

**Zeitschrift:** Orion : Zeitschrift der Schweizerischen Astronomischen Gesellschaft  
**Herausgeber:** Schweizerische Astronomische Gesellschaft  
**Band:** 46 (1988)  
**Heft:** 228

**Artikel:** Determination des orbites : comment tenir compte de plusieurs observations  
**Autor:** Behrend, Raoul  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-899110>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 21.05.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

RAOUL BEHREND

# Determination des orbites: Comment tenir compte de plusieurs observations

La littérature pour amateurs regorge de méthodes pour la détermination des orbites. On a beau chercher, mais les «classiques» ne nous présentent pas une méthode qui tient compte d'une grande quantité d'observations!

Pour le développement des quelques équations qui vont suivre, on suppose les 6 éléments orbitaux (T,i,w,Ω,e et q si l'on néglige les paramètres non-gravitationnels) connus avec une approximation suffisante.

S'ils étaient parfaits, selon le critère des moindres carrés, la somme des carrés des erreurs en ascension droite (en distances réelles) et en déclinaison entre les positions observées (les N couples (α<sub>0j</sub>; δ<sub>0j</sub>) ... (α<sub>0N</sub>; δ<sub>0N</sub>)) et théoriques ((α<sub>t1</sub>; δ<sub>t1</sub>) ... (α<sub>tN</sub>; δ<sub>tN</sub>)) serait minimale; mais dans notre cas, cette addition ne représente pas encore que des erreurs de mesure, aléatoires.

α<sub>tj</sub> étant une fonction de 6 variables (l'heure et le lieu de l'observation étant fixés), on a approximativement pour les N ascensions droites:

$$\Delta\alpha_{tj} = \frac{\partial\alpha_{tj}}{\partial T} \Delta T + \frac{\partial\alpha_{tj}}{\partial i} \Delta i + \dots + \frac{\partial\alpha_{tj}}{\partial q} \Delta q.$$

Il en est de même pour les N déclinaisons. Une fois les dérivées estimées, il suffit de calculer les ΔT, ..., Δq qui modifient

les positions théoriques pour les faire coïncider au mieux avec celles de l'observation; on obtient alors des valeurs améliorées pour T, ..., q.

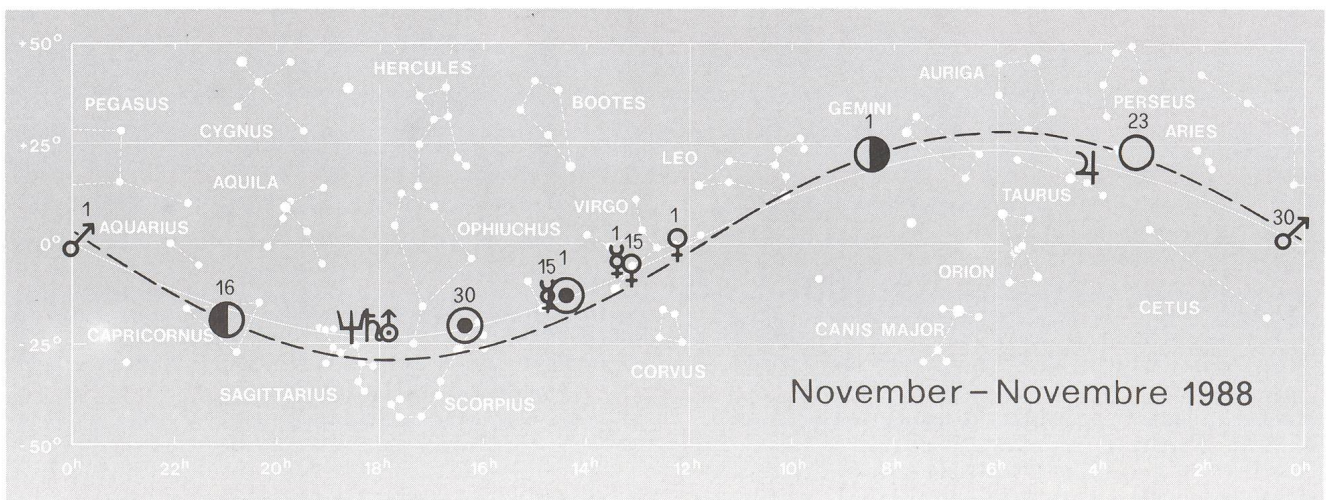
Les dérivées partielles s'obtiennent numériquement par une petite variation des paramètres. Par exemple pour T (l'instant du périhélie) et la j-ème position:

$$\frac{\partial\alpha_{tj}}{\partial T} = \frac{\alpha_{tj}(T + 1 \text{ heure}) - \alpha_{tj}(T)}{1 \text{ heure}}$$

Ainsi, il faudra calculer les N positions théoriques de l'objet considéré pour 7 orbites légèrement différentes...

Matriciellement, on forme l'équation:

$$\begin{pmatrix} \alpha_{01} - \alpha_{t1} \\ \delta_{01} - \delta_{t1} \\ \dots \\ \alpha_{0N} - \alpha_{tN} \\ \delta_{0N} - \delta_{tN} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial\alpha_{t1}}{\partial T} & \frac{\partial\alpha_{t1}}{\partial i} & \dots & \frac{\partial\alpha_{t1}}{\partial q} \\ \frac{\partial\delta_{t1}}{\partial T} & \frac{\partial\delta_{t1}}{\partial i} & \dots & \frac{\partial\delta_{t1}}{\partial q} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial\alpha_{tN}}{\partial T} & \frac{\partial\alpha_{tN}}{\partial i} & \dots & \frac{\partial\alpha_{tN}}{\partial q} \\ \frac{\partial\delta_{tN}}{\partial T} & \frac{\partial\delta_{tN}}{\partial i} & \dots & \frac{\partial\delta_{tN}}{\partial q} \end{pmatrix} \times$$



$$x \begin{pmatrix} \Delta T \\ \Delta i \\ \Delta \omega \\ \Delta \Omega \\ \Delta e \\ \Delta q \end{pmatrix} + E.$$

Elle sera notée plus simplement  $Y = A X + E$ . La matrice E, non détaillée représente la somme des erreurs de mesure et du modèle.

La qualité des observations n'étant pas constante, on a intérêt à introduire un facteur de pondération! Il faut en effet «privilégier» les mesures faites avec un appareil puissant et dans de bonnes conditions et une image astrométriquement parfaite parmi le lot des observations en y attribuant un poids plus élevé. Pour cela, on formera la matrice W comme suit:

$$W = \begin{pmatrix} Q_{\alpha 0j} \cos \delta_{0j} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & Q_{\delta 0j} & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & Q_{\alpha 0N} \cos \delta_{0N} & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & Q_{\delta 0N} \end{pmatrix}.$$

$Q_{\alpha 0j}$  est la qualité de la j-ème observation en ascension droite qui est multipliée par  $\cos \delta_{0j}$ ; car on doit minimiser une erreur de distance et non une erreur d'angle!  $Q_{\delta 0j}$  est la qualité pour la déclinaison, valeur généralement proche de  $Q_{\alpha 0j}$ . Ces facteurs sont déterminés par l'observateur; une estimation peut en être donnée comme l'inverse de l'erreur maximale (en") à attendre pour la mesure.

La solution (simple à programmer) par les moindres carrés pour la matrice X est donnée par:

$$X = (A^T W A)^{-1} A^T W Y.$$

Adonc, les paramètres orbitaux améliorés valent  $T = T + \Delta T$ , ...,  $q' = q + \Delta q$ . Des essais sur micro-ordinateur ont montré la nécessité de refaire plusieurs fois ce processus pour l'obtention de valeurs stables et exactes...

Remarques:

- Pour les moindres carrés, il faut que les différences d'ascension droite et de déclinaison (matrice Y) soient exprimés dans la même unité; par exemple le °. On fera également attention à la compatibilité des unités des dérivées avec celle des grandeurs de base: T, ..., q.

- Pour dresser les éphémérides de l'objet, on a intérêt à prendre une méthode où l'on calcule les coordonnées héliocentriques  $X_0, Y_0, Z_0$  de l'observateur (par une modification toute simple de celles du centre de la terre), car dans ce cas, les corrections de parallaxe sont automatiques, et donc rapides!

On consultera avec intérêt:

- Astronomical Formulae for Calculators, J. MEEUS
- Astronomie générale, A. DANJON
- Astronomie pratique et informatique, C. DUMOULIN & J.-P. PARISOT
- Tout bon livre d'analyse numérique

Adresse de l'auteur:

RAOUL BEHREND, OMG, Fiaz 45, CH-2304 La Chaux-de-Fonds

