

<b>Zeitschrift:</b>	Orion : Zeitschrift der Schweizerischen Astronomischen Gesellschaft
<b>Herausgeber:</b>	Schweizerische Astronomische Gesellschaft
<b>Band:</b>	33 (1975)
<b>Heft:</b>	151
 <b>Artikel:</b>	Zur Geschichte der Ideen über die Wirkung der Schwerkraft auf das Licht
<b>Autor:</b>	Fuchs, H.-U.
<b>DOI:</b>	<a href="https://doi.org/10.5169/seals-899466">https://doi.org/10.5169/seals-899466</a>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 12.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Zur Geschichte der Ideen über die Wirkung der Schwerkraft auf das Licht

von H.-U. FUCHS, Troy (U.S.A)

Die Wende vom 18. zum 19. Jahrhundert hat der noch recht jungen Mechanik und der Gravitationstheorie einen Höhepunkt gebracht. 1799 erschien der erste Band von LAPLACE's «Traité de Mécanique Céleste». Das ganze Werk gilt als vollendete Darstellung der Himmelsmechanik. Der philosophische Materialismus schöpfe aus dieser Entwicklung der Naturwissenschaften und trieb teilweise richtungsweisende, teilweise aber auch seltsame Blüten.

Es ist darum vielleicht nicht so verwunderlich, dass in jener Zeit auch die Idee der Wirkung der Gravitation auf die Ausbreitung des Lichtes Fuss fasste und sorgfältig untersucht wurde. So ist LAPLACE's Arbeit (1799) über Sterne, die alles Licht zurück behalten, Ausdruck dieser Tendenz<sup>1)</sup>. Man findet dort Anklang an schwarze Löcher und die Wirkung massiver Sterne auf die Lichtgeschwindigkeit (und damit auf die Aberration des Sternlichtes). Zwei Jahre später – nämlich 1801 – erschien ein Aufsatz eines gewissen Herrn SOLDNER, betitelt «Über die Ablenkung eines Lichtstrahls von seiner geradlinigen Bewegung, durch die Attraktion eines Weltkörpers, an welchem er nahe vorbeigeht»<sup>2)</sup>. In gewisser Weise wird hier also schon wieder eine Betrachtung vorweggenommen, die richtigerweise erst in der allgemeinen Relativitätstheorie ihren Platz findet (1913–15). Man weiss ja, dass EINSTEIN die Ablenkung eines Lichtstrahls an der Sonnenoberfläche voraussagte<sup>3)</sup>, und dass dieser Effekt 1919 bei einer Sonnenfinsternisexpedition nachgewiesen werden konnte<sup>4)</sup>. Im wesentlichen soll hier dies zum erstenmal von SOLDNER beschriebene Phänomen und seine geschichtliche Entwicklung untersucht werden.

## I. Die klassische Behandlung der Lichtablenkung. SOLDNERS Arbeit

Wieso eigentlich kam SOLDNER schon vor mehr als 170 Jahren auf die Idee, ein Lichtstrahl, der nahe an der Sonne vorbeigeht, könnte gekrümmmt werden? Einmal lag das Thema von der Entwicklung der Mechanik her natürlich in der Luft, wie schon eingangs erwähnt wurde. Dann aber gab wieder einmal die Astronomie einen weiteren Anstoß zum Nachdenken. SOLDNER schreibt zu dieser Motivation: «Bey dem jetzigen, so sehr vervollkommenen, Zustande der praktischen Astronomie wird es immer nothwendiger, aus der Theorie, d. h. aus den allgemeinen Eigenschaften und Wechselwirkungen der Materie alle Umstände zu entwickeln, welche auf den wahren oder mittleren Ort eines Weltkörpers Einfluss haben können (....) Dies sind ungefähr die Betrachtungen, welche mich bewogen haben, über die Perturbation der Lichtstrahlen, die meines Wissens noch von niemandem untersucht worden ist, weiter nachzudenken.» SOLDNER schreibt sich also selbst die Priorität für diese Idee zu. Wie es scheint zu Recht: in späteren Publi-

kationen findet man als Vorläufer EINSTEINS immer nur SOLDNER erwähnt<sup>5)</sup>.

Zuerst noch einige biographische Notizen zu JOHANN GEORG SOLDNER (1776–1833). Als Sohn mittellosen Eltern musste er sich sein Wissen als Autodidakt beibringen. Ende des 18. Jahrhunderts war er dann Schüler des Astronomen JOHANN ELERT BODE (1747–1826) in Berlin. Sein eigentliches und bedeutendes Fachgebiet wurde bald die Geodäsie. SOLDNER führte in Ansbach und Bayern Triangulierungen und topographische Aufgaben durch. 1815 wurde er zum Hofastronomen des bayrischen Kurfürsten ernannt. An der dortigen Sternwarte entfaltete er eine rege praktische astronomische Tätigkeit. Ihm verdankt ganz besonders Bayern den damals hohen Stand des Vermessungswesens.

SOLDNERS Arbeit<sup>2)</sup> weist in ihrer Darstellung eine hohe Ähnlichkeit mit LAPLACE's Aufsatz<sup>1)</sup> auf. Die hier verwendete Schreibweise ist uns nicht mehr ganz gebräuchlich. Natürlich fehlen immer noch die modernen Hilfsmittel, die den Zugang zum Problem erleichtern: die *Erhaltungssätze* für Energie und Drehimpuls.

In der klassischen Mechanik gehen wir heute folgendermassen vor: Wir behandeln für unser Problem das Licht als materielles Teilchen (historische Überlegungen dazu siehe Ref. 1)<sup>6)</sup>. Da wir z. B. wissen wollen, wie dieses Teilchen bei seiner Bewegung an der Sonne vorbei abgelenkt wird, müssen wir nichts anderes als die Bahn eines Körpers im Schwerkfeld eines andern berechnen. Das ist das sogenannte *Zweikörper- oder KEPLERproblem*. Beispiele dazu: Erde – Sonne, Erde – Satellit, Komet – Sonne etc. Wie wir wissen, sind die möglichen Bahnen im Zweikörperproblem *Kegelschnitte* (Ellipsen, Parabeln, Hyperbeln). Im Detail können die folgenden Rechnungen in jedem Lehrbuch der Mechanik nachgesehen werden<sup>7)</sup>.

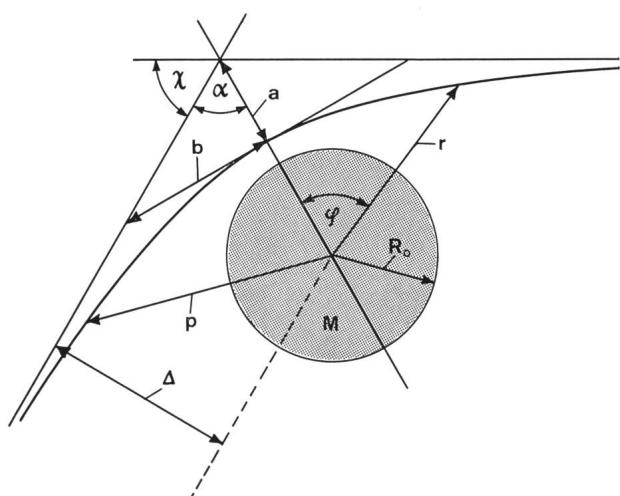


Fig. 1: Hyperbelbahn im KEPLER-Problem.  
Zentralkörper mit der Masse M

Man definiert folgende Größen:

a) Totale Energie E:

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + U \quad (1)$$

Für die Totale Energie E des «Lichtteilchens» gilt der Energieerhaltungssatz. Der erste Term in (1) ist die kinetische Energie des einfallenden Teilchens. U ist die potentielle Energie. Beim Gravitationspotential gilt

$$U = -\gamma \frac{m \cdot M}{r}. \quad (2)$$

Dabei ist m die Masse des einfallenden kleinen Körpers. Man erkennt leicht, dass U im Unendlichen verschwindet. Da dort die Geschwindigkeit des Teilchens v gleich der Lichtgeschwindigkeit c ist (es handelt sich ja um Lichtteilchen), folgt für die totale Energie:

$$E = \frac{1}{2} m c^2. \quad (1a)$$

b) Drehimpuls L. Für diese Grösse gilt wieder ein Erhaltungssatz. Wie man leicht zeigen kann, entspricht der Drehimpulserhaltungssatz genau dem 2. KEPLER'schen Gesetz! Da L erhalten bleibt, können wir diese Grösse z. B. sehr leicht angeben, wenn sich das Teilchen m im Unendlichen vom grossen anziehenden Körper befindet:

$$L = m \cdot c \cdot \Delta. \quad (3)$$

Die Bahnkurve  $\varphi(r)$  als Lösung des Problems sieht folgendermassen aus:

$$\varphi = \text{arc cos} \frac{\frac{L}{r} - \frac{\gamma m^2 M}{L}}{\sqrt{2mE + \frac{\gamma^2 m^4 M^2}{L^2}}}. \quad (4)$$

Setzt man E und L ein, so erhält man eine von m unabhängige Form

$$\cos \varphi = \frac{\Delta^2 c^2 - r \gamma M}{r(\Delta \cdot c^2 - \gamma M)} = \frac{v^2 - 2gr}{r(v^2 - 2g)}. \quad (5)$$

Der letzte Teil ist genau die von SOLDNER angegebene Formel<sup>8)</sup>. Man muss nur v mit c,  $\gamma \cdot M$  mit  $2g$  und  $\Delta = 1$  identifizieren. Führt man in (4) die Abkürzungen

$$p = \frac{L^2}{\gamma m^2 M} \text{ und } \varepsilon = \sqrt{1 + \frac{2E \cdot L^2}{\gamma^2 m^3 M^2}} \quad (6)$$

ein, so erhält man

$$1 + \varepsilon \cdot \cos \varphi = \frac{p}{r} \quad (7)$$

Dies ist die Gleichung eines Kegelschnittes in Polarkoordinaten.  $\varepsilon$  ist die numerische Exzentrizität. In Fig. 1 sind p, a und b eingezeichnet. a und b sind die grosse und kleine Halbachse der Hyperbel. Das Re-

sultat muss nämlich eine Hyperbel sein, weil die Gesamtenergie grösser als Null ist. Nach (6) folgt daraus, dass  $\varepsilon > 1$  ist (= Hyperbel).

Die Berechnung der Ablenkung des Lichtes, d. h. der Winkeländerung  $\chi$  der Bahn (Fig. 1) ist nun leicht. Es gilt:

$$\chi = \pi - 2\alpha \text{ und } \tan \alpha = b/a \quad (8)$$

Aus der Theorie der Kegelschnitte kennt man die Beziehung zwischen  $\varepsilon$ , a, b:

$$\varepsilon = \sqrt{a^2 + b^2} \quad (9)$$

für Hyperbeln. Verwendet man (1a), (3), (6) und (9) und setzt in (8) ein, so folgt das Schlussresultat:

$$\chi = \pi - 2\alpha = \pi - 2 \cdot \text{arc tan} \frac{R_0 c^2}{\gamma M}. \quad (10)$$

Es wurde nur  $\Delta = R_0$  (Sonnenradius) gesetzt, weil wir ja die Ablenkung eines Lichtstrahles, der genau am Sonnenrand vorbeigeht, berechnen wollen. Setzt man in (10) die bekannten Größen (Sonnenradius, Sonnenmasse, Gravitationskonstante, Lichtgeschwindigkeit) ein, so erhält man  $\chi = 0.^{\circ}875$ . SOLDNER gibt dafür  $0.^{\circ}84$  an. Dieser Wert beträgt nur die Hälfte des relativistischen, der mit  $1.^{\circ}75$  von EINSTEIN vorausgesagt und durch Messungen der Größenordnung nach bestätigt worden ist. Die späteren Überlegungen werden zeigen, wieso bei der klassischen Rechnung ein falscher Wert herauskommt.

## II. EINSTEINS frühe Arbeiten

Eines der frühesten astronomischen Resultate aus EINSTEINS wissenschaftlicher Tätigkeit bis 1907 war die Vorhersage der *Gravitationsrotverschiebung*, die das Licht im Schwerefeld erleiden muss. Damit wurde dieser Effekt zum ersten Mal erwähnt<sup>9)</sup>. Zwar könnte man meinen, die Rotverschiebung sei bei LAPLACE durch die Bemerkung über die Veränderung der Lichtgeschwindigkeit durch die Gravitationsanziehung eines Himmelskörpers vorweggenommen<sup>10)</sup>. Tatsächlich würden wir heute in einer halbklassischen Behandlung des Themas einem Lichtteilchen eine Pseudomasse zuordnen und dann seinen Energieverlust beim Verlassen eines Sterns berechnen. Aber in zweierlei Hinsicht wäre es LAPLACE damals nicht möglich gewesen, diese halbklassische Berechnung durchzuführen. Erstens kannte er den Zusammenhang zwischen Energie und Frequenz der Lichtteilchen (Photonen) nicht. Dieser wurde ja erst in der berühmten Arbeit «Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt» von A. EINSTEIN hergestellt (1905)<sup>11)</sup>. EINSTEIN führt dort wieder die Vorstellung von Lichtteilchen ein (nachdem sich vor 100 Jahren die Wellentheorie des Lichtes durchgesetzt hatte), von denen jedes eine seiner Frequenz entsprechende Energie

$$E = h \cdot v \quad (11)$$

mit sich trägt. Die zweite Schwierigkeit liegt darin, dass man das Lichtteilchen in diesem Beispiel nicht ganz nach den Regeln der klassischen Mechanik behandeln darf, um das richtige Resultat zu erhalten. Bei der Energiebetrachtung stellt sich heraus, dass wir dem Teilchen nicht die klassische kinetische Energie  $1/2 \cdot m \cdot c^2$  zuordnen dürfen. Vielmehr ist die Energie eines Photons mit Pseudomasse  $m$  durch

$$E = m \cdot c^2 \quad (12)$$

gegeben. Diese berühmte Gleichung, die eine Äquivalenz von Masse und Energie ausdrückt, folgerte EINSTEIN 1905 aus der kurz vorher geschaffenen speziellen Relativitätstheorie<sup>12)</sup>.

Die halbklassische Rechnung ergibt folgendes. Ein Photon, das z. B. die Sonnenoberfläche verlässt, erfährt eine Energieverminderung, die gerade der potentiellen Energie an der Sonnenoberfläche entspricht. Also:

$$h \cdot v - h \cdot v' = h \cdot \Delta v = \frac{\gamma m \cdot M}{R_0} \quad (13)$$

Weiter gilt:

$$h \cdot v = mc^2 \quad (14)$$

Daraus erhält man sehr leicht das gewünschte Resultat:

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\gamma M}{R_0 c^2} \quad (15)$$

wo  $R_0$  den Sonnenradius,  $M$  die Sonnenmasse darstellt.

Eine saubere Herleitung der letzten Gleichung wird aber durch *nichtklassische* Überlegungen geliefert. Diese nichtklassischen Betrachtungen zum Thema Gravitation legen auch den Grundstein zur allgemeinen Relativitätstheorie. Es ist darum interessant, EINSTEINS Voraussagen für *Rotverschiebung* und *Lichtablenkung* etwas genauer zu untersuchen.

In seiner Arbeit von 1907<sup>9)</sup> spricht EINSTEIN zum ersten Mal genauer über eine Möglichkeit der Erweiterung des speziellen Relativitätsprinzips. Unter dem Titel «Relativitätsprinzip und Gravitation» bemerkt er, dass man homogene Gravitationsfelder in ihrer Wirkung durch Einführen beschleunigter Bezugssysteme aufheben kann. So würde man z. B. in einem frei fallenden Aufzug nichts mehr von der Erdanziehung spüren. Diese bekannte Feststellung ist nichts anderes als eine weitere Formulierung des Gesetzes von der Äquivalenz von schwerer und träger Masse, oder der Tatsache, dass alle Körper gleich schnell fallen. EINSTEIN fordert nun, dass man ein Bezugssystem mit Gravitationsfeld durch ein beschleunigtes ersetzen kann, und dass diese beiden Systeme in bezug auf die in ihnen ablaufenden Naturgesetze äquivalent seien. Er schreibt dazu: «Der heuristische Wert der Annahme liegt darin, dass sie ein homogenes Gravitationsfeld durch ein gleichförmig beschleunigte Bezugssystem zu ersetzen gestattet, welch letzterer Fall bis zu einem gewissen Grade

der theoretischen Behandlung zugängig ist».<sup>13)</sup> Die ersten Folgerungen aus diesem Äquivalenzprinzip sind die Berechnung der Gravitationsrotverschiebung eines Lichtstrahls an der Sonnenoberfläche und die Feststellung, dass Lichtstrahlen gekrümmt werden müssten. Den ersten Effekt berechnete EINSTEIN richtig zu  $\Delta v/v = 2 \cdot 10^{-6}$ . Bei der Lichtablenkung ist es interessant zu sehen, dass er scheinbar noch nicht an die Möglichkeit der Ablenkung durch die Sonne dachte. Er schreibt nur: «Leider ist der Einfluss des irdischen Schwerefeldes nach unserer Theorie ein so geringer (....), dass eine Aussicht auf Vergleichung der Resultate der Theorie mit der Erfahrung nicht besteht».

Damit war dieser spezielle Punkt für EINSTEIN bis zum Jahre 1911 erledigt. In diesem Jahr erschien eine weitere Arbeit unter dem Titel «Über den Einfluss der Schwerkraft auf die Ausbreitung des Lichtes»<sup>14)</sup>. Dort heisst es zu Beginn: «Die Frage, ob die Ausbreitung des Lichtes durch die Schwerkraft beeinflusst wird, habe ich schon an einer vor drei Jahren erschienenen Abhandlung zu beantworten gesucht<sup>15)</sup>. Ich komme auf dies Thema wieder zurück, weil mich meine damalige Darstellung des Gegenstandes nicht befriedigt, noch mehr aber, weil ich nun nachträglich einsehe, dass eine der wichtigsten Konsequenzen jener Betrachtung der experimentellen Prüfung zugänglich ist. Es ergibt sich nämlich, dass Lichtstrahlen, die in der Nähe der Sonne vorbeigehen, durch das Gravitationsfeld derselben (....) eine Ablenkung erfahren, so dass eine scheinbare Vergrößerung des Winkelabstandes eines nahe an der Sonne erscheinenden Fixsternes von dieser im Betrage von fast einer Bogensekunde eintritt. «SOLDNER hatte damals noch gemeint, eine Ablenkung von  $0.^{\circ}84$  liesse sich nie nachweisen.

EINSTEIN zeigt in dieser Arbeit zuerst, dass dem Zuwachs von träger Masse durch Energiezufuhr (Gl. [12]) eine genau gleich starke Veränderung an gravitierender (schwerer) Masse entspricht («Schwere der Energie»). Wieder ist die wichtigste Stütze für spätere Überlegungen das *Äquivalenzprinzip*, das EINSTEIN hier erweitert: «Solange wir uns auf rein mechanische Vorgänge aus dem Gültigkeitsbereich von NEWTONS Mechanik beschränken, sind wir der Gleichwertigkeit der Systeme K (mit Gravitationsfeld; d. Verf.) und K' (gleichförmig beschleunigt; d. Verf.) sicher. Unsere Auffassung wird jedoch nur dann tiefere Bedeutung haben, wenn die Systeme K und K' in bezug auf alle physikalischen Vorgänge gleichwertig sind, d. h. wenn die Naturgesetze in bezug auf K mit denen in bezug auf K' vollkommen übereinstimmen.»<sup>14)</sup> Die Erweiterung auf alle physikalischen Vorgänge entspricht dem sogenannten starken Äquivalenzprinzip, während die frühere Formulierung<sup>9)</sup> nur das schwache enthält (Gleichheit schwerer und träger Masse). Zu dieser Unterscheidung muss weiter unten noch einiges gesagt werden.

Zur Berechnung der Folgerungen nehmen wir uns zuerst das beschleunigte System  $K'$  vor. Die Beschleunigung sei  $g$  (konstant). Wir betrachten die Lichtübertragung von  $S_2$  nach  $S_1$  (siehe Fig. 2). In  $S_2$  sei die Frequenz des Lichtes  $\nu_2$ . Nach dem Doppler-Prinzip folgt, dass in  $S_1$  die Frequenz

$$\nu_1 = \nu_2 \left( 1 + \frac{g \cdot h}{c^2} \right) \quad (16)$$

beträgt. Da die Systeme  $K'$  und  $K$  äquivalent sind, muss (16) auch für  $K$  gelten, nur dass dann anstelle von  $g$  das Potential  $\Phi = g \cdot h$  steht. Also

$$\nu_1 = \nu_2 \left( 1 + \frac{\Phi}{c^2} \right), \quad (16a)$$

woraus sofort  $(\nu_1 - \nu_2)/\nu_2 = \Delta\nu/\nu = \gamma M/c^2 \cdot r$  folgt. Dies ist genau die Gravitationsrotverschiebung (15).

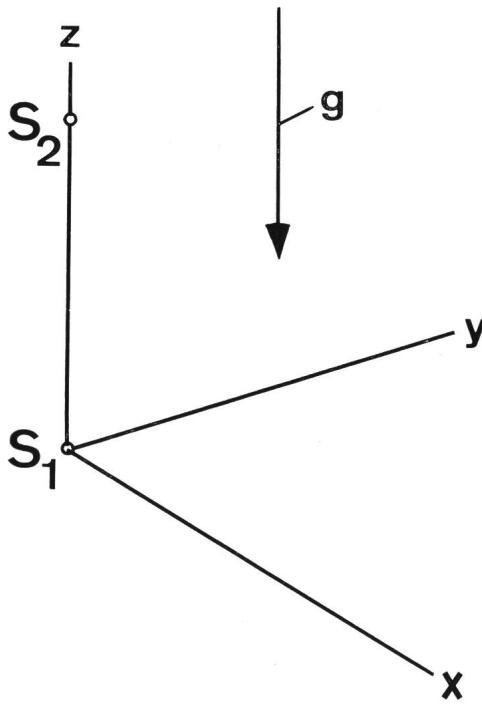


Fig. 2

16a) Die Arbeit von 1911 liefert das richtige Resultat (abgesehen davon, dass die Wirkung von Massen auf die Raumgeometrie noch nicht berücksichtigt wurde). EINSTEIN hat den richtigen Weg wohl intuitiv erfasst. Logisch sauber ist diese Arbeit nämlich noch nicht. Sie enthält einige begriffliche Ungereimtheiten.

Nach dem Ergebnis der Gl. (16) misst man (mit der gleichen Uhr!) an Stellen verschiedenen Gravitationspotentials verschiedene Frequenzen ( $\nu_1$  bei kleinem Potential [Sonne],  $\nu_2$  bei grösserem Potential [Erde]). Da dies nach EINSTEIN logischen Unsinn bedeutet (die Frequenzen müssen «eigentlich» gleich bleiben), so müssen also die Uhren vom Gravitationspotential in ihrem Gang beeinflusst werden. EINSTEIN schliesst daraus auf folgendes Rezept: Um bei  $S_2$  die Frequenz zu messen, verweise man eine Uhr, die (in  $S_1$  mit unserer Normaluhr verglichen) um den Betrag  $(1+\Phi/c^2)$  mal langsamer läuft. Dann wird man bei  $S_2$  nicht  $\nu_2$ , sondern  $\nu_2(1+\Phi/c^2)$  messen (gleich  $\nu_1$ !).

Jetzt kommt die logisch unschöne Stelle: Um Gl. (17) zu erhalten, muss EINSTEIN anders vorgehen, als für Gl. (16). Er weiss, dass bei kleinerem Potential (Sonne) eine kleinere Lichtgeschwindigkeit herauskommen muss als bei grösserem Potential (Erde). Um dies zu erreichen sagt er: Mit gleichen Uhren gemessen, erhält man die gleiche Lichtgeschwindigkeit  $c_0$  bei der Sonne wie bei der Erde (bei der Lichtaussendung waren es verschiedene Frequenzen!). Da wir aber nach Rezept für die Messung bei der Erde eine langsamere laufende Uhr verwenden müssen, werden wir wie gewünscht auch eine grössere Lichtgeschwindigkeit erhalten.

Wie gesagt, das Resultat ist richtig (Rotverschiebung, Veränderung der Lichtgeschwindigkeit), aber die Erklärung für die Phänomene ist reichlich gewunden.

1922 bringt EINSTEIN denn auch eine in sich geschlossene Beschreibung des Einflusses von Massen auf den Ablauf von Naturvorgängen. Wichtigste Konsequenz: Je grösser die Massen, desto langsamer laufen die Vorgänge in ihrer Nähe ab (Siehe Ref. 24, S. 89–92). Z. B. schwingen Atome auf der Sonnenoberfläche langsamer als auf der Erde, die Spektrallinien sind also bei ihrer Entstehung gegenüber denen auf der Erde rotverschoben. Nach EINSTEINS früherem Verständnis der Sachlage (Gl. [16]) ist es aber genau umgekehrt. Frequenzen sind bei ihrer Entstehung auf der Sonne ( $\nu_1$ ) grösser als bei ihrer Ankunft auf der Erde ( $\nu_2$ ). Lichtstrahlen werden also erst auf dem Weg zu uns rotverschoben. Ausser der natürlichen Erklärung der Gravitationsrotverschiebung folgt auch, dass das Licht und die Uhren auf der Sonne langsamer laufen (von uns aus gesehen). Obwohl wir von der Erde aus eine Verlangsamung der Vorgänge feststellen, werden wir doch mit gleichen Uhren auf der Sonne wie auf der Erde die gleichen Frequenzen und die gleiche Lichtgeschwindigkeit messen, weil die Uhren in gleichem Masse wie die Naturvorgänge verlangsamt werden!

Diese logisch einwandfreie Sicht der Dinge erlangte EINSTEIN erst durch das tiefere Verständnis, das durch die ART gebracht wurde (nach 1915). Hier sei schon vorweggenommen: EINSTEIN erhielt 1911 das falsche Resultat für die Lichtablenkung, weil er nur einen Einfluss der Massen auf den Gang der Uhren, nicht aber auf die Längen von Maßstäben annahm. Die Gangverschiebung von Uhren  $(1+\Phi/c^2)$  liefert für die Lichtgeschwindigkeit auf der Sonne gegenüber der Erde  $c(1-\Phi/c^2)$ . Die ART wird zeigen, dass Maßstäbe um einen weiteren Faktor  $(1+\Phi/c^2)$  beeinflusst werden, und zwar so, dass eine Lichtgeschwindigkeitsmessung (in der ja eine Wegmessung enthalten ist!) eine nochmals verkleinerte Lichtgeschwindigkeit ergeben wird:  $c(1-\Phi/c^2)(1-\Phi/c^2) \approx c(1-2\Phi/c^2)$ ; d.h. eine doppelt so grosse Lichtgeschwindigkeitsveränderung, die auch eine doppelte Lichtablenkung zur Folge hat!

EINSTEIN folgert nun weiter, dass bei beliebigem Potential die Lichtgeschwindigkeit  $c$  gleich

$$c = c_0 \left( 1 + \frac{\Phi}{c^2} \right) \quad (17)$$

ist, wobei  $c_0$  bei Abwesenheit von  $\Phi$  die Lichtgeschwindigkeit bedeutet. Die Lichtgeschwindigkeit ist also vom Gravitationspotential abhängig. Aus (17) folgt nun weiter, dass *ein Lichtstrahl im Gravitationsfeld abgelenkt werden muss*. Für die totale Richtungsänderung  $\chi$  erhielt EINSTEIN<sup>16</sup>):

$$\chi = \frac{2\gamma M}{R_0 c^2}. \quad (18)$$

Berechnet man daraus  $\chi$ , so erhält man 0."87 (EINSTEIN schrieb 0."83). Man erhält also trotz Zuhilfnahme des Äquivalenzprinzips wieder den alten falschen klassischen Wert! Wie ist das möglich? Wieso

liefert das gleiche fundamentale Prinzip einmal richtige (Rotverschiebung), dann aber wieder falsche Resultate? <sup>16 a)</sup>.

### III. Absoluter Raum, Äquivalenzprinzipien, MACHS Prinzip und Entwicklung der allgemeinen Relativitätstheorie

Was sind die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie? Die Beantwortung dieser Frage wird auch eine Lösung des oben gefundenen Paradoxons liefern.

Es gibt in der Physik mehrere verschiedene *Relativitätsprinzipien*. So gehorcht z. B. die klassische Mechanik dem GALILEISCHEN Relativitätsprinzip, das besagt, dass die Naturgesetze in allen *Inertialsystemen* die gleiche Form annehmen, dass also Inertialsysteme nicht voneinander unterschieden werden können. Was aber legt fest, was ein Inertialsystem ist? NEWTON meinte zur Beantwortung dieser Frage, dass es einen *absoluten Raum* geben müsse. Inertialsysteme sind nun solche, die gegen den absoluten Raum in Ruhe sind oder sich gegen ihn mit gleichbleibender Geschwindigkeit geradlinig bewegen. Dass NEWTON trotz seines «*hypotheses non fingo*» ein metaphysisches Etwas in die Physik eingeführt hat, ist ihm wohl entgangen. Er schrieb dem absoluten Raum physikalische Realität zu. Mit seinen Worten<sup>17)</sup>: «Der absolute Raum bleibt vermöge seiner Natur und ohne Beziehung auf einen äusseren Gegenstand, stets gleich und unbeweglich». Als Beweis führte NEWTON dafür das berühmte Experiment mit dem gefüllten und sich drehenden Wasserkübel an<sup>18)</sup>. Die dabei auftretenden Zentrifugalkräfte schienen ihm die Existenz des absoluten Raumes genügend zu beweisen.

Den ersten konstruktiven Angriff gegen diese Auffassung führte der österreichische Physiker und Philosoph ERNST MACH (1838–1916). In seinem 1883 erschienenen Buch «Die Mechanik – historisch kritisch dargestellt» schrieb er dazu<sup>19)</sup>:

«Der Versuch NEWTONS mit dem rotierenden Wassergefäß lehrt nur, dass die Relativdrehung des Wassers gegen die Gefässwände keine merklichen Zentrifugalkräfte weckt, dass dieselben aber durch die Relativdrehung gegen die Masse der Erde und die übrigen Himmelskörper geweckt werden. Niemand kann sagen, wie der Versuch quantitativ und qualitativ verlaufen würde, wenn die Gefässwände immer dicker und massiger, zuletzt mehrere Meilen dick würden. Es liegt nur der eine Versuch vor, und wir haben denselben mit den übrigen uns bekannten Tatsachen, nicht aber mit unsren willkürlichen Dichtungen in Einklang zu bringen.» Oder S. 222: «Man versuche das NEWTONSCHE Wassergefäß festzuhalten, den Fixsternhimmel dagegen zu rotieren und das Fehlen der Fliehkräfte nun nachzuweisen.»

Mit anderen Worten: wir können nicht entscheiden, ob die Abplattung des Jupiter durch seine Rotation gegen den absoluten Raum oder nicht vielmehr durch die relative Rotation Jupiters gegenüber allen

Fixsternen verursacht wird. Die Hypothese, dass der Einfluss «der Masse der Erde und der übrigen Himmelskörper» die Inertialsysteme definiere, heisst MACHS Prinzip.

Das nächste Relativitätsprinzip (das Relativitätsprinzip der speziellen Relativitätstheorie) rüttelt noch nicht an den Grundfesten des absoluten Raumes. Die spezielle Relativitätstheorie war nötig geworden, weil sich gezeigt hatte, dass die Elektrodynamik nicht in das Relativitätsprinzip der klassischen Mechanik passt. Das Problem konnte aber behoben werden, indem man einfach andere Transformationsgesetze (LORENTZ-Transformation statt GALILEI-Transformation) zur Umrechnung von einem Inertialsystem in ein anderes vorschrieb. Die Inertialsysteme bleiben unter dem neuen Relativitätsprinzip (Invarianz der Naturgesetze gegenüber LORENTZ-Transformationen) aber immer noch bevorzugt.

Eine Antwort zum Trägheitsproblem bringt erst das Äquivalenzprinzip. (EINSTEIN, 1907). Gleichbedeutend damit ist das dritte Relativitätsprinzip, das sämtliche Bezugssysteme (auch beschleunigte) einander gleichberechtigt gegenüberstellt. Es sagt aus, dass die Naturgesetze invariant sein sollen unter allgemeinen Transformationen von beliebigen Bezugssystemen ineinander.

Die experimentelle Grundlage des Äquivalenzprinzips ist die Feststellung der Gleichheit von schwerer und träger Masse<sup>20)</sup> oder der Tatsache, dass alle Körper im Gravitationsfeld gleich schnell fallen. «Diese Erfahrung vom gleichen Fallen aller Körper im Gravitationsfeld ist eine der allgemeinsten, welche die Naturbeobachtung uns geliefert hat; trotzdem hat dieses Gesetz in den Fundamenten unseres physikalischen Weltbildes keinen Platz erhalten.» EINSTEIN<sup>21)</sup>. Mit der schweren und der trägen Masse eines Körpers hat es folgendes auf sich: In der Bewegungsgleichung der klassischen Mechanik

$$F = m_i \cdot a \quad (19)$$

ist der Proportionalitätsfaktor zwischen Kraft F und Beschleunigung a die träge Masse  $m_i$ . Im Gravitationsgesetz

$$F = mg \cdot g \quad (20)$$

( $g$  = Schwerkraft) steht aber die schwere Masse  $mg$  eines Körpers. Aus (19) und (20) folgt sofort:

$$a = \left( \frac{mg}{m_i} \right) g \cdot \quad (20a)$$

Wäre also das Verhältnis von schwerer zu träger Masse nicht für alle Körper gleich, so würden verschiedene Gegenstände verschieden schnell fallen, was der Erfahrung widerspricht.

EINSTEIN war nun der erste, der aus diesem allgemeinen Naturgesetz vollumfänglich die Konsequenzen zog. Dieses Gesetz besagt ja: Es ist für jeden fallenden Körper möglich, ein Bezugssystem zu finden,

in dem das Gravitationsfeld nicht mehr bemerkbar ist. Oder mit anderen Worten: In jedem Raumzeitpunkt eines allgemeinen Gravitationsfeldes kann ein lokales Inertialsystem so gewählt werden, dass – innerhalb einer genügend kleinen Umgebung des Raumzeitpunktes – die Gesetze der Bewegung von frei fallenden Teilchen die gleiche Form annehmen, wie in unbeschleunigten cartesischen Koordinatensystemen in Abwesenheit der Gravitation. Dies ist das sogenannte *schwache Äquivalenzprinzip*, das innerhalb der Grenzen der Messgenauigkeit durch die Messungen der Äquivalenz von schwerer und träger Masse bewiesen ist. Das *starke Äquivalenzprinzip* erhält man durch spekulative Erweiterung des schwachen: man setzt anstelle von «Gesetze der Bewegung frei fallender Teilchen» ganz einfach «*alle* Gesetze der Natur». Unter «alles» versteht man auch die Gravitation selbst. Allerdings sind die Messungen (z. B. von Eötvös) nicht genau genug, um festzulegen, ob Gravitationsbindungsenergien träge und schwere Masse gleicherweise beeinflussen. Obwohl das starke Prinzip nicht bewiesen ist, ist es doch genau dieser Standpunkt, der zu den Feldgleichungen der ART führt.

Es ist aus den Herleitungen EINSTEINS<sup>22)</sup> leicht zu erkennen, dass das schwache Äquivalenzprinzip sofort zum korrekten Wert für die Gravitationsrotverschiebung führt. Der Nachweis dieser Frequenzverschiebung ist damit ein Beweis für das schwache Prinzip. In der Arbeit von 1911 (Ref. 14) tönt zwar das starke Prinzip schon heraus (siehe Zitat S. 185), es wurde aber in der nachfolgenden Berechnung der Lichtablenkung nicht berücksichtigt. Die Herleitung der Gleichung (18) erfolgt direkt aufgrund von Formel (17) ohne weitere Annahmen. D. h. dass die Lichtablenkung in EINSTEINS Aufsatz von 1911 rein aus dem schwachen Äquivalenzprinzip gefolgt wurde.

Nun bestimmt das schwache Prinzip zwar den Effekt der Gravitation auf beliebige physikalische Systeme, nicht aber die Feldgleichungen der Gravitation selbst. Zur Bestimmung der Differentialgleichungen, die das Gravitationsfeld beherrschen, braucht es eine andere Grundlage. Da erst die Lösung dieser Gleichungen die Lichtablenkung sauber ergibt, ist es nicht verwunderlich, dass EINSTEIN noch 1911 das falsche Resultat der klassischen Mechanik erhielt.

(Eine Zwischenfrage: Wusste EINSTEIN von SOLDNERS Arbeit? Wie es mir scheint, kann man diese Frage verneinen. Erstens findet man bei EINSTEIN selbst nicht den geringsten Hinweis, dass er SOLDNERS Aufsatz gelesen haben könnte. Zudem war für EINSTEINS Entdeckung diese alte Schrift in zweierlei Hinsicht nicht vonnöten. Erstens folgt automatisch aus den Überlegungen zum Gravitationsproblem, dass man an die Neuformulierung der Gleichungen der Elektrodynamik denkt, d. h. dass man sofort die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen untersucht. Und zweitens wurden EINSTEINS Gedanken in dieser Phase nicht vom Speziellen zum Allgemeinen gelenkt, sondern das Umgekehrte war der Fall. Nicht mög-

liche spezielle Effekte reizten zum Nachdenken, sondern das alte Problem von Raum und Zeit).

Zwischen 1911 und 1912 gab es dann Versuche von EINSTEIN, ABRAHAM und NORDSTRÖM, relativistische Feldgleichungen für ein skalares Gravitationsfeld aufzustellen. Aber diese Anfänge führten nicht zum erwünschten Ziel. Der entscheidende Durchbruch gelang EINSTEIN 1913, als er mit seinem Studienfreund, dem Zürcher Mathematiker MARCEL GROSSMANN, zusammenarbeitete<sup>23)</sup>. Der Ansatz ist folgender: Die Formulierung des Äquivalenzprinzips (S. 187) ist bis auf die entsprechenden Begriffe dieselbe, die GAUSS für seinen Ansatz für eine nicht-euklidische Geometrie verwendet hatte. EINSTEIN und GROSSMANN sahen sich nun veranlasst, das Gravitationsfeld durch den metrischen Tensor  $g_{\mu\nu}$  der RIEMANN'schen Geometrie zu beschreiben. (Der Tensor  $g_{\mu\nu}$  beschreibt die Längenmessung auf einer beliebig gekrümmten Fläche:  $ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$ ,  $ds$  = Längenelement). Damit war der Zusammenhang zwischen ART und RIEMANN'scher Geometrie hergestellt. (Es gibt ein einfaches Gedankenexperiment, das zeigt, dass in Anwesenheit von Gravitation die euklidische Geometrie versagt und durch eine nicht-euklidische ersetzt werden muss<sup>24)</sup>.

In den folgenden Jahren ging EINSTEIN aber wieder von diesem vorgezeichneten Weg ab. Er glaubte schon, die Grundgesetze der ART entdeckt zu haben. 1915 aber sah er seinen Irrtum ein. In der Arbeit, die wohl als die erste der später anerkannten ART gelten kann, sagte EINSTEIN<sup>25)</sup>: «Aus diesen Gründen verlor ich das Vertrauen zu den von mir aufgestellten Feldgleichungen vollständig und suchte nach einem Wege, der die Möglichkeiten (der Konstruktion von Feldgleichungen; d. Verf.) in einer natürlichen Weise einschränkte. So gelangte ich zu der Forderung einer allgemeineren Kovarianz der Feldgleichungen zurück, von der ich vor drei Jahren, als ich zusammen mit meinem Freunde GROSSMANN arbeitete, nur mit schwerem Herzen abgegangen war. In der Tat waren wir damals der im nachfolgenden gegebenen Lösung des Problems bereits ganz nahe gekommen.»

Die in diesem Aufsatz angegebenen Lösungen sind die Feldgleichungen der Gravitation:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = -8\pi\gamma T_{\mu\nu} \quad (21)$$

oder

$$R_{\mu\nu} = -8\pi\gamma \left( T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} T_{\lambda\lambda} \right) \quad (21a)$$

Dabei ist  $R_{\mu\nu}$  der RICCI-Tensor,  $g_{\mu\nu}$  der metrische Tensor,  $R$  der Krümmungsskalar und  $T_{\mu\nu}$  der sogenannte Energie-Impuls-Tensor. Wollen wir z. B. die Feldgleichungen für das Gravitationsfeld der Sonne lösen (und zwar für das Feld ausserhalb der Sonne), so folgt aus (21a)

$$R_{\mu\nu} = 0, \quad (22)$$

weil im materiefreien Raum ausserhalb der Sonne der Energie-Impuls-Tensor  $T_{\mu\nu}$  verschwindet.

Wie steht es nun aber mit dem Verhältnis des für die ART fundamentalen Äquivalenzprinzips zum MACH'schen Prinzip? EINSTEIN meinte zwar, er sei in diesem Punkt ein treuer Jünger MACHs, aber das stimmt nicht ganz. Das Äquivalenzprinzip liegt irgendwo zwischen NEWTONS Hypothese über den absoluten Raum und dem radikalen Prinzip von MACH. Nach EINSTEIN kann man Bezugssysteme wählen, in denen man nichts mehr von Gravitationsfeldern (auch nichts von solchen von ganz in die Nähe gebrachten grossen Massen) merken sollte. Als Beispiel: die grosse Masse des für uns relativ nahen Milchstrassenzentrums bestimmt einfach ein Inertialsystem. Das wäre ein System, das sich in freiem Fall Richtung Milchstrassenzentrum befände (z. B. unser Sonnensystem auf seiner Bahn um das Zentrum unserer Galaxis). In einem solchen Inertialsystem sollte man nun keinen Unterschied dabei feststellen, ob sich ein Körper auf das Milchstrassenzentrum zu oder von ihm weg bewegt. MACHs Ansicht über den Ursprung der Trägheit hingegen würde zur Folge haben, dass grosse Massen in ihrer Nähe leichte Änderungen der Trägheitskräfte verursachen könnten. Das hiesse, dass man in dem oben erwähnten Inertialsystem einen Unterschied erkennen sollte, falls man einen Körper darin gegen das Milchstrassenzentrum oder von ihm weg beschleunigte.

Um in dieser Frage entscheiden zu können, wurde schon ein Experimt durchgeführt<sup>27)</sup>. Das Ergebnis scheint das Äquivalenzprinzip mehr zu stützen als MACHs Hypothese. Aber das Resultat ist noch nicht so zwingend, dass schon das letzte Wort in dieser Kontroverse gesprochen wäre.

#### IV. Die Lichtablenkung in der allgemeinen Relativitätstheorie (ART)

Um das richtige Verhalten eines Lichtstrahls in der Nähe der Sonne bestimmen zu können, müssen wir erst das Gravitationsfeld der Sonne berechnen, d. h. Gl. (22) lösen. EINSTEIN führte dazu noch ein Näherungsverfahren durch<sup>28)</sup>. Aber schon im nächsten Jahr zeigte KARL SCHWARZSCHILD, dass sich Gl. (22) für eine stationäre kugelsymmetrische Massenverteilung streng lösen lässt<sup>29)</sup>. Er erhielt

$$ds^2 = \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right)dt^2 - \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right)^{-1}dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2). \quad (23)$$

Über diese SCHWARZSCHILDmetrik erhält man dann für den Winkel der Lichtablenkung

$$\chi = 2\alpha/R_0 = 4\gamma M/R_0 c^2. \quad (30)$$

Dies ist nun der korrekte relativistische Wert, den schon EINSTEIN angab<sup>28)</sup>. Numerisch erhält man 1.75.

Ein Vergleich von relativistischer und klassischer Rechnung zeigt sehr schön, warum sich die beiden

Ergebnisse um den Faktor 2 unterscheiden. Man geht folgendermassen vor<sup>31)</sup>: Die Metrik wird mit

$$ds^2 = f^2 dt^2 - d\sigma^2 \quad (25)$$

angesetzt. Definiert man noch

$$d\sigma^2 = k(dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2) + l(x_1 dx_1 + x_2 dx_2 + x_3 dx_3),$$

worin  $x_i$  die Raumkoordinaten bedeuten, sowie:

$$d\sigma_0^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2,$$

und schliesslich noch  $h^2 = (d\sigma/d\sigma_0)^2$ , ( $h =$  radiales Vergrösserungsverhältnis), so liefert die Lösung von (22):

$$f^2 = 1 - \frac{\alpha}{r} \text{ und } h^2 = 1/f^2, \quad (26)$$

$$\text{wobei } \alpha = \frac{2\gamma M}{c^2} \text{ ist.}$$

Die Bewegung eines Lichtstrahls zeichnet sich wie in der speziellen Relativitätstheorie dadurch aus, dass das Linienelement  $ds$  verschwindet. Für die wirkliche Bahn gilt dann noch, dass sie vom Licht in einer kürzest möglichen Zeit durchreilt wird (FERMAT'sches Prinzip der raschesten Ankunft). Also

$$\delta \int dt = \delta \int \frac{d\sigma}{f} = \delta \int \frac{h}{f} d\sigma_0 = \delta \int n d\sigma_0 = 0, \quad (27)$$

d. h. die Variation der obigen Integrale verschwindet. Die letzte Form gilt, wenn wir  $n = h/f$  setzen. Sie entspricht dem Variationsprinzip der Optik, das den Weg eines Lichtstrahls durch ein Medium mit Brechungsindex  $n$  bestimmt. Das Gravitationsfeld der Sonne wirkt also auf das Licht wie ein optisches Medium mit Brechungsindex  $n = h/f = 1/f^2$  oder in erster Näherung:

$$n^2 = 1 + \frac{4\gamma M}{c^2 \cdot r}. \quad (28)$$

In der klassischen Mechanik hingegen ziehen wir eine spezielle Form des Prinzips der kleinsten Wirkung zu Rate. Dieses Prinzip sagt ja, dass sich ein Massenpunkt so bewegt, dass die Variation der Wirkung

$$W = \int L dt = \int \left( \frac{1}{2} mv^2 - U \right) dt$$

$$\text{verschwindet: } \delta \int L dt = \delta \int \left( \frac{1}{2} mv^2 - U \right) dt = 0.$$

Die hier gebrauchte spezielle Form ist das sogenannte Prinzip von MAUPERