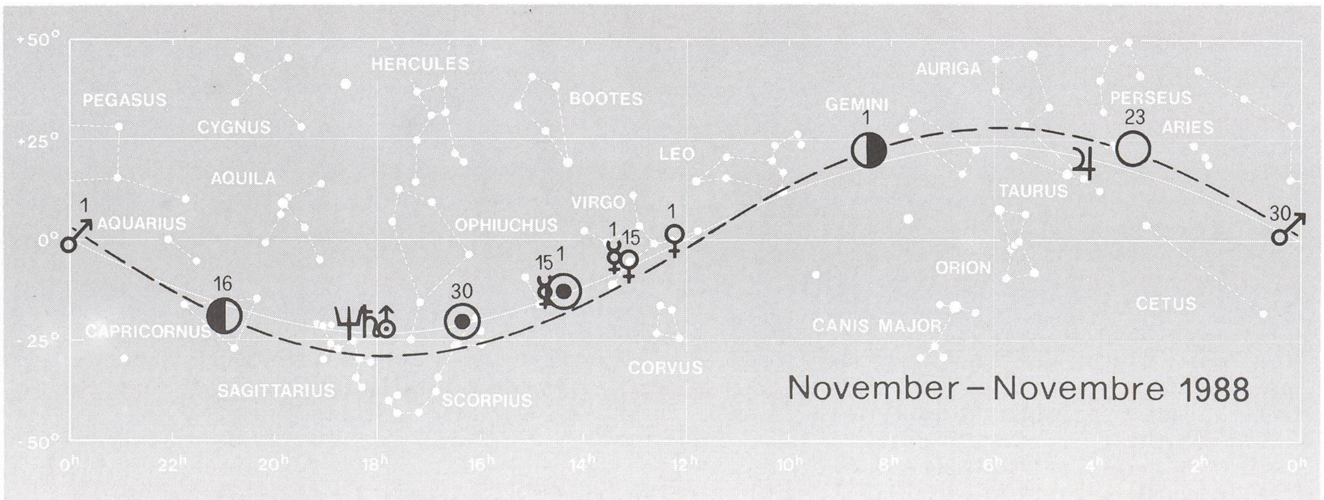
Les dérivées partielles s'obtiennent numériquement par une petite variation des paramètres. Par exemple pour T (l'instant du périhélie) et la j-ème position:

$$\frac{\partial \alpha tj}{\partial T} = \frac{\alpha tj(T + 1\ \text{heure}) - \alpha tj\ (T)}{1\ \text{heure}}$$

Ainsi, il faudra calculer les N positions théoriques de l'objet considéré pour 7 orbites légerement différentes...

Matriciellement, on forme l'équation:

$$\begin{pmatrix} \alpha o1 - \alpha t1 \\ \delta o1 - \delta t1 \\ \ldots \\ \ldots \\ \alpha oN - \alpha tN \\ \delta oN - \delta tN \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \alpha t1}{\partial T} & \frac{\partial \alpha t1}{\partial i} & \ldots & \frac{\partial \alpha t1}{\partial q} \\ \frac{\partial \delta t1}{\partial T} & \frac{\partial \delta t1}{\partial i} & \ldots & \frac{\partial \delta t1}{\partial q} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \frac{\partial \alpha tN}{\partial T} & \frac{\partial \alpha tN}{\partial i} & \ldots & \frac{\partial \alpha tN}{\partial q} \\ \frac{\partial \delta tN}{\partial T} & \frac{\partial \delta tN}{\partial i} & \ldots & \frac{\partial \delta tN}{\partial q} \end{pmatrix} \times$$



$$x \qquad \begin{pmatrix} \Delta T \\ \Delta i \\ \Delta \omega \\ \Delta \Omega \\ \Delta e \\ \Delta q \end{pmatrix} \qquad + E.$$

Elle sera notée plus simplement Y = A X + E. La matrice E, non détaillée représente la somme des erreurs de mesure et du modèle.

La qualité des observations n'étant pas constante, on à intéret à introduire un facteur de pondération! Il faut en effet «privilégier» les mesures faites avec un appareil puissant et dans de bonnes conditions et une image astrométriquement parfaite parmi le lot des observations en y attribuant un poids plus élevé. Pour cela, on formera la matrice W comme suit:

$$W = \begin{pmatrix} Q\alpha o1 \ \cos\delta o1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & Q\delta o1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & Q\alpha oN \ \cos\delta oN & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & Q\delta oN \end{pmatrix}.$$

$Q\alpha oj$ est la qualité de la j-ème observation en ascension droite qui est multipliée par $\cos\delta oj$; car on doit minimiser une erreur de distance et non une erreur d'angle! $Q\delta oj$ est la qualité pour la déclinaison, valeur généralement proche de $Q\alpha oj$. Ces facteurs sont déterminés par l'observateur; un estimation peut en être donnée comme l'inverse de l'erreur maximale (en") à attendre pour la mesure.

La solution (simple à programmer) par les moindres carrés pour la matrice X est donnée par:

$$X = (A^T W A)^{-1} A^T W Y.$$

Adonc, les paramètres orbitaux améliorès valent T = T + ΔT, ..., q' = q + Δq. Des essais sur micro-ordinateur ont montré la nécessité de refaire plusieurs fois ce proccessus pour l'obtention de valeurs stables et exactes...

Remarques:

- Pour les moindres carrés, il faut que les différences d'ascension droite et de déclinaison (matrice Y) soient exprimés dans la même unité; par exemple le °. On fera également attention à la compatibilité des unités des dérivées avec celle des grandeurs de base: T, ..., q.
- Pour dresser les éphémérides de l'objet, on a intéret à prendre une méthode où l'on calcule les coordonnées héliocentriques Xo, Yo, Zo de l'observateur (par une modification toute simple de celles du centre de la terre), car dans ce cas, les corrections de parallaxe sont automatiques, et donc rapides!

On consultera avec intéret:

- Astronomical Formulae for Calculators, J. MEEUS
- Astronomie générale, A. DANJON
- Astronomie pratique et informatique, C. DUMOULIN & J.-P. PARISOT
- Tout bon livre d'analyse numérique

Adresse de l'auteur:
RAOUL BEHREND, OMG, Fiaz 45, CH-2304 La Chaux-de Fonds