Zeitschrift: Orion : Zeitschrift der Schweizerischen Astronomischen Gesellschaft
Herausgeber: Schweizerische Astronomische Gesellschaft
Band: 35 (1977)
Heft: 160

Artikel: Über die Zeitgleichung
Autor: Schilt, H.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-899402

Über die Zeitgleichung

von H. SCHILT, Biel

Vergleicht man irgend eine Uhr etwa mit dem Zeitzeichen, so wird man meistens eine Abweichung feststellen. Die Differenz k = Sollzeit – Uhrzeit heisst *Uhrkorrektion.* Die Differenz der Uhrkorrektionen an zwei aufeinanderfolgenden Tagen heisst *täglicher Gang* g = k (heute) – k (gestern). Der Gang ist positiv wenn die Uhr zu langsam geht. Eine gute Uhr soll einen möglichst konstanten Gang aufweisen, dann ist die Korrektion k_t zur Zeit t in erster Näherung durch die Beziehung: $k_t = k_o + (t - t_o)g$ berechenbar.

Die Zeit von einer Sonnenkulmination bis zur nächsten nennen wir im folgenden Tagesdauer. Diese ist bestimmt durch die Rotation der Erde um ihre Achse und auch durch die Revolution der Erde um die Sonne. Eine volle Umdrehung der Erde geschieht in einem Sterntag d. h. in $23^h56^m4.09^s$. Viele Jahrhunderte konnte die Erdrotation als genaueste Uhr benutzt werden. Erst ein Vergleich mit Atomuhren zeigte, dass diese Rotation kleine Unregelmässigkeiten aufweist. Das veranlasste die Astronomen 1958, die Ephemeridenzeit einzuführen, die unabhängig von der Erdrotation ist.

Die Revolution der Erde um die Sonne bewirkt, dass diese von uns aus gesehen gegenüber den Sternen jeden Tag um ungefähr 1° nach Osten wandert. In einem tropischen Jahr (365.2422 ^{d}) macht der Unterschied genau einen Tag aus; pro Tag im Durchschnitt $3^m56.56^s$. Um diesen Betrag ist der Sonnentag im Mittel länger als ein Sterntag. Die Bewegung der Erde ist aber ungleichförmig, in der Nähe des Perihels hat die Erde eine grössere Geschwindigkeit,

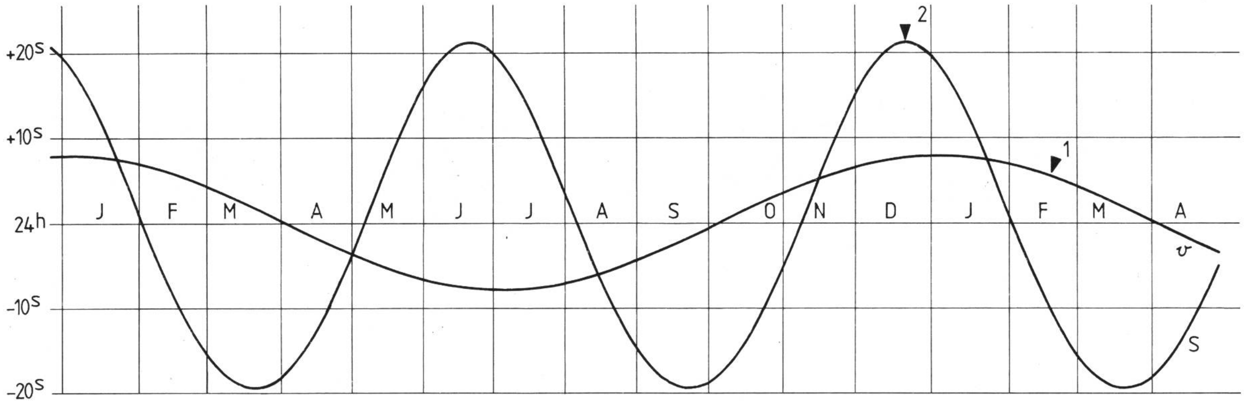

Fig. 1: Dauer des Sonnentages.
1: Einfluss der Bahnbewegung.
2: Einfluss der Schiefe der Ekliptik.

