

**Zeitschrift:** Orion : Zeitschrift der Schweizerischen Astronomischen Gesellschaft  
**Herausgeber:** Schweizerische Astronomische Gesellschaft  
**Band:** 46 (1988)  
**Heft:** 227

**Artikel:** Photographische Astronomie [Fortsetzung]  
**Autor:** Schürer, Max  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-899101>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 03.04.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Photographische Astrometrie II. Teil

Als Beispiel für die photographische Astrometrie soll die Eigenbewegung des Barnard-Sterns ermittelt werden. Es liegen zwei Aufnahmen mit dem Schmidt-Teleskop der Sternwarte Zimmerwald vor, die eine vom 9. September 1964 um 20<sup>h</sup>46<sup>m</sup>30<sup>s</sup> W.Z., die andere vom 21. August 1987 um 21<sup>h</sup>28<sup>m</sup>00<sup>s</sup> W.Z. Die Rechnung soll für die zweite Aufnahme ausgeführt werden. Die Tabelle 1 enthält die Koordinaten und von 6 Anhaltsternen, die dem Sky-catalogue 2000.0 entnommen wurden, die Kolonnen x und v die Standardkoordinaten, deren Berechnungen für der ersten Anhaltstern erläutert werden soll. Der Aufnahmemittelpunkt hat die Koordinaten

$$\alpha_0 = 269^\circ.49 = 17^h 57^m 57^s.6 \text{ und } \delta_0 = 4^\circ.24 = 4^\circ 14' 24''.$$

Die Brennweite des Instruments wurde zu  $f_0 = 1000$  mm angenommen.

$$q = \arctg \left( \frac{\text{tg} \delta}{\cos(\alpha - \alpha_0)} \right) = 3^\circ.73265$$

$$\text{tgs} \sin p = \frac{\cos q \cdot \text{tg}(\alpha - \alpha_0)}{\cos(q - \delta_0)} = -0.015205$$

$$\text{tgs} \cdot \text{cosp} = \text{tg}(q - \delta_0) = -0.008855$$

Bei ebener Emulsion erhält man die Standardkoordinaten durch Multiplikation mit  $f_0$  der beiden letzten Ausdrücke. Bei Schmidtameraaufnahmen lauten die Formeln für die Standardkoordinaten:  $x = f_0 \cdot s \cdot \sin p$  und

$$y = f_0 \cdot s \cdot \text{cosp}.$$

Die obigen Formel müssen deshalb noch mit  $\frac{s}{\text{tgs}}$  multipliziert werden (s in Bogenmass!). tgs erhalten wir aus

$$\text{tgs} = (\text{tgs} \cdot \sin p)^2 + (\text{tgs} \cdot \text{cosp})^2 = 0.017595$$

und  $s = 0.017594$  rad und somit  $\frac{s}{\text{tgs}} = 0.099994$ .

Der Wert ist nahezu gleich 1, und dieser Faktor könnte deshalb auch weggelassen werden. Bei grösseren Abständen vom Aufnahmemittelpunkt könnten aber doch bei Vernachlässigung dieses Faktors Fehler von der Grössenordnung von 1% auftreten.

Die Standardkoordinaten des ersten Anhaltsterns werden somit

$$x = -15.203 \text{ mm und } y = -8.854 \text{ mm.}$$

Die Berechnung der übrigen Standardkoordinaten soll dem Leser überlassen bleiben.

Tabelle 1

		x mm	y mm	x'mm	y'mm	x-x'	y-y'
1 17 <sup>h</sup> 54 <sup>m</sup> 28 <sup>s</sup>	+3°43'56"	-15.203	-8.850	-14.835	-10.019	-0.369	+1.165
2 17 56 11.7	+4 50 00	-7.674	+10.358	-8.407	+10.544	+0.733	-0.186
3 17 56 47.0	+4 22 36	-5.119	+2.386	-5.164	+2.432	+0.045	-0.046
4 17 56 52.4	+4 59 16	-4.724	+13.052	-5.548	+13.552	+0.824	-0.500
5 17 59 04.0	+4 57 17	+4.811	+12.475	+4.440	+13.662	+0.371	-1.187
6 18 00 15.5	+4 22 07	+9.999	+2.248	+10.601	+3.396	-0.602	-1.148

x' und y' sind die Messwerte und man erhält schliesslich die sog.

Fehlergleichung

$$x' \cdot A + y' \cdot B + C = x - x' \quad \text{bzw.}$$

$$x' \cdot D + y' \cdot E + C = y - y'$$

Die beiden Gleichungsgruppen für die x, bzw. y besitzen auf den linken Seiten die gleichen Koeffizienten und können deshalb gemeinsam aufgelöst werden. In der Tabelle 2 sind die Unbekannten nur in die Tabellenköpfe angeschrieben.

Tabelle 2

A/D	B/E	C/F	x-x'	v	y-y'	v
-14.835	-10.019	+1.000	-0.369	-0.002	+1.165	+0.002
-8.407	+10.544	+1.000	+0.733	-0.010	-0.186	-0.005
-5.164	+2.432	+1.000	+0.045	+0.002	-0.046	-0.005
-5.548	+13.552	+1.000	+0.824	+0.006	-0.500	+0.007
+4.440	+13.662	+1.000	+0.371	-0.001	-1.187	0.000
+10.601	+3.396	+1.000	-0.602	+0.006	-1.148	+0.001

Es sind dies je 6 Gleichungen für die Unbekannten A,B,C, bzw. D,E,F, die nach der Methode der Kleinsten Quadrate aufgelöst werden müssen. Man bildet zu diesem Zweck die Werte  $\Sigma x'x', \Sigma x'y', \Sigma y'y', \Sigma x', \Sigma y', \Sigma x'(x-x'), \Sigma y'(y-y')$  u.s.f.

Daraus ergeben sich die sog. Normalgleichungen zu

A/D	B/E	C/F	x-x'	y-y'
480.297	+68.903	-18.913	-10.360	-30.148
68.903	+599.311	+33.567	+25.726	-40.637
-18.913	+33.567	+6.000	+1.002	-1.902

Das sind nun 3 lineare Gleichungen mit 3 Unbekannten, die sich leicht auflösen lassen, mit dem Resultat:

$$\begin{aligned} A &= -0.04544 & D &= -0.06756 \\ B &= +0.06818 & E &= -0.04421 \\ C &= -0.35767 & F &= -0.28261 \end{aligned}$$

Setzt man diese Werte in die Normalgleichungen ein, so müssen diese streng erfüllt sein, womit man eine Kontrolle der Rechnung besitzt. In die Fehlergleichungen eingesetzt, werden diese im allgemeinen nicht streng erfüllt. Die Differenz zwischen den Beobachtungen x-x' und y-y' und den durch die Einsetzung gerechneten Werten sind in den Kolonnen v einge-

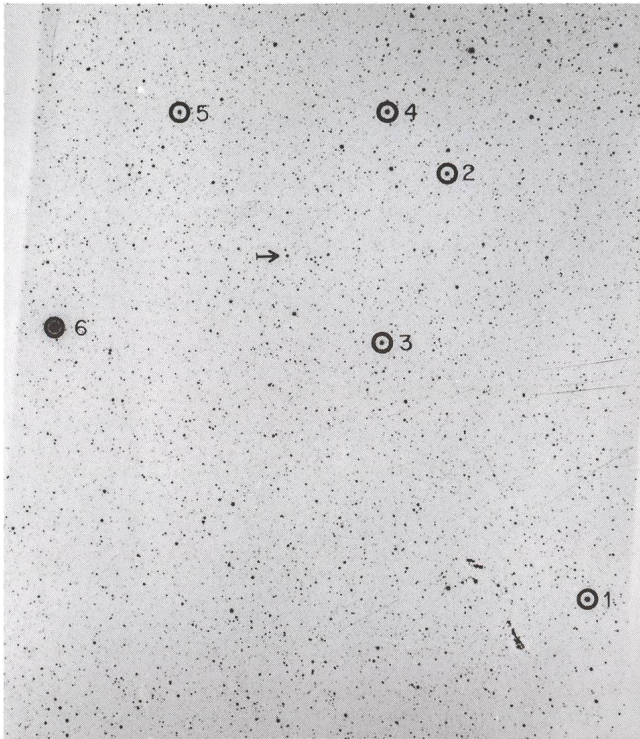


Abb. 1 Aufnahme vom 9. September 1964  
Der hellstern Nr. 6 ist 66 Ophiuchi. Der Pfeil zeigt auf den Barnard-Stern.

tragen. Diese Differenzen rühren einerseits von den ungenauen Beobachtungen, andererseits aber auch von ungenauen Katalogörtern her. Da der Sky-Catalogue 2000.0 die Rektaszensionen nur auf die Zehntelzeitsekunde und die Deklinationen nur auf die Bogensekunde genau enthält, ist schon aus diesem Grunde eine Nichtübereinstimmung zu erwarten, entspricht doch einem Fehler von 0.010 mm einer Abweichung von 2". Die Größen  $v$  vermitteln uns eine Vorstellung von der erreichten Genauigkeit.

Es folgt nun die Berechnung der Standardkoordinaten des Barnard-Sterns. Die Messkoordinaten wurden zu

$$x' = -0.844 \text{ mm und } y' = +7.866 \text{ mm}$$

gefunden. Die Standardkoordinaten sind somit

$$\begin{aligned} x &= x' + Ax' + By' + C = -0.627 \text{ mm} \\ y &= y' + Dx' + Ey' + F = +7.293 \text{ mm} \end{aligned}$$

Interessiert man sich auch noch für die tatsächliche Brennweite und die Verdrehung des Messkoordinatensystems gegenüber dem Standardsystem, so erhält man aus den  $x'$ -, bzw.  $y'$ -Messungen die Werte

$$f = \frac{f_0}{(A+1)^2 + B^2} = 1044.94 \text{ mm} \quad \text{bzw.}$$

$$f = \frac{f_0}{D^2 + (E+1)^2} = 1043.65 \text{ mm}$$



Abb. 2 Aufnahme vom 21. August 1987

$$\begin{aligned} \text{und } \phi_x &= \arctg \frac{B}{A+1} = 4^\circ 085 \quad \text{bzw.} \\ \phi_y &= \arctg \frac{-D}{E+1} = 4^\circ 043 \end{aligned}$$

Aus den Standardkoordinaten des Barnard-Sterns errechnet man:

$$f_0 s = x^2 + y^2 = 7.31990 \text{ mm oder } s = 0.00731990$$

$$\text{tgs} = 0.00732003, \quad f_0 \frac{s}{\text{tgs}} = 999.982$$

$$q - \delta_0 = \arctg \frac{y}{f_0 \frac{s}{\text{tgs}}} = 0^\circ.4179, \quad q = 4^\circ.6579$$

$$\alpha - \alpha_0 = \arctg \frac{x \cdot \cos(q - \delta_0)}{f_0 \cdot \cos q} = -0^\circ.03604$$

$$\alpha = 269^\circ.45396 = 17^{\text{h}}57^{\text{m}}48^{\text{s}}95$$

$$\delta = \arctg(\text{tg} q \cdot \cos(\alpha - \alpha_0)) = 4^\circ.6579 = 4^\circ 39' 28''.4$$

Die Berechnung der Position des Barnard-Sterns auf der ersten Aufnahme soll als Übung dem Leser überlassen bleiben. Es

wurden die gleichen Anhaltsterne benutzt, der Aufnahmemittelpunkt jedoch bei  $\alpha_o = 269^\circ.942$  und  $\delta_o = 4^\circ.374$  gewählt.  $f_o = 1000$  mm.

Die Messkoordinaten für Anhaltsterne waren

	x'mm	y'mm
1	-23.309	-13.332
2	-16.788	+ 7.136
3	-13.594	- 0.972
4	-13.927	+10.116
5	- 3.959	+10.174
6	+ 2.131	- 0.099

und für den Barnard-Stern:  $x' = -9.091$  mm und  $y' = +3.234$  mm. Als Resultat findet man  $\alpha = 17^h 57^m 50^s.16$  und  $\delta = 4^\circ 35' 31''.0$

Aus den beiden Aufnahmen ergeben sich die Differenzen in den Koordinaten zu  $\Delta\alpha = +1^s.21$  und  $\delta\alpha = -3'57''.4'$ .

Die Zwischenzeit den beiden Aufnahmen betrug  $8381^d.028 = 22.9460$  julianische Jahre.

Die Eigenbewegung des Barnard-Sterns beträgt demnach

$$EB = \frac{(15 \cdot \Delta\alpha^s \cdot \cos\delta)^2 + (\Delta\delta)^2}{22.9460} = 10''.38 \text{ pro jul. Jahr}$$

Es soll nun auch noch das zweite Verfahren - Messung der Abstände des Barnard-Sterns von zwei Anhaltsternen - kurz illustriert werden. Der Aufnahmemittelpunkt der zweiten Aufnahme hat wie vorher die Koordinaten  $\alpha_o = 269^\circ.49$  und  $\delta_o = 4^\circ.24$ . Die Brennweite wurde zu 1045 mm angenommen. Die Standardkoordinaten des zweiten und dritten Anhaltsterns, deren Abstände zum Barnard-Stern gemessen wurden, berechnet man damit zu

$$\begin{aligned} x_1 &= -8.019 \text{ mm} & y_1 &= 10.824 \text{ mm} \\ x_2 &= -5.350 \text{ mm} & y_2 &= 2.494 \text{ mm} \end{aligned}$$

Die Abstände wurden zu  $l_1 = 8.023$  mm und  $l_2 = 6.942$  mm gefunden.

Die Näherungswerte der Standardkoordinaten des Barnard-Sterns wurden zu  $x_o = -0.6$  mm und  $y_o = +7.3$  mm angenommen, die es nun zu verbessern gilt. Mit

$$\begin{aligned} l_{o1} &= (x_o - x_1)^2 + (y_o - y_1)^2 = 8.213 \text{ mm und} \\ l_{o2} &= & & = 6.757 \text{ mm} \end{aligned}$$

erhält man die Verbesserungsgleichungen

$$\begin{aligned} 0.903 \, dx - 0.429 \, dy &= -0.190 \\ 0.703 \, dx + 0.711 \, dy &= +0.185 \end{aligned}$$

und damit die Verbesserungen  $dx = -0.059$  und  $dy = 0.319$ .

Aus den verbesserten Standardkoordinaten  $x = -0.659$  mm und  $y = 7.619$  mm berechnet man, wie schon früher gezeigt, die Äquatorkoordinaten des Barnard-Sterns zu  $\alpha = 17^h 57^m 48^s.90$  und  $\delta = 4^\circ 39' 27''.9$ . Die Unterschiede gegenüber der ersten Rechnung sind gering, insbesondere wenn man bedenkt, dass die letzten Stellen nur Rechnungsgrößen sind.

Die Aufnahme vom 9. September 1964 ergibt für den Barnard-Stern mit den Abständen 8.630 mm und 6.163 mm von den gleichen Anhaltsternen nach demselben Verfahren

$$\alpha = 17^h 57^m 49^s.70 \text{ und } \delta = 4^\circ 35' 30''.6$$

Die Aufnahmen verdanke ich Herrn Prof. Wild und die Ausmessung der Aufnahmen Herrn Hugentobler, Assistent am Astronomischen Institut Bern. Die Genauigkeit der Resultate ist recht gross, einerseits wegen der relativ grosse Brennweite, andererseits wegen der Genauigkeit der Massapparatur. Man lasse sich dadurch nicht entmutigen, auch Auswertungen geringerer Genauigkeit haben ihren Wert.

Adresse des Verfassers:

Prof. Dr. MAX SCHÜRER, Thunstrasse 42, CH-3005 Bern

### ASTRO-MATERIALZENTRALE SAG

Nach der Sommerpause (vom 4. Juli bis 24. August 1988) starten wir mit unserem **stark erweiterten SAM-Marken-Programm:**

### MEADE + CELESTRON VIXEN + PURUS

Unser neues Astro-Farb-Programm (über 100 Seiten) erhalten Sie ab 25. August 1988 gegen Fr. 3.50 in Briefmarken. Wir stellen Ihnen neu 45 Schmidt-Cassegrain- und Newton-Teleskope vor. Im Angebot finden Sie u.a. auch 4 MEADE-Deep-Space-Teleskope, 22 VIXEN-Refraktoren und Schmidt-Kameras. Das grosse Zubehörprogramm von allen unseren Marken lässt kaum Wünsche offen.

**Vergleichen Sie (per Telefon?) mit unseren Preisen bevor Sie kaufen! Seit 42 Jahren helfen SAG-Rabatte beim Sparen! Beachten Sie unser Inserat im nächsten ORION**

Schweizerische Astronomische Materialzentrale SAM, H. Gatti, Postfach 251 **CH-2812 Neuhausen a/RHf 1**/Schweiz Tel. 053/2 38 68 von 20.00 bis 21.30



Unter freiem Himmel  
(A la Belle Eoile)

eine Freiluft-Theater-Oper, in zwei Sprachen, vom 23. August bis 24. September 1988, jeden Abend (ausser Montag, sowie 28. und 30. August), bei Sonnenuntergang, auf der Elfenau, unterhalb der Stadtgärtnerei, Bus 18/19, Haltestelle Luternauweg  
in Bern

Auskünfte und Reservationen: Radio TV Steiner, Weissenhausplatz 6, 031/22 20 62, jeweils nur Tag der Vorstellung. Die Vorstellungen finden nur bei ganz klarem Sternenhimmel statt! Théâtre pour le Moment, Polygonstr. 7, 3014 Bern, 031/42 95 81 oder 021/26 60 50