Zeitschrift: Orion : Zeitschrift der Schweizerischen Astronomischen Gesellschaft

Herausgeber: Schweizerische Astronomische Gesellschaft

Band: 41 (1983)

Heft: 195

Artikel: Elementare Himmelsmechanik mit dem programmierbaren Taschenrechner TI-59

Autor: Weber, Pierre

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-899227

Elementare Himmelsmechanik mit dem programmierbaren Taschenrechner TI-59

PIERRE WEBER

Mit der ab diesem Heft folgenden Artikel-Serie für Sternfreunde, die im Besitze eines programmierbaren Taschenrechners sind, soll gezeigt werden, wie man die wichtigsten Rechnungen zur Einstellung des Fernrohrs, zur Berechnung von Sternzeit, Stundenwinkel, Präzession, der Sonnen- und Planeten-Ephemeriden mit einfachen Tastenfolgen durchführt.

Für Leser mit wenig Zeit fürs Hobby oder ohne Erfahrung im Programmieren sind fertige Programme für den TI-58 oder TI-59 mitgegeben. Beide Rechner basieren auf der einfachen, bekannten algebraischen Notation und sind deshalb für Anfänger besonders benützerfreundlich. Die Beschäftigung mit diesen Rechnungen wird inskünftig um so wichtiger, als in kürze keine Planeten-Ephemeriden mehr herausgegeben werden, sondern nur noch die für die Berechnung benötigten Bahnelemente.

Diese Artikelfolge will nicht auf die Theorie der Himmelsmechanik eingehen, sondern versuchen, aus der Theorie die für den Liebhaber oft kaum verständlichen Formeln in einfache Rechenbefehle umzusetzen.

1. Umrechnung Hexagesimal–Dezimal

Eine der wichtigsten Umrechnungen betrifft die Umwandlung von Grad-Minuten-Sekunden in Grad und Dezimalteil, oder umgekehrt, die Rückverwandlung aus einer Rechnung in Grad, Minuten und Sekunden. Diese Arbeit wird uns durch die Funktionstaste D.MS bzw. INV D.MS abgenommen. Wie der Punkt andeutet, erfolgt die Eingabe in vollen Graden und nach dem Komma auf zwei Stellen die Minuten und weiteren zwei Stellen die Sekunden und allfällige Dezimalbruchteile von Sekunden.

Beispiel 1: Umwandlung von 54°12′45.3″
Lösung: 54.12453° D.MS 54.21258333°

Beispiel 2: Umwandlung von 17.35944444°
Lösung: 17.35944444 INV D.MS 17°21′34″

Viele Ephemeriden weisen jedoch nicht Grad-Minuten-Sekunden aus, sondern lediglich Grad-Minuten und Dezimalteil von Minuten. Multipliziert man den Dezimalteil der Minuten mit 6, so erhält man Sekunden und kann wiederum die obige Funktionstaste verwenden.

Beispiel 3: Umwandlung von 37°13.4′
Lösung: 37.1324 DMS 37.23333333°

Wem diese kleine Kopfrechnung zuwider ist, der baue in sein Programm eine kleine Subroutine ein, welche das gleiche Eingabeformat erlaubt. Diese dividiert den Nachkommateil, also die Minuten und ihren Bruchteil mit 0.6 und erhält so direkt den gesuchten Dezimalteil. Eine solche Subroutine könnte etwa wie folgt aussehen:

LBL DMS - INT STO 10 = : . 6 + RCL 10 = INV SBR

oder ohne Verwendung eines normalen Speichers:

LBL DMS - INT HIR 04 = : . 6 + HIR 14 = INV SBR

Will man das Resultat einer Rechnung ebenfalls im gleichen Format ausdrücken, so mag die folgende Subroutine von Nutzen sein:

LBL SBR - INT HIR 04 = × . 6 + HIR 14 = INV SBR

Anmerkung zum HIR-Befehl: Mit dem Befehl HIR 04 gibt man einen Wert ein in das vierte Stack-Register und mit HIR 14 holt man den Inhalt dieses Registers wieder ins Anzeige-Register. Der HIR-Befehl wird im Programm wie folgt erzeugt:

LRN STO 82 BST BST *Del SST 04 oder
SST D

Im ersten Fall wird der Wert der Anzeige in den Stack 4 gegeben; im zweiten Fall der Inhalt des vierten Stack-Registers in die Anzeige gegeben.

2. Julianisches Datum

Für viele Berechnungen kommt der Sternfreund oft in die Lage, ein Kalender-Datum in das Julianische Datum umzusetzen oder umgekehrt ein Julianisches Datum in unseren Gregorianischen Kalender rückzuverwandeln. Die Julianische Tageszählung ist sehr praktisch für Datumrechnungen. Der 0. Tag eines Monats ist immer der letzte des vorangehenden.

Der Julianische Tag beginnt in Greenwich um 12 Uhr mittags (12.00 GMT oder 12.00 UT = Universal Time). So ist der erste Januar 1980 um 00 GMT = JD 2 444 239.5 und mittags um 12.00 GMT = JD 2 444 240.

2.1 Umrechnung von Kalender-Datum in Julianisches Datum

Die Umrechnung eines Kalenderdatums lässt sich sehr einfach lösen mit der eingebauten Kalender-Routine (Pgm 20) im Grund-Modul. Allerdings stört uns Europäer das für uns etwas ungewohnte amerikanische Eingabeformat: MMTT.JJJJ. Wer's lieber «europäisch» mag, der programmiert die Eingabe in folgender Sequenz:

Eingabe-Format: TT.MMJJJJ

- INT STO 02 = × 100 - INT STO 01 = × 100 x^2 = STO 03.

Damit sind die Tage, Monate und Jahre gleich in den richtigen Arbeits-Registern. Anschliessend springen wir direkt in der Subroutine an den richtigen Punkt, bei dem die eigentliche Berechnung beginnt mit

*PGM 20 SBR 086

und erhalten im Anzeigeregister die Anzahl Tage seit Beginn unserer Zeitrechnung. Addieren wir dazu

+ 1 721 059.5 =

so erhalten wir direkt das Julianische Datum.

Beispiel 4:
Julianisches Datum zum 28. Oktober 1980 00.00 GMT

(10 in Reg. 01, 28 in Reg. 02 und 1980 in Reg. 03)
*Pgm 20 SBR 086 + 1 721 059.5 = **JD 2 444 540.5**

2.2 Umrechnung von Julianischem Datum in Kalender-Datum

Zuerst benötigt man einige Hilfsgrössen und addiert einmal als erste Operation 0.5 zum JD. Mit I (Integer) bezeichnen wir den ganzzahligen Teil und mit F (Fraction) den Dezimalteil. Wenn der ganzzahlige Teil I kleiner ist als 2 299 161, so ist A = I. Für die übrigen Fälle wird A, wie auch die übrigen Hilfsgrössen gemäss der folgenden Formel-Zusammenstellung berechnet:

$$a = \mathrm{INT}(I - 1\,867\,216.25) / 36524.25$$

$$A = a + I + 1 - \mathrm{INT}(a/4)$$

$$B = A + 1524$$

$$C = \mathrm{INT}\left(\frac{B - 122.1}{365.25}\right) \qquad (1.0)$$

$$D = \mathrm{INT}(365.25 \cdot C)$$

$$E = \mathrm{INT}\left(\frac{B - D}{30.6001}\right)$$

Unter Verwendung dieser Hilfsgrössen errechnet sich der Tag im Monat mit seinem Tagesbruchteil bzw. Monat und Jahr:

$$\mathrm{TT.DD} = B - D - \mathrm{INT}(30.6001 \cdot E) + F \qquad (1.1)$$

$$\mathrm{MM} = E - 1 \text{ wenn } E < 13.5$$

$$= E - B \text{ wenn } E > 13.5 \qquad (1.2)$$

$$\mathrm{JJJJ} = C - 4716 \text{ wenn } \mathrm{MM} > 2.5$$

$$C - 4715 \text{ wenn } \mathrm{MM} < 2.5 \qquad (1.3)$$

Diese vielen Hilfsgrössen lassen sich fehlerfrei programmgesteuert rechnen. Programm Nr. 1 zeigt, wie eine Lösung aussehen kann.

Beispiel Nr. 5:
Wann fand die erste Mondlandung statt? (JD 2 440 423.388)
Lösung 20.07.1969 21.18 GMT

3. Sternzeit

Für die Berechnung der mittleren Sternzeit benötigen wir die genaue Länge des tropischen Jahres, die von Frühlingspunkt bis Frühlingspunkt gemessen wird. Sie beträgt 365.2422 Tage. Nach einem Jahr hat der Frühlingspunkt, welcher der Sonne vorauseilt, diese wieder eingeholt und beide kulminieren wieder zusammen. Ein Jahr hat demzufolge einen Sterntag mehr als Sonnentage.

365.2422 Sonnentage = 366.2422 Sterntage

$$1 \text{ Sonnentag} = \frac{366.2422}{365.2422} = 1.002\,737\,91 \text{ Sterntage}$$

$$= 1\,\mathrm{d}\,03^{m}56.56^{s}$$

Die Sternzeit in Greenwich um 0^{h} Universal-Time (Weltzeit) kann wie folgt kalkuliert werden:

Man berechnet das Julianische Datum für 13 Uhr MEZ = 12 GMT. Dann findet man T durch die folgende Formel 2

$$T = \frac{JD - 2\,415\,020}{365.25 \cdot 100} \qquad (2)$$

T ist also ausgedrückt in Julianischen Jahrhunderten. Dabei ist 2 415 020 die Epoche 31. 12. 1899 bzw. 0. Januar 1900 um 12 GMT. Die Sternzeit θ in Greenwich um 00 Weltzeit = 1 MEZ ist dann:

$$\theta_{00} = 0.276\,919 + 100.002\,1359\,T + 0.000\,001\,075\,T^{2} \qquad (3)$$

1. Programm: JULIANISCHES DATUM — Bereichsverteilung 8 *OP 17

Eingabe Tag (TT)	-►A	Eingabe JD -► E	
Eingabe Monat (MM)	-►B	Ausgabe	TAG
Eingabe Jahr (JJJJ)	-►C		MONAT
Eingabe Zeit in MEZ (HH.MMSS)	-►D		JAHR
Ausgabe JUL.DATUM			MEZ

Beispiele

15.	TAG
4.	MONT
1983.	JAHR
17.	MEZ
2445440.167	JD
31.	TAG
7.	MONT
1983.	JAHR
13.	MEZ
2445547.	JD
4.	TAG
10.	MONT
1957.	JAHR
1.	MEZ
2436115.5	JD
28.	TAG
10.	MONT
1980.	JAHR
1.	MEZ
2444540.5	JD

DATENREGISTER

2299161.	60
1867216.25	61
36524.25	62
1524.	63
122.1	64
365.25	65
30.6001	66
13.5	67
2.5	68
4716.	69
1582.1015	70
1720994.5	71
1721059.5	72
25160000.	73
30174600.	74
16133717.	75
25132335.	76
30013137.	77
37132200.	78
25160000.	79

Beispiele

2444540.5	JD
28.	TAG
10.	MONT
1980.	JAHR
1.	MEZ
2436115.5	JD
4.	TAG
10.	MONT
1957.	JAHR
1.	MEZ
2436116.31	JD
4.	TAG
10.	MONT
1957.	JAHR
20.2624	MEZ
2418781.5	JD
20.	TAG
4.	MONT
1910.	JAHR
1.	MEZ

1. Programm : Datum in Julianisches Datum und Julianisches Datum in Tag,Monat,Jahr und Zeit

000	76	LBL	060	42	STO	120	12	12	180	94	+/-	240	43	RCL
001	99	PRT	061	07	07	121	55	÷	181	85	+	241	01	01
002	42	STO	062	36	PGM	122	04	4	182	43	RCL	242	42	STO
003	08	08	063	20	20	123	95	=	183	11	11	243	09	09
004	73	RC*	064	71	SBR	124	59	INT	184	75	-	244	07	7
005	08	08	065	00	00	125	94	+/-	185	43	RCL	245	07	7
006	69	OP	066	86	86	126	85	+	186	16	16	246	71	SBR
007	04	04	067	85	+	127	01	1	187	85	+	247	99	PRT
008	43	RCL	068	43	RCL	128	85	+	188	43	RCL	248	43	RCL
009	09	09	069	72	72	129	43	RCL	189	14	14	249	03	03
010	69	OP	070	85	+	130	10	10	190	95	=	250	42	STO
011	06	06	071	43	RCL	131	85	+	191	42	STO	251	09	09
012	92	RTN	072	07	07	132	43	RCL	192	02	02	252	07	7
013	76	LBL	073	95	=	133	12	12	193	43	RCL	253	06	6
014	11	A	074	42	STO	134	95	=	194	67	67	254	71	SBR
015	98	ADV	075	09	09	135	76	LBL	195	32	X:T	255	99	PRT
016	42	STO	076	25	CLR	136	59	INT	196	43	RCL	256	43	RCL
017	02	02	077	42	STO	137	42	STO	197	01	01	257	06	06
018	42	STO	078	07	07	138	13	13	198	77	GE	258	65	×
019	09	09	079	07	7	139	85	+	199	23	LNX	259	02	2
020	07	7	080	09	9	140	43	RCL	200	85	+	260	04	4
021	08	8	081	61	GTO	141	63	63	201	01	1	261	85	+
022	61	GTO	082	99	PRT	142	95	=	202	02	2	262	01	1
023	99	PRT	083	76	LBL	143	42	STO	203	76	LBL	263	95	=
024	76	LBL	084	15	E	144	14	14	204	23	LNX	264	22	INV
025	12	B	085	98	ADV	145	75	-	205	75	-	265	88	DMS
026	42	STO	086	42	STO	146	43	RCL	206	01	1	266	42	STO
027	01	01	087	09	09	147	64	64	207	03	3	267	09	09
028	42	STO	088	07	7	148	95	=	208	95	=	268	07	7
029	09	09	089	09	9	149	55	÷	209	42	STO	269	04	4
030	07	7	090	71	SBR	150	43	RCL	210	01	01	270	61	GTO
031	07	7	091	99	PRT	151	65	65	211	32	X:T	271	99	PRT
032	61	GTO	092	85	+	152	95	=	212	43	RCL	272	00	0
033	99	PRT	093	93	.	153	59	INT	213	68	68	273	00	0
034	76	LBL	094	05	5	154	42	STO	214	32	X:T	274	00	0
035	13	C	095	75	-	155	03	03	215	77	GE	275	00	0
036	42	STO	096	59	INT	156	65	×	216	24	CE	276	00	0
037	03	03	097	42	STO	157	43	RCL	217	01	1	277	00	0
038	42	STO	098	10	10	158	65	65	218	44	SUM	278	00	0
039	09	09	099	95	=	159	95	=	219	03	03	279	00	0
040	07	7	100	42	STO	160	59	INT	220	76	LBL	280	00	0
041	06	6	101	11	11	161	42	STO	221	24	CE	281	00	0
042	61	GTO	102	43	RCL	162	16	16	222	43	RCL	282	00	0
043	99	PRT	103	60	60	163	94	+/-	223	69	69	283	00	0
044	76	LBL	104	32	X:T	164	85	+	224	22	INV	284	00	0
045	14	D	105	43	RCL	165	43	RCL	225	44	SUM	285	00	0
046	42	STO	106	10	10	166	14	14	226	03	03	286	00	0
047	09	09	107	22	INV	167	95	=	227	43	RCL	287	00	0
048	07	7	108	77	GE	168	55	÷	228	02	02	288	00	0
049	04	4	109	59	INT	169	43	RCL	229	75	-	289	00	0
050	71	SBR	110	75	-	170	66	66	230	59	INT	290	00	0
051	99	PRT	111	43	RCL	171	95	=	231	42	STO	291	00	0
052	75	-	112	61	61	172	59	INT	232	09	09	292	00	0
053	01	1	113	95	=	173	42	STO	233	95	=	293	00	0
054	95	=	114	55	÷	174	01	01	234	42	STO	294	00	0
055	88	DMS	115	43	RCL	175	65	×	235	06	06	295	00	0
056	55	÷	116	62	62	176	43	RCL	236	07	7	296	00	0
057	02	2	117	95	=	177	66	66	237	08	8	297	00	0
058	04	4	118	59	INT	178	95	=	238	71	SBR	298	00	0
059	95	=	119	42	STO	179	59	INT	239	99	PRT	299	00	0

Der dritte Term gibt für 1980 eine Differenz von 6 Hundertstel Sekunden, kann also für die praktischen Bedürfnisse des Sternfreundes vernachlässigt werden. Geht man ausserdem von T in Julianischen Jahrhunderten weg in Anzahl Tage seit 0. Januar 1900, so kann die Rechnung noch etwas vereinfacht werden, dank dem eingebauten Grundmodul mit der Kalenderroutine. Wir geben wiederum die Monate in Speicher 1, die Tage in Speicher 2 und das Jahr in Speicher 3. Dann springen wir direkt in die Subroutine 086 des Programms 20 und subtrahieren vom Ergebnis 693 960.5. Auf diese Weise erhalten wir direkt die Anzahl Tage seit der Epoche 1900.

Pro Tag geht die Sternzeit um 1/365.2422 vor. Wir brauchen deshalb lediglich die Anzahl Tage seit der Epoche 1900 durch die Länge des tropischen Jahres zu dividieren, die Konstante (0.276 919) zu addieren und den erhaltenen Dezimalteil mit 24 zu multiplizieren, um direkt die Sternzeit für 00 GMT des betreffenden Tages zu erhalten gemäss Formel 3.1.

$$\boxed{\text{Sternzeit für 00 GMT} \quad \theta_0 = 0.276\,919 + \frac{d}{365.2422}\ \text{INV INT X 24}} \qquad (3.1)$$

Beispiel 6.1
Welche Sternzeit hat Greenwich am 2. März 1980 um 00 GMT?

$$\text{Lösung: } T = \frac{2\,444\,300.5 - 2\,415\,020}{36525} = 0.801\,656$$

$\theta_0 = 0.276\,919 + 100.002\,1359 \times 0.801\,656 = 80.444\,271$ INV INT $0.444\,271$ X $24 = 10.662509^h =$ $\mathbf{10^h39^m45^s}$

3.1 Sternzeit für beliebige geografische Längen
Für beliebige Längengrade addiert man zur Sternzeit in Greenwich je 4 Minuten pro Grad östlicher Länge, bzw. man subtrahiert je 4 Minuten pro Grad westlicher Länge. Die Umwandlung erfolgt gemäss Formel 3.2

$$\boxed{\text{Sternzeit } \theta_{\text{ö.L.}} = \underset{\text{Greenw.}}{\theta_0} + \frac{\lambda°}{15}} \qquad (3.2)$$

Beispiel 6.2
Sternzeit für Zürich ($\lambda = 8°30^m$ ö.L.) 2. März 1980, 00 GMT

$$10.6625^h + \frac{8.5°}{15} = 11.229\,2 \text{ D.MS} = \mathbf{11^h13^m45^s}$$

3.2 Sternzeit für beliebige Zeit
Um die Sternzeit für eine beliebige Uhrzeit zu finden, multipliziere man die dezimal umgewandelte Zeit mit dem Faktor (1 + 1/365.2422) und addiere das Resultat zur Sternzeit für 00 GMT.

$$\boxed{\text{Sternzeit für beliebige Zeit und Länge} \quad \theta^H_{\lambda,t} = \underset{\text{Greenw.}}{\theta^H_0} + \frac{\lambda°}{15} + \text{GMT}\left(1 + \frac{1}{365.2422}\right)} \qquad (3.3)$$

Beispiel 6.3
Sternzeit für Zürich ($\lambda = 8°30^m$) am 2. März 1980 um 21.40 MEZ (20.40 GMT)
$\theta = 10.662509^h + 0.566666 + (20.666666^h \cdot 1.002\,737\,9) =$ $\mathbf{7.952\,426^h} = \mathbf{7^h57^m9^s}$

Beispiel 7
Sternzeit für Zürich ($\lambda = 8°30^m$) 15. November 1978 um 18^h30^m MEZ (17.5^h GMT) (Vergl. ORION Nr. 169, Seite 223).

Lösung mit Kalender-Routine in Modul: Eingabe: 15 in M_{02}, 11 in M_{01} und 1978 in M_{03}. Dann: PGM 20 SBR 086. Es folgt in Anzeige: 722 768 - 693 960.5 = 28 807.5 : 365.2422 + .276 919 = 79.149 239 89 INV INT X 24 = 3.581 757 296 + 8.5° : 15 + 17.5^h X 1.002 737 9 = 21.696° 337 37 INV D.MS $\mathbf{21°41^h47^s}$.

4. Umwandlung von Sternzeit und Rektaszension in Stundenwinkel

Wie schon in Abschnitt 3 gezeigt, kann die Sternzeit mit jedem Taschenrechner für jeden Ort und jede Zeit mühelos errechnet werden. Damit ist es auch ohne weiteres möglich, den für die Einstellung des Fernrohrs benötigten Stundenwinkel t mit Hilfe der Rektaszension zu berechnen, denn es gilt die einfache Beziehung: Stundenwinkel ist gleich Sternzeit minus Rektaszension

$$\boxed{t^h = \theta^h - Æ^h} \qquad (4)$$

Beispiel 8
31. Dezember 1979 $00^h48^m48^s$ MEZ = 30. Dezember 1979 um $23^h48^m48^s$ GMT. Beobachtung Bedeckung α TAU (Aldebaran) $Æ = 4^h34^m47^s$) in Bern (7°26′)

Lösung inkl. Berechnung der Sternzeit: t = 1230.1979*Pgm 20 A RCL 04 - 693960.5 = 29 217.5 : 365.2422 + .276 919 = 80.271 782 68 INV*INT X 24 = 6.522 784 + 7.26*D.MS : 15 + 23.4848*D.MS X 1.002 737 9 = 30.896 871 79 - 24 = 6.896 871 79 - 4.3447*D.MS = 2.317 149 INV*D.MS $\mathbf{2^h19^m2^s}$.

Es leuchtet ein, dass diese einfache Tastenfolge voll programmgesteuert berechnet werden kann. Programm 2 zeigt eine Lösung mit benützerfreundlicher Eingabe und voll beschriftetem Output.

Beispiel 9
30. Mai 1980 in Luzern ($\lambda = 8°18'12''$ um 22^h30^m MEZ möchte man den M 44 am parallaktisch montierten Teleskop betrachten ($Æ_{1980} = 8^h38.9^m$) [Lösung $t = 5^h58.8^m$].

5. Präzession

Der Sternfreund, welchem für die Rektaszension und Deklination von Nebeln nur der NAEF/WILD zur Verfügung steht, findet darin die Positionen der Himmelsobjekte für das Äquinoktium 1950. Infolge der schon von HIPPARCH entdeckten Präzession verändern sich jedoch die Fixsterne beständig, denn die Bezugspunkte dieses Koordinatensystems ändern gleichfalls ständig ihre Lage gegenüber dem Sternhimmel. Das rührt davon her, dass unsere rotierende Erde wie ein Kreisel in einem platonischen Jahr (25 800 Jahre) einen Kegelmantel um die Senkrechte auf die Erdbahnebene beschreibt. Ursache dieser Bewegung sind Sonne und Mond, welche starke Zugkräfte auf den Äquatorwulst der abgeplatteten Erde ausüben und versuchen, damit die Erdachse aufzurichten. Als Folge weicht die Drehachse rechtwinklig zu dieser angestrebten Bewegung aus und beschreibt einen Kreis. Diese Erscheinung nennt man Präzession. Aufgrund dieser Präzession verschieben sich auch der Frühlingspunkt und somit alle Sternörter.

Programm Nr.2 : STERNZEIT UND STUNDENWINKEL FüR BELIEBIGE ORTE UND ZEITEN
TI-59 PC-100

```
8 *OP 17

      7.26 A'  LONG
   31.1279 A   DATE
    0.4848 B   MEZ
  → 6.5349     S.T.
    4.3447 C   A.R.
  → 2.1902     T

       8.3     LONG
   15.1178     DATE
      18.3     MEZ
   21.4147     S.T.

      7.26     LONG
   31.1279     DATE
    0.4848     MEZ
    6.5349     S.T.
    4.3447     A.R.
    2.1902     T

    8.1812     LONG
    30.058     DATE
      22.3     MEZ
   14.3723     S.T.
    8.3854     A.R.
    5.5829     T

      -64.     LONG
    22.048     DATE
 15.365167     MEZ
    0.2405     S.T.
   18.3221     A.R.
    5.5144     T

       100.    60
      1900.    61
   693960.5    62
   365.2422    63
0.276919398    64
1.002737909    65
-.0657098221   66
         0.    67
         0.    68
         0.    69
         0.    70
         0.    71
         0.    72
         0.    73
  37000000.    74
  13403540.    75
  36403740.    76
  30174600.    77
  16133717.    78
  27013122.    79
```

```
000 76 LBL     062 75 -       124 85 +
001 99 PRT     063 59 INT     125 02 2
002 73 RC*     064 42 STO     126 04 4
003 00 00      065 02 02      127 95 =
004 69 OP      066 95 =       128 32 X:T
005 04 04      067 65 ×       129 43 RCL
006 32 X:T     068 43 RCL     130 66 66
007 69 OP      069 60 60      131 44 SUM
008 06 06      070 75 -       132 06 06
009 69 OP      071 59 INT     133 32 X:T
010 30 30      072 42 STO     134 76 LBL
011 92 RTN     073 01 01      135 89 π
012 76 LBL     074 95 =       136 88 DMS
013 98 ADV     075 65 ×       137 65 ×
014 85 +       076 43 RCL     138 43 RCL
015 02 2       077 60 60      139 65 65
016 04 4       078 85 +       140 85 +
017 95 =       079 43 RCL     141 43 RCL
018 55 ÷       080 61 61      142 07 07
019 02 2       081 95 =       143 85 +
020 04 4       082 42 STO     144 43 RCL
021 95 =       083 03 03      145 06 06
022 22 INV     084 36 PGM     146 95 =
023 59 INT     085 20 20      147 71 SBR
024 65 ×       086 71 SBR     148 98 ADV
025 02 2       087 00 00      149 42 STO
026 04 4       088 86 86      150 08 08
027 95 =       089 75 -       151 76 LBL
028 92 RTN     090 43 RCL     152 97 DSZ
029 76 LBL     091 62 62      153 22 INV
030 16 A'      092 95 =       154 88 DMS
031 98 ADV     093 55 ÷       155 58 FIX
032 32 X:T     094 43 RCL     156 04 04
033 08 8       095 63 63      157 52 EE
034 69 OP      096 85 +       158 22 INV
035 17 17      097 43 RCL     159 52 EE
036 07 7       098 64 64      160 22 INV
037 09 9       099 95 =       161 58 FIX
038 42 STO     100 22 INV     162 32 X:T
039 00 00      101 59 INT     163 71 SBR
040 71 SBR     102 65 ×       164 99 PRT
041 99 PRT     103 02 2       165 92 RTN
042 88 DMS     104 04 4       166 76 LBL
043 55 ÷       105 95 =       167 13 C
044 01 1       106 42 STO     168 32 X:T
045 05 5       107 07 07      169 07 7
046 95 =       108 92 RTN     170 05 5
047 42 STO     109 76 LBL     171 42 STO
048 06 06      110 12 B       172 00 00
049 92 RTN     111 32 X:T     173 71 SBR
050 76 LBL     112 07 7       174 99 PRT
051 11 A       113 07 7       175 88 DMS
052 32 X:T     114 42 STO     176 94 +/-
053 08 8       115 00 00      177 85 +
054 69 OP      116 71 SBR     178 43 RCL
055 17 17      117 99 PRT     179 08 08
056 07 7       118 75 -       180 95 =
057 08 8       119 01 1       181 71 SBR
058 42 STO     120 95 =       182 98 ADV
059 00 00      121 29 CP      183 61 GTO
060 71 SBR     122 77 GE      184 97 DSZ
061 99 PRT     123 89 π
```

Der Zeitpunkt, auf den sich die Koordinaten in einem Sternatlas beziehen, nennt man Äquinoktium. Von diesem Termin aus muss auf den tatsächlichen Beobachtungszeitpunkt umgerechnet werden.

Der Präzession ist übrigens noch die Nutation als kleinere Schwingung überlagert. Sie ist eine Folge der Tatsache, dass die Mondbahnebene nicht genau mit der Erdbahnebene zusammenfällt. Diese Abweichungen sind aber so gering, dass wir sie für die Zwecke des praktischen Sternfreundes übergehen können.

Wenn keine grosse Genauigkeit benötigt wird, und die beiden Epochen nicht weit auseinander sind, so kann die jährliche Präzession in Rektaszension und Deklination wie folgt berechnet werden:

$$Æ°_{neu} = Æ°_{1950} + \frac{t}{240}\,[3.074 + (1.336 \sin \alpha°_{1950} \tan \delta°_{1950})] \tag{5.1}$$

Gleichung 5.1 lässt sich noch etwas umstellen und das Resultat gleichzeitig im Format Stunden/Minuten/Sekunden darstellen:

$$\boxed{Æ^h_{neu} = Æ^h_{1950} + \frac{t}{1000}\,(.854 + .371 \cdot \sin Æ°_{1950} \cdot \tan \delta°)} \tag{5.2}$$

t = Anzahl Jahre seit 1950

Die Gleichung für die reduzierte Deklination ist noch einfacher:

$$\delta°_{neu} = \delta°_{1950} + \frac{t}{3600}\,[20.045 \cdot \cos Æ°_{1950}] \tag{5.3}$$

oder noch etwas kürzer:

$$\delta°_{neu} = \delta°_{1950} + \frac{t \cdot \cos \alpha°_{1950}}{179.6} \tag{5.4}$$

$$\boxed{\delta°_{neu} = \delta°_{1950} + \frac{t \cdot 5.568 \cos \alpha°_{1950}}{1000}} \tag{5.5}$$

Nun programmieren wir die beiden Formeln 5.2 und 5.5 für unseren TI-59. Das könnte etwa wie folgt aussehen, wenn wir annehmen, dass die Rektaszension $Æ^h$ dezimal ausgedrückt im Speicher 10 und die Deklination δ° im Speicher 12 und das laufende Jahr der Beobachtung (von der Kalenderroutine her) in Speicher 3 liegen:

RCL 10 × 15 = STO 11 sin × RCL 12 tan × .371 + .854 = × (RCL 03 : 1000 – 1.95) STO 13 = + RCL 10 = INV DMS PRT RCL 11 cos × RCL 13 × 5.568 + RCL 12 = INV DMS PRT

Wir versuchen nun unser Können an ein paar Beispielen:

Beispiel 10
Es soll der Ort von Leo (Regulus) vom Äquinoktium 1950 auf 1980 umgerechnet werden. Wir finden im NAEF, Seite 168 α $10^h05.7^m$ und δ° = 12°13′

10.095 × 15 = [151.425] sin × 12.216667 tan × .371 + .854 = [.89242] × (1980 : 1000 – 1.95) [0.03) = [.026 772] + 10.095 = 10.121772 INV DMS, **$10^h7^m18^s$**
151.425 cos × .03 × 5.568 = – .146693 + 12.216 = 12.0700 INV DMS **12°4′12″**.

Beispiele 11.1 - 11.4

Wir suchen den M36/1960	$5^h32.8$; 34.06°	($5^h34.8$; 34° 7′)
M 97/3587 [Eulennebel]	$11^h11.9$; 55.18°	($11^h13.6$; 55° 8′)
Barnard 33 [Dunkelnebel]	$5^h38.4$; -2.29°	($5^h39.9$; -2°28′)
χ Persei	$2^h18.9$; 56.53°	(2^h21 ; 57° 1′)

6. Interpolation von Ephemeriden

Die Positionen von Planeten sind häufig in 5, 10 oder 20 Tagen Abstand tabelliert. Für den Sternfreund ergibt sich daraus das Problem, die tabellierten Werte auf ein dazwischen liegendes Datum umzurechnen.

Diese Berechnung nennt man Interpolieren. Für den Sternfreund mit einem programmierbaren Taschenrechner wirklich eine Kleinigkeit. Dabei besteht die Möglichkeit, zwischen 2, 3 oder mehr Werten zu interpolieren.

Die einfache lineare Interpolation zwischen zwei Werten können wir hier überspringen, weil die quadratische Interpolation mit 3 Werten doch einen höheren Genauigkeitsgrad erlaubt und die erstere sehr einfach ist.

Wenn wir drei Ephemeridenwerte benützen, so nehmen wir an, dass die Ephemeridenfunktion an dieser Stelle quadratischer Natur ist. Das ist zwar, genau genommen, nicht oder nur selten der Fall. Man erreicht mit dieser Annahme aber für die Praxis eine genügend grosse Genauigkeit. Wenn wir die Rektaszension eines Planeten mit Y_i bezeichnen und den dazugehörenden Tag mit X, so gilt:

$$\boxed{Y_i' = Y_1 + aX + bX^2} \qquad (6.1)$$

Dabei ist Y_1 der erste zur Interpolation benützte Ephemeridenwert und X der Tagesabstand mit Dezimalteil zwischen dem ersten benützten Ephemeridentag und dem Beobachtungstag.

Um Formel 6.1 einsetzen zu können, müssen wir vorerst die beiden Parameter a und b berechnen. Das geschieht wie folgt:

$$\boxed{a = \frac{4Y_2 - 3Y_1 - Y_3}{2n}} \qquad (6.2)$$

$$\boxed{b = \frac{Y_3 - 2Y_2 + Y_1}{2n^2}} \qquad (6.3)$$

Das Intervall zwischen zwei aufeinanderfolgenden Ephemeriden-Tagen bezeichnen wir mit n.

Beispiel 12:
Wir suchen die Rektaszension für Mars am 1. Oktober 1980. Als mittleren der drei für die Interpolation benützten Werte nehmen wir jenes Datum, das am nächsten beim Beobachtungstag liegt, also den 28. September 1980. Folglich beginnen wir mit dem ersten Ephemeriden-Datum am 18. September 1980 (NAEF/WILD Seite 31):

X = 0 18. Sept. 1980 $14^h42^m00^s$ = 14.700000
X = 10 28. Sept. 1980 $15^h09^m24^s$ = 15.156667
X = 20 8. Okt. 1980 $15^h38^m00^s$ = 15.633333

In dieser Tabelle ist der Abstand zwischen zwei Ephemeriden-Tagen n = 10. Wir interpolieren zwischen 18. Sept. und 1. Okt. **(X = 13).**

Unsere Aufgabe besteht nun darin, für das Intervall X = 13 in Formel 6.1 die Konstanten a und b zu schätzen. Die Rechnung sei hier mit allen Einzelheiten nachvollzogen:

$a = (4 \times 15.156667 - 3 \times 14.7 - 15.633333) / 20 = 0.044667$
$b = (15.633333 - 2 \times 15.156667 + 14.7) / 200 = 0.000100$

Nun setzen wir diese Werte ein in Formel 6.1 und erhalten für den 1.10.80

$Y_{1.10.80} = 14.7 + 0.044667 \times 13 + 0.0001 \times 13^2 = 15.29757 =$ $\mathbf{15^h17^m51^s}$

Selbstverständlich ist es nun ohne weiteres möglich, auch für ein anderes Datum mit Tagesbruchteil zu interpolieren, z.B.

2. Oktober 1980 21^h GMT

Dann ist X = 14 + 21/24 = 14.875 und die gesuchte Rektaszension beträgt:

$Y_{2.10.80} = 14.7 + 0.044667 \times 14.875 + 0.0001 \times 14.875^2 = 15.386548 =$ $\mathbf{15^h23^m12^s}$

Demgegenüber hätte die lineare Interpolation zwischen dem 28. September und dem 8. Oktober den Wert $15^h23^m20^s$ ergeben.

Nun bauen wir uns ein Programm für den TI-59. Nach bewährtem Muster setzen wir wiederum die Kalender-Routine des Grundmoduls ein, wobei wir in einer Unterroutine (A') in europäische Eingabe umwandeln (siehe Kasten 1).

Weitere Übungsbeispiele 13 - 16:
Gesucht Æ ♄ 12. Juli 1980 um 21.45 MEZ
gemäss WILD Seite 38
30. Juni 80 $11^h31.9^m$
10. Juli 80 $11^h34.4^m$
20. Juli 80 $11^h37.4^m$
(Lösung Æ = $11^h35^m12^s$)

Gesucht Æ ⛢ 6. August 80 21.30 MEZ
Gemäss WILD Seite 42
20. Juli 80 $15^h16.8^m$
9. Aug. 80 $15^h16.7^m$
29. Aug. 80 $15^h18.1^m$
(Lösung Æ = $15^h16^m38^s$)

Gesucht Æ von Planetoid IRIS am 11. Sept. 80 um 20.15 MEZ
Gemäss WILD Seite 50
29. Aug. 80 $23^h57.4^m$
8. Sept. 80 $23^h51.3^m$
18. Sept. 80 $23^h43.3^m$
(Lösung Æ = $23^h48^m29^s$)

Gesucht Deklination von Mars am 12. Juli 1980, 22.15 MEZ
Gemäss WILD Seite 31
30. Juni 80 2°51′
10. Juli 80 0°32′
20. Juli 80 -1°53′
(Lösung -0°9′13″)

6.1 Berechnung von Maximum oder Minimum

Wenn die kumulierte Funktion einen extremen Wert erreicht (ein Maximum oder ein Minimum), so kann dieser Wert ebenfalls mühelos errechnet werden. Die eingepasste Funktion ist ja des Typs:

$Y_i = Y_1 + aX + bX^2$

Berechnet man den Differential-Quotienten dieser Funktion und setzt ihn gleich Null, so erhält man:

$y' = a + 2bX \qquad a + 2bX = 0$

Folglich beträgt an dieser Stelle der Wert für X

$$\boxed{X = \frac{-a}{2b}} \qquad (6.4)$$

Wir hängen deshalb gleich noch ein weiteres Programm an, das uns den Zeitpunkt X, gerechnet ab 1. Ephemeridentag liefert (siehe Kasten 2):

Beispiel 17:
Wann hat die Sonne 1980 die höchste Deklination erreicht?
15.06.1980 23°18′18″
20.06.1980 23°26′06″
25.06.1980 23°23′30″
(Lösung 7^h00^m MEZ am 21.6.80 = δ° = 23°26′25″) Schiefe der Ekliptik

Beispiel 18:
Wann wird ♂ rückläufig im Frühjahr 80?
12.01.80 $11^h11^m06^s$
22.01.80 $11^h11^m12^s$
1.02.80 $11^h06^m24^s$
(Lösung 5^h54^m MEZ am 17. Jan. 80 Æ ≐ $11^h11^m46^s$) (Nautical Almanac $11^h11^m48^s$)

Kasten 1

	CLR R/S
Datum Subroutine	LBL A′ — INT STO 02 = × 100 — INT STO 01 = × 100 = STO 03 INV SBR
Eingabe Beob. Datum:	**LBL A** A′ *Pgm 20 SBR 086 *EXC 04 INV SBR
Eingabe Zeit (MEZ)	**LBL B** DMS — 1 = : 24 = STO 05 INV SBR
Eingabe 1. Eph. Dat.:	**LBL C** A — RCL 04 + RCL 05 = STO 06 LBL B′ 3 STO 00 18 STO 07 RST
Eingabe Intervall	**LBL D** STO 19 RST
Eingabe Ephemeriden	**LBL E** DMS STO *Ind 07 *Op 37 *dsz 0 0 00
(3 Eingaben)	RCL 17 × 4 — RCL 18 × 3 — RCL 16 = : 2 : RCL 19 = STO 11 RCL 16 — 2 × RCL 17 +
sowie Berechnung	RCL 18 = : 2 : RCL 19 x ² = STO 12 LBL D′ RCL 18 + RCL 11 × RCL 06 + RCL 12 ×
der Interpolation	RCL 06 x ² = INV DMS PRT INV SBR

Kasten 2

Berechnung der Zeit (MEZ)	LBL E′ RCL 11 +/— : RCL 12 LBL C′ : 2 = STO 06 — INT
	STO 14 = × 24 + 1 = *fix 4 INV DMS PRT
Tag, Monat	RCL 02 + RCL 14 + RCL 01 : 100 = PRT
Y-Wert	D′ INV fix INV SBR

Beispiel 19:
Wann erreicht ♄ 1980 seine höchste Deklination?
11.05.80 5°59′
21.05.80 6°00′
31.05.80 5°57′
(Lösung 13^h MEZ 18. Mai 80 = 6°00′08″)

7. Umwandlungen von Koordinatensystemen
Eine der häufigsten Umwandlungen, denen der Sternfreund begegnet, sind solche der himmlischen Koordinatensysteme, von denen die wichtigsten sind:

a) Umwandlungen von Sonnen- oder Planetenkoordinaten (r, δ, α) in rechtwinklige Koordinaten (X, Y, Z) und umgekehrt.
b) Umwandlungen vom ekliptikalen System (Länge λ und Breite β) ins Äquatorial-System (Rektaszension α und Deklination δ)
c) Umwandlungen vom Äquatorial-System (α, δ) ins Horizont-System (Azimut a und Höhe h) und umgekehrt.

7.1 Umwandlungen von Kugelkoordinaten in rechtwinklige Koordinaten
Nicht alle Besitzer eines programmierbaren Taschenrechners wissen, dass sie mit der Taste P→R nicht nur ebene Polarkoordinaten in rechtwinklige Koordinaten umwandeln können, sondern auch die in der Astronomie wichtigen sphärischen Koordinatensysteme. Bei der Erläuterung dieser Transformationen stütze ich mich auf die von Herrn Prof. Dr. HEINZ SCHILT gegebene Einführung an der Astro-Tagung in Burgdorf 1979 sowie seinen Beitrag in ORION Nr. 164 für HP-Taschenrechner.

Ein beliebiger Raumpunkt P kann durch die folgenden drei räumlichen Koordinaten (Kugelkoordinaten) bestimmt werden:
a) r, den Abstand des Punktes P vom Ursprung 0
b) β, den Winkel, den die Strecke $\overline{OP}$ mit der X-Y-Ebene einschliesst
c) α, den Winkel, den die Projektion der Strecke $\overline{OP}$ auf der X-Y-Ebene mit der positiven X-Achse einschliesst.

Das dazu benötigte Formelsystem lautet:

$$X = r \cdot \cos\beta \cdot \cos\alpha$$
$$Y = r \cdot \cos\beta \cdot \sin\alpha$$
$$Z = r \cdot \sin\beta$$

Die Tastenfolge für unseren TI-59 ist sehr kurz und lautet wie folgt:

Eingabe:	Tastenfolge:	Kommentar:
r	x/t	r in t-Register
β	P/R	Z in Anzeige
α	P/R	Y in Anzeige (X in t-Reg.)
	x/t	X in Anzeige

Beispiel 20:
Umrechnung der Rektaszension und Deklination der Sonne am 0. Januar 1970 (r = 0.983 317, α = 279°56′51.4″, β = −23°7′40.9″)
0.983 317 x/t
−23.128 028 P/R (−0.386 234 in Anzeige [Z])
279.947611 P/R (−0.890 692 in Anzeige [Y])
x/t (0.156 213 in Anzeige [X])

7.2 Umwandlungen von rechtwinkligen Koordinaten in räumliche Koordinaten
Die umgekehrte Transformation geht ebenso einfach:

Eingabe:	Tastenfolge:	Kommentar:
x	x/t	x in t-Register
y	INV P/R	α in Anzeige (wenn negativ 360° addieren!)
z	INV P/R	β in Anzeige

Beispiel 20.1:
Rückwandlung der rechtwinkligen Koordinaten der Sonne von Beispiel 20

0.156 213 x/t
-0.890 692 INV P/R [-80.052 416 in Anzeige (+ 360 = 279.947° 584 = 279°56'51.3")]
-0.386 234 INV P/R [-23.128 029 = -23°7'40.9"]

7.3 Umwandlungen vom Ekliptikalen System (Länge λ und Breite β) ins Äquatorial-System (Rektaszension α und Deklination δ)

Die Länge (λ) und Breite (β) im ekliptikalen System beziehen sich auf ein bestimmtes Äquinoktium, auf das sich auch die Schiefe der Ekliptik (ε) beziehen muss. Diese ist eine sich langsam verändernde Grösse und kann wie folgt bestimmt werden:

$\varepsilon = 23.45229 - 0.013\,T$ (T ist ausgedrückt in Julianischen Jahrhunderten zu 36525 Tagen seit 0.1.1900)

Beispiel:
Schiefe der Ekliptik zur Zeit Äquinoktium 1950

23.45229 — 0.013 · 0.5 = **23.44579**

Das Ekliptik- und Äquatorial-System haben die X-Achse gemeinsam, welche zum Frühlingspunkt (γ) zeigt. Um diese Achse müssen die Koordinaten um den Winkel der Schiefe der Ekliptik zum Zeitpunkt des Äquinoktiums gedreht werden. Das kann durch die folgende Tastenfolge geschehen:

Eingabe:	Tastenfolge:	Kommentar:
1	x/t	1 in t-Register
Ekl. Breite		
β	P/R	$\bar{z}$ in Anzeige
Ekl. Länge		
λ	P/R	$\bar{y}$ in Anzeige
$\bar{y}$	x/t	$\bar{x}$ in Anzeige
$\bar{z}$	INV P/R	$\bar{\alpha}$ in Anzeige
$\bar{\alpha}$	+ ε =	α in Anzeige
α	P/R	z in Anzeige
$\bar{x}$	x/t	y in Anzeige
y	INV P/R	α in Anzeige
z	INV P/R	δ in Anzeige

Für unser Pgm benötigen wir drei Speicher; M-01 für die Angabe der ekliptikalen Breite bzw. Speicherung der Deklination, M-02 für die Eingabe der ekliptikalen Länge, für Zwischenergebnisse und für die Speicherung der Rektaszension und schliesslich noch Speicher 3 für die benötigte Schiefe der Ekliptik. Dann kommen wir zu den folgenden Programm-Schritten:

```
1 x/t RCL 01 P/R EXC 02 P/R x/t EXC 02 INV P/R
+ RCL 03 = P/R EXC 02 x/t INV P/R EXC 02 INV
P/R STO 01
```

Beispiel 21:
Wir haben die ekliptikale Länge der Sonne (12.7.80) auf 109°48' berechnet. Die Breite der Sonne im Ekliptiksystem ist selbstverständlich 0. Wie lauten Rektaszension und Deklination?

Lösung:
Die Schiefe der Ekliptik ist 23.45229 — 0.013 · 0.8 = 23.44189°. STO 03. 109.8 STO 02.

α = 111.4255442° = 111°25'32" = $7^h25^m42^s$
δ = 21.98105714° = 21°58'52"

Beispiel 22:
Wir kennen die ekliptikale Länge von ♂ am 2.3.1980 als λ = 153.50958° und seine Breite β als 4.29061°. Wie lauten Rektaszension in Stunden und Deklination?
(Lösung α = $10^h28^m6.8^s$ und δ = 14°13')

7.4 Umwandlungen vom Äquatorial-System (Rektaszension α und Deklination δ) ins ekliptikale System (Länge λ und Breite β)

Für diese Transformation kann genau das gleiche Programm eingesetzt werden wie bei der Umwandlung vom ekliptikalen System ins Äquatorial-System mit dem einzigen Unterschied, dass die Schiefe der Ekliptik negativ genommen werden muss. Das kann durch Multiplikation mit -1 geschehen, also in Programm-Instruktionen:

1 +/- *Prd 03

Beispiel 22.1:
Wir transformieren die Lösung von Beispiel 22 zurück ins ekliptikale System.

Beispiel 23
Saturn weist am 9. August 1980 eine Rektaszension von α = $11^h44.5^m$ und eine Deklination von 3°57.1' auf. Wie lauten seine ekliptikalen Koordinaten?
(Lösung: λ = 174.875°; β = 2.086°)

7.5 Umwandlung vom Äquatorial-System (α, δ) ins Horizontsystem (a, h)

Vor Beginn der Rechnung muss die Rektaszension α für die genaue Zeit in den Stundenwinkel t umgerechnet werden. Es gilt bekanntlich die einfache Beziehung t = θ — α (Berechnung der Sternzeit θ siehe Kap. 3 und Stundenwinkel Kap. 4).

Dann werden die Kugelkoordinaten r, δ und t zuerst in die rechtwinkligen Koordinaten von $\bar{z}$, $\bar{y}$ und $\bar{x}$ umgewandelt. Dann erfolgt um die Achse $\bar{y}$ = y eine Drehung um den Zenit-Winkel (90° — φ) — Komplement der geographischen Breite zu 90° — und schliesslich werden die gedrehten rechtwinkligen Koordinaten z, y, x wieder in Polar-Koordinaten a, h und r zurückverwandelt. Das dazugehörende Formelsystem lautet:

$$\cos\phi\sin\delta + \sin\phi\cos\delta\cos t = \sin h$$
$$-\sin\phi\sin\delta + \cos\phi\cos\delta\cos t = \cos h\cos a$$
$$\cos\delta\cos t = \cos h\sin a$$

Für den programmierbaren TI-59 gilt die nachfolgende Tastenfolge, wobei wiederum angenommen sei, dass die Deklination δ in Reg. 1, der Stundenwinkel t im Reg. 2 und die Zenit-Distanz (90–φ) in Reg. 3 sei.

Eingabe:	Tastenfolge:	Kommentar der Ausgabe
r	x/t	r in t-Register
δ	P/R	$\bar{z}$ in Anzeige
t	P/R	$\bar{y}$ in Anzeige
		$\bar{x}$ in t-Register
$\bar{z}$	INV P/R	$\bar{\alpha}$ in Anzeige
$\bar{\alpha}$	+ 90 - φ =	α
α	P/R	z in Anzeige
y	INV P/R	a (Azimut) in Anzeige
z	INV P/R	h (Höhe) in Anzeige

Unter Verwendung der Register 1 (δ), Reg. 2 (t) und Reg. 3 ($90-\phi$) lautet dann das Programm wie folgt:

```
1 x/t RCL 1 P/R EXC 02 P/R EXC 02 INV P/R
+ RCL 03 = P/R EXC 02 INV P/R EXC 02 INV P/R
STO 01
```

Damit befindet sich die Höhe h im Register 1 und Azimut a in Register 2 und das gewählte r kommt im t-Register wieder zum Vorschein.

Beispiel 24:
Gesucht Höhe und Azimut von αCMa (Sirius) am 12.2.1980 um 20.45 MEZ in Zürich (ϕ 47°22′, λ = 8°33′ E)
αCMa = $6^h44.3^m$; δCMa = -16°41.6′)
Lösung:
$\theta = 5^h47.3^m$; $t = 23^h3.1^m \times 15 = 345.775°$; $90°-\phi$ = 42.6333°. Höhe h = 24.8° und Azimut a = -15.0°
(Man beachte, dass das Azimut im Uhrzeigersinn von geogr. Süd aus gemessen wird. Durch Addition von 180° erhält man 165° rw von N aus gemessen).

7.6 Umwandlung vom Horizontsystem (a, h) ins Äquatorial-System (α, δ)
Auch hier verläuft die umgekehrte Transformation genau gleich, nur dass jetzt die Zenit-Distanz ($90 - \phi$) nicht addiert, sondern subtrahiert werden muss oder - was auf das gleiche herauskommt - negativ addiert werden muss. Das geschieht ebenfalls durch Multiplikation des Inhalts von Register 3 mit -1. (**h** in Reg. 01 und **a** in Reg. 02).

Beispiel 24.1:
Wir prüfen unser Programm, indem wir lediglich den Inhalt von Reg. 03 mit -1 multiplizieren. Tatsächlich erhalten wir wiederum eine Deklination von -16.6933° und einen Stundenwinkel von t = —14.225°.

Beispiel 25:
Wir peilen am 21. April 1980 um 21^h42^m MEZ in Zürich (λ 8° 33 E/ ϕ 47° 22 N) in etwa 53° über dem Horizont über Azimut rw 207° einen hellen Stern. Um welchen handelt es sich?

Lösung: Wir wandeln die rechtweisende Peilung ab Bussole um in astronomische Peilung, indem wir 180° abziehen: 207° - 180° = **27° a** und geben diesen Wert in Speicher 2.

Dann geben wir die gemessene Höhe h in Speicher 01 und die Zenit-Distanz (90° - 47.367) negativ in Speicher 03.

Nun setzen wir unser Pgm ein und erhalten eine Deklination δ = 12.58 = 12° 34′ und einen Stundenwinkel t = 16.282 bzw. nach Division durch 15 = 1.0854 = 1^h05^m.

Für die Berechnung der Rektaszension brauchen wir die Sternzeit $\theta = 11^h16^m$. Da $\alpha^h = \theta^h - t^h$ rechnen wir: $11^h16^m - 1^h05^m = \mathbf{10^h11^m}$ als Rektaszension.

Es handelt sich um Saturn mit einer Æ von $10^h11.3^m$ und Deklination von $12°33^m$.

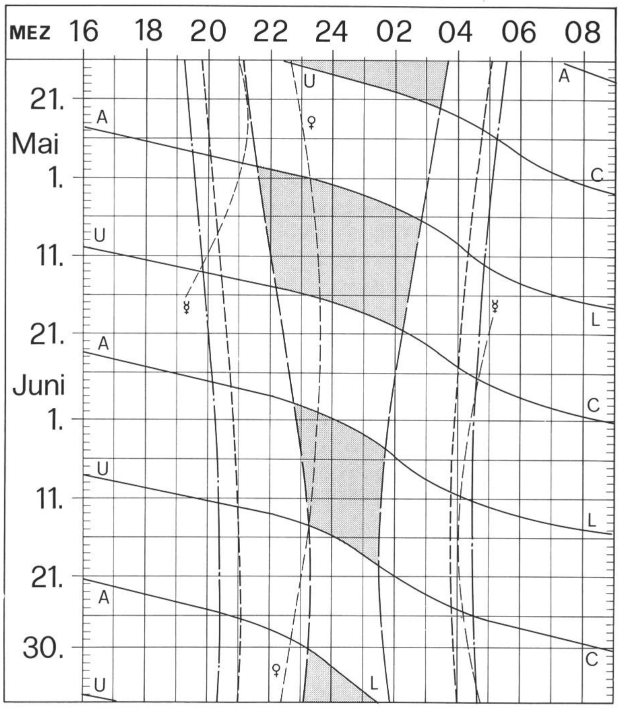
Beispiel 26:
Wir beobachten am 10. Juni 1980 um 22.02 MEZ in Bern (λ = 7°30′ / ϕ = 46°57′) auf einer Höhe von 27° einen kulminierenden hellen Stern. Um welchen handelt es sich?

Lösung: $\theta = 14^h49.8^m$. δ = - 16° 3′. t = 0. $\alpha = 14^h50^m$. Es handelt sich um Zuben-el-dschenubi (αLib) mit $14^h49.8^m$ und $- 15° 57.6^m$).

Adresse des Autors:
Pierre Weber, Postfach, 8704 Herrliberg.

Sonne, Mond und innere Planeten

Soleil, Lune et planètes intérieures



Aus dieser Grafik können Auf- und Untergangszeiten von Sonne, Mond, Merkur und Venus abgelesen werden.

Die Daten am linken Rand gelten für die Zeiten vor Mitternacht. Auf derselben waagrechten Linie ist nach 00 Uhr der Beginn des nächsten Tages aufgezeichnet. Die Zeiten (MEZ) gelten für 47° nördl. Breite und 8°30′ östl. Länge.

Bei Beginn der bürgerlichen Dämmerung am Abend sind erst die hellsten Sterne — bestenfalls bis etwa 2. Grösse — von blossem Auge sichtbar. Nur zwischen Ende und Beginn der astronomischen Dämmerung wird der Himmel von der Sonne nicht mehr aufgehellt.

Les heures du lever et du coucher du soleil, de la lune, de Mercure et de Vénus peuvent être lues directement du graphique.

Les dates indiquées au bord gauche sont valables pour les heures avant minuit. Sur la même ligne horizontale est indiqué, après minuit, le début du prochain jour. Les heures indiquées (HEC) sont valables pour 47° de latitude nord et 8°30′ de longitude est.

Au début du crépuscule civil, le soir, les premières étoiles claires — dans le meilleur des cas jusqu'à la magnitude 2 — sont visibles à l'œil nu. C'est seulement entre le début et la fin du crépuscule astronomique que le ciel n'est plus éclairé par le soleil.

Sonnenaufgang und Sonnenuntergang
Lever et coucher du soleil
Bürgerliche Dämmerung (Sonnenhöhe —6°)
Crépuscule civil (hauteur du soleil —6°)
Astronomische Dämmerung (Sonnenhöhe —18°)
Crépuscule astronomique (hauteur du soleil —18°)
A L Mondaufgang / Lever de la lune
U C Monduntergang / Coucher de la lune
Kein Mondschein, Himmel vollständig dunkel
Pas de clair de lune, ciel totalement sombre