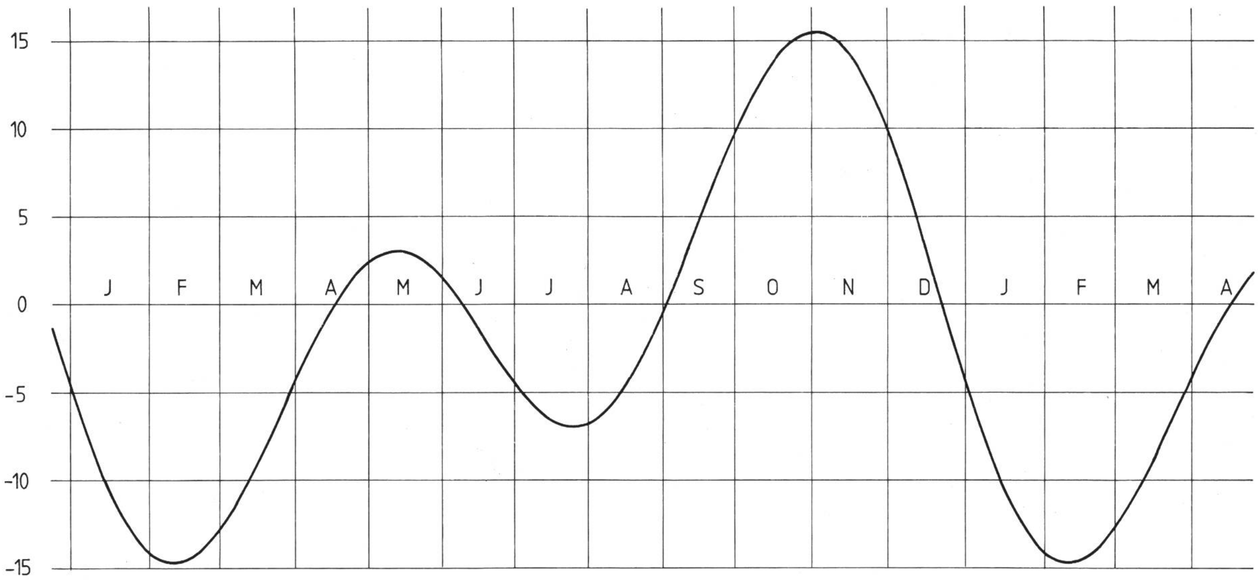

Fig. 2: Zeitgleichung: WOZ–MOZ.
Horizontal: Monate
Vertikal: Zeitgleichung in Minuten.

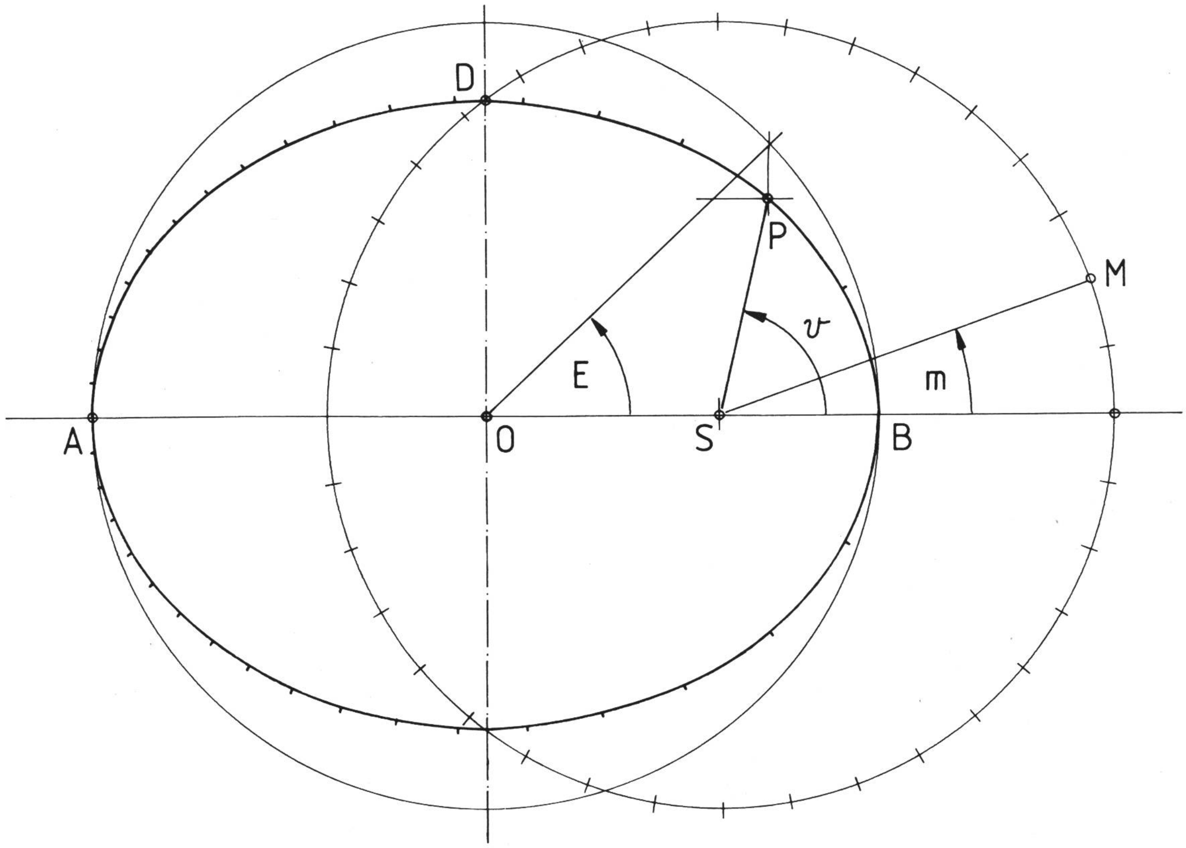

Fig. 3: AO = OB = a, OS = a · e, SP = r, OD = b.
P: Planet, M: mittlerer Planetenort.

dadurch allein würde sich die Sonnenkulmination noch um 7.9^s verspäten. Im Aphel würde der Tag um ebensoviel kürzer.

Die Tagesdauer wird ausserdem noch beeinflusst durch die Schiefe der Ekliptik: dieser Einfluss hat eine Periode von einem halben Jahr und würde allein in den Äquinoktien den Tag um 19.5^s kürzen und in den Solstitien um 21.3^s verlängern.

Beide Einflüsse wirken miteinander; im Winter je im gleichen Sinne und im Sommer gegeneinander, weil das Perihel (2. Jan.) gegenwärtig nahe beim Wintersolstitium liegt (Fig. 1).

Der Gang einer Sonnenuhr verändert sich also dauernd, nimmt jedoch nach einem tropischen Jahr fast wieder den gleichen Wert an. Auch für eine Sonnenuhr lässt sich die Korrektion für jeden Zeitpunkt berechnen, weil die Bewegungen der Erde mit einem mathematischen Modell gut beschrieben werden können. Dieses Modell erlaubt es dem Astronomen, eine *fiktive Sonne* zu definieren, die ganz gleichmässig den Himmelsäquator durchwandert. Er nennt sie «*mittlere Sonne*».

Der Stundenwinkel der wirklichen Sonne + 12 h heisst WOZ (wahre Ortszeit) und der Stundenwinkel der mittleren Sonne + 12 h heisst MOZ (mittlere Ortszeit). Die Differenz WOZ – MOZ nennt man *Zeitgleichung;* ihr entgegengesetzter Wert gibt in jedem Moment die Korrektur für eine gut konstruierte Sonnenuhr an. (Hin und wieder wird diese Korrektur (MOZ – WOZ) als Zeitgleichung definiert).

In der Definition der Zeitgleichung ist WOZ = t + 12 h – AR klar festgelegt. (t: Sternzeit, AR: Rektaszension der Sonne). Es ist zweckmässig für MOZ ähnlich zu verfahren: MOZ = t + 12 h – AR_m, wo AR_m die Rektaszension der fiktiven Sonne bedeutet und nach Definition gleichförmig mit t zunehmen soll.

Es ist dann: Zeitgl. = AR_m – AR (Fig. 2).

Im *Almagest* wird die scheinbare Bewegung der Planeten mit exzentrischen Kreisen und gleichförmigen Bewegungen recht gut beschrieben. KEPLER schloss aus den Beobachtungen von TYCHO BRAHE, dass die Bahnen der Planeten Ellipsen sein müssen und es gelang ihm, auch die entsprechende ungleichförmige Bewegung von einer gleichförmigen Kreisbewegung herzuleiten. NEWTON hat dann diese geometrischen Aussagen als Folge von physikalischen Grundsätzen darstellen können. Wir geben hier nur eine Skizze der geometrischen Beziehungen.

Die Sonne befindet sich in einem Brennpunkt der Ellipse; diesen Punkt wählen wir zum Zentrum eines Koordinatensystems; die x-Achse gehe durch das Perihel der Bahn. Wenn der Abstand Sonne–Planet mit r und der Polarwinkel (wahre Anomalie) mit v bezeichnet werden, lautet die Darstellung der Ellipse in Polarkoordinaten:

$$r = b^2/a(1 + e \cos v)$$

a, b Haupt- und Nebenhalbachsen der Ellipse

e Exzentrizität der Bahn (Erdbahn: $e = 0.01672 \approx 1/60$) Als Parameter für die Beschreibung der Ellipse kann man auch die exzentrische Anomalie E verwenden (Fig. 3). E ist ein Winkel, von dem der eine Schenkel durch die x-Achse bestimmt ist und dessen Scheitel nicht im Sonnenzentrum, sondern im Mittelpunkt 0 der Ellipse liegt. Es gelten die Beziehungen:

$$r \cdot \cos v = a (\cos E - e)$$

$$r \cdot \sin v = b \cdot \sin E$$

daraus folgen

$$r = a (1 - e \cdot \cos E)$$

$$\tan (v/2) = \sqrt{(1 + e) / (1 - e)} \cdot \tan (E/2)$$

$$r \cdot dv = b \cdot dE$$

Es sei S die vom Fahrstrahl (Sonne–Planet) überstrichene und vom Perihel aus gemessene Fläche und T die Umlaufszeit des Planeten. Nach dem Flächensatz muss gelten:

$$dS = \pi \cdot ab \cdot dt/T$$

und $\quad 2\, dS = r^2 dv = ab (1 - e \cdot \cos E)\, dE$

Eine Integration liefert direkt die KEPLERsche Gleichung:

$$E - e \cdot \sin E = 2 \pi (t - t_o)/T$$

oder

$$E - e_o \sin E = 360° (t - t_o)/T = m$$

mit $e_o = e/\text{arc } 1°$,

m heisst mittlere Anomalie und t_o ist die Zeit des Periheldurchganges.

Falls man v kennt, kann man E und daraus m berechnen; gewöhnlich ist aber t bekannt, dann muss die KEPLERsche Gleichung durch ein Näherungsverfahren gelöst werden, um E zu bestimmen. Für die Erdbahn ist e « 1, dann kann man auch mit der folgenden Reihe auskommen:

$$v = m + e_o [2 \cdot \sin m + 5e/4 \cdot \sin 2m + e^2/12 (13 \cdot \sin 3m - 3 \cdot \sin m) + \ldots]$$

Verwendet man nur zwei Glieder:

$$v \approx m + 2e_o \sin m,$$

so ist die Näherung gleichwertig mit der *Ptolomäischen Exzentertheorie* und diese wiederum ist äquivalent der Epizykeltheorie mit einer Exzentrizität von je $2e \approx 1/30$.

In der Ekliptikebene nimmt man meistens die Richtung zum Frühlingspunkt als Bezugsrichtung für Winkel und bezeichnet die im positiven Sinn (von Norden her gesehen) gemessenen Winkel als Längen. Im Perihel habe die Sonne von uns aus gesehen die Länge L_o, dann ist die wahre Länge der Sonne $L = L_o + v$. Eine erste fiktive Sonne könnte die mittlere Länge $L_m = L_o + m$ haben; diese würde zwar in der Ekliptik gleichförmig umlaufen, aber für uns ungleiche Kulminationszeiten aufweisen (Fig. 4).

Mit Hilfe der Transformation

$$\cos \delta \cdot \cos AR = \cos L$$

$$\cos \delta \cdot \sin AR = \sin L \cdot \cos \varepsilon$$

$$\sin \delta = \sin L \cdot \sin \varepsilon$$

kann man aus L und der Schiefe der Ekliptik ε auf die Deklination δ und die Rektaszension AR der Sonne schliessen.

Für die Rektaszension AR_m einer zweiten fiktiven Sonne setzt man willkürlich $AR_m = L_m$. Diese Sonne bewegt sich gleichförmig im Äquator und kann daher als Zeitgeber dienen.

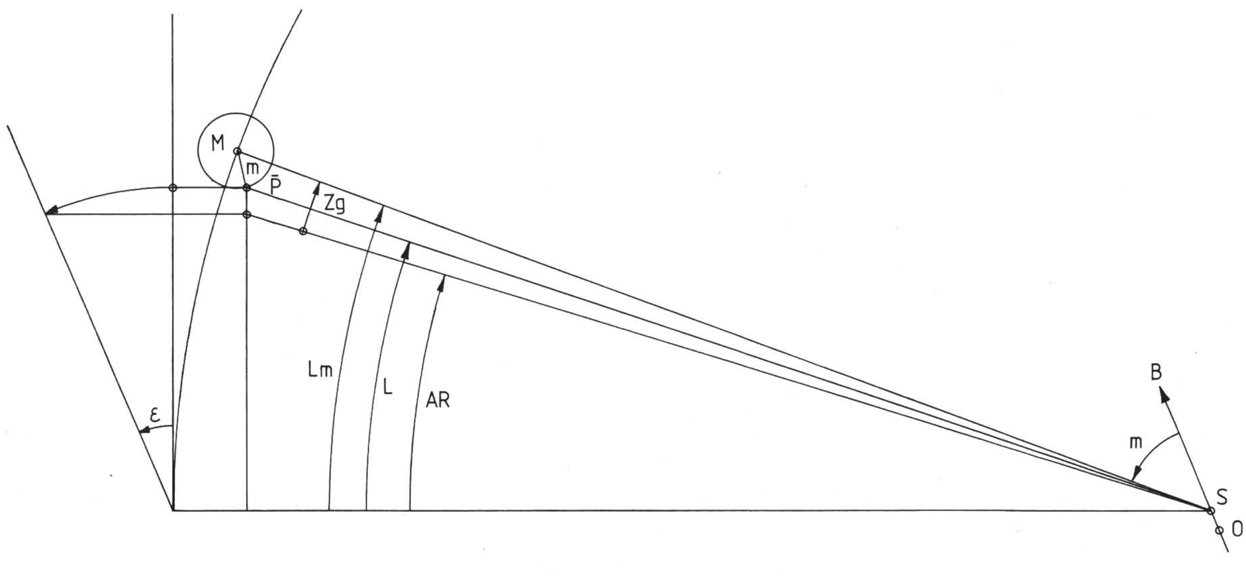

Fig. 4: M: mittlerer Ort der Erde für Anfang März. M liegt im 4. Quadranten der Ekliptik, deshalb sind Zg, Lm, L und AR alle negativ. $\quad 2 \cdot OS = MP$: Radius des Epizykels.

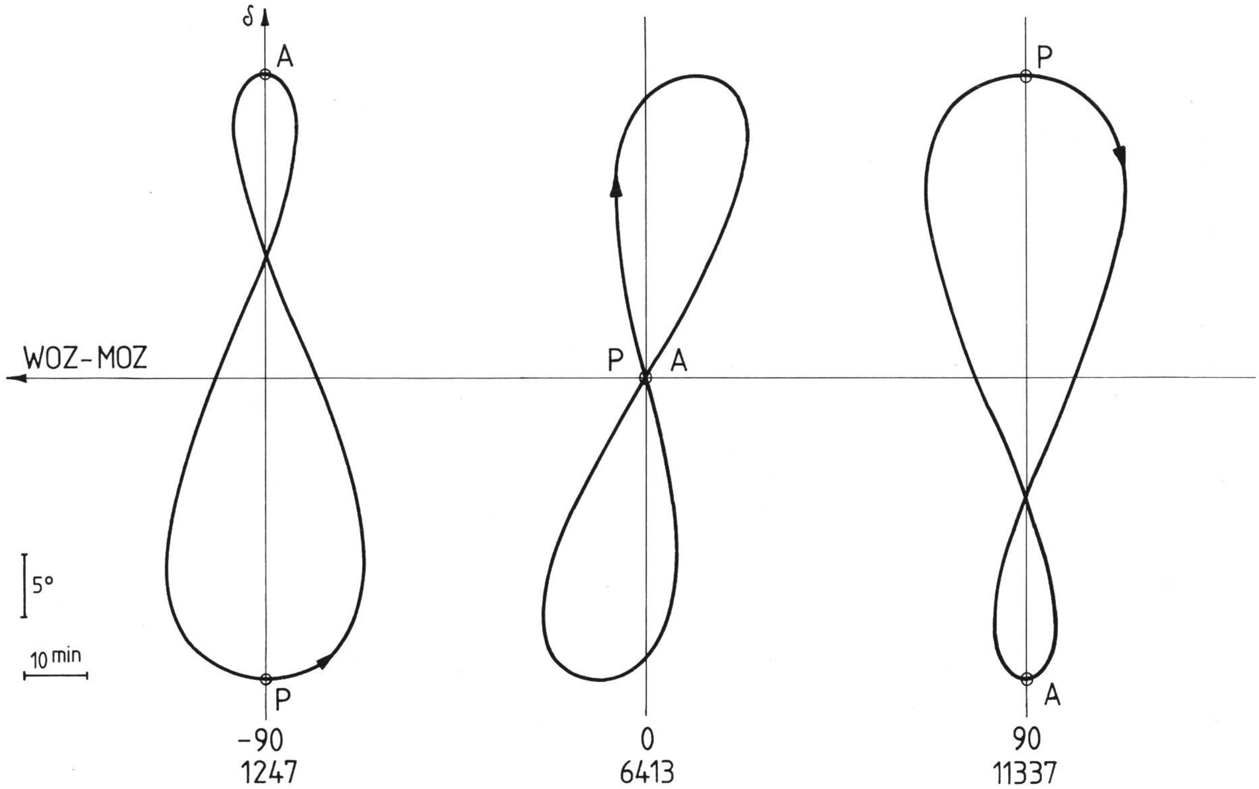

Fig. 5: Zeitgleichungsschleifen für verschiedene Perihellängen mit den entsprechenden Jahreszahlen.

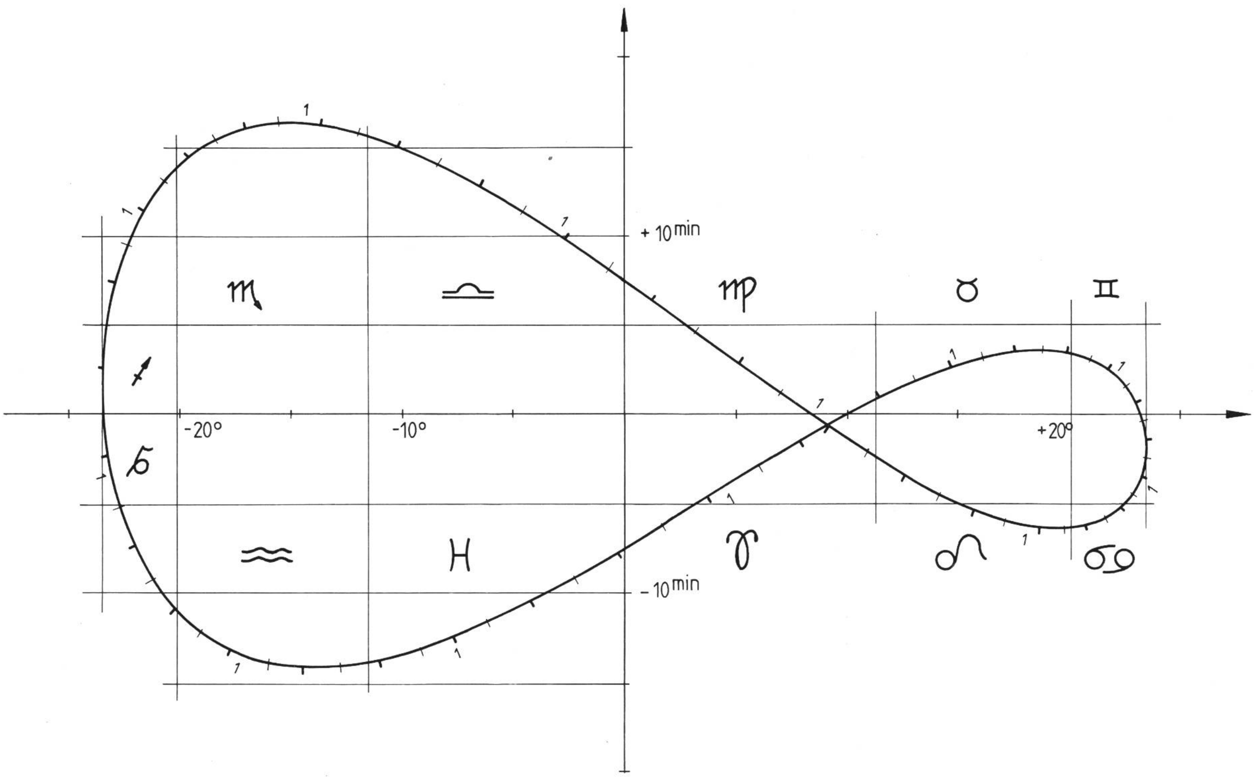

Fig. 6: Zeitgleichungsschleife.
x-Achse: Deklination in Grad. y-Achse: Zeitgleichung in Minuten. Der Anfang jedes Monats ist mit «1» bezeichnet.

Für die Zeitgleichung erhält man schliesslich:

$$\text{Zgl.} = L_m - AR$$

insbesondere gilt für 0^h Weltzeit:

$$\text{Zgl.}_o = \text{Sternzeit} \pm 12\ h - AR\ (\text{Sonne}).$$

Man beachte: die zwei fiktiven Sonnen gehen immer gleichzeitig durch den Frühlingspunkt aber im allgemeinen nicht zur gleichen Zeit wie die wahre Sonne. Eine Ausnahme gibt es nur, wenn die Absidenlinie (Perihel-Aphel) durch den Frühlingspunkt geht. (etwa in den Jahren –4040, 6413) (Fig. 5).

Leider enthalten sogar Handbücher über Astronomie offensichtliche Fehler in den Definitionen der Zeitgleichung; vgl. etwa:
K. SCHÜTTE in *Handbuch für Sternfreunde*, herausgegeben von G. D. ROTH, S. 96, Springer 1960;
übersetzt ins Englische von A. Beer in
Astronomy, a Handbook edited by G. D. ROTH, Springer 1975.
Meyers Handbuch über das Weltall: S. 126–127.
Eine korrekte Definition findet man in
RUDOLF WOLF: *Handbuch der Mathematik, Physik, Geodäsie und Astronomie*, Zürich 1872 in Nr. 415, S. 258.

Die Zeitgleichung und die Deklination der Sonne können gegeneinander aufgetragen werden. Man erhält dann eine Kurve, welche die Form einer 8 aufweist. Zweckmässig wählt man als Parameter die wahre Länge der Sonne. Aus den *Nautical Alamnac* entnimmt man:

$$\begin{aligned} L_o &= 281.22083° + 4.70684\ ° 10^{-5}\ d + \ldots \\ e &= 0.01675104 - 1.1444\ 10^{-9}\ d + \ldots \\ e_o &= 0.9597639° - 6.555° 10^{-8}\ d + \ldots \\ \varepsilon &= 23.452294° - 3.563° 10^{-7}\ d + \ldots \end{aligned}$$

Worin d die Anzahl Tage bedeutet, die seit 1900 Jan. 0. 12^h verflossen sind. Z. B. gilt für 1978 Jan. 0. 0^h: d = 28123.5. Diese Formeln genügen für einige Jahrhunderte. Benutzt man noch weitere Glieder, dann findet man für die Länge des Aphels um –150 (Zeit des HIPPARCH) 66° 8′ und für +150 (Zeit des PTOLOMAIOS) 71°15′. Im Almagest steht dafür ♊ 5°30′ $\triangle$ L = 65°30′. Danach ist anzunehmen, dass PTOLOMAIOS den Wert von HIPPARCH übernommen hat und keine eigene Messungen benutzte (Fig. 6).

Der erste «Astronomer Royal» Flamsteed hat um 1672 eine Abhandlung über die Zeitgleichung geschrieben. Zum ersten Mal wurde öffentlich die mittlere Zeit um 1780 von MALLET in Genf eingeführt, vermutlich, weil die Taschenuhren der Genfer Uhrmacher so exakt waren, dass man Abweichungen gegenüber der wahren Zeit feststellen konnte. 1798 haben einige Astronomen vereinbart, zukünftig die mittlere Zeit für die Ephemeriden zu verwenden. Im Nautical Almanac sind diese aber erst von 1834 an in mittlerer Zeit tabelliert. Seit Anfang des 19. Jahrhunderts gibt es auch Sonnenuhren mit Korrekturschleifen für mittlere Zeit.

Will man eine Tabelle der Zeitgleichung für bestimmte Kalenderdaten rechnen, muss man noch die mittlere Anomalie als Funktion von d kennen. Es ist $m = L_m - L_o = 358.47583° + 0.985600267°\ d - \ldots$ Auf programmierbaren Taschenrechnern lässt sich damit die Zeitgleichung für jeden Zeitpunkt bestimmen, allerdings ohne Berücksichtigung kleiner Bahnstörungen.

Adresse des Autors:
Prof. Dr. HEINZ SCHILT, Höheweg 5, CH-2502 Biel.

Calendrier et astronomie chez les mayas de l'amerique centrale*

par AVRAM HAYLI

Il existe de nombreux ouvrages sur les civilisations précolombiennes de l'Amérique Centrale et en particulier sur les Mayas. Je ne dirai donc rien de leur histoire sauf qu'ils ont vécu sur les territoires du Chiapas (dans le sud du Mexique), dans la presqu'île du Yucatan, le Guatemala et le Honduras actuels. Leur civilisation a fleuri entre le début de l'ère chrétienne et notre Moyen-Age. A l'époque de la conquête espagnole les Mayas étaient déjà en totale décadence.

Nous nous intéressons bien sûr aux connaissances astronomiques des Mayas. Mais pour en apprécier l'étendue, la subtilité et l'usage qu'ils en ont fait il faut commencer par se pencher sur leur calendrier et leur comput du temps. Les documents qui sont parvenus jusqu'à nous ne sont pas encore complètement compris et interprétés. Lorsqu'ils auront livré tous leurs secrets, les américanistes pourront peut-être établir une correspondance précise entre notre chronologie et celle des Mayas. Pour le moment, cette correspondance fait défaut et les dates de l'histoire maya ne peuvent être placées à mieux d'un siècle et demi près dans notre chronologie.

1. Le calendrier

Le calendrier des Mayas n'est pas solaire. C'est-à-dire qu'il ne fait aucun effort pour suivre les saisons

* *Note d'un cours organisé les 4 et 5 mars 1977 à Lausanne-Dorigny par l'Institut d'astronomie de l'Université de Lausanne et le Centre suisse pour le perfectionnement professionnel des professeurs de l'enseignement secondaire, Lucerne.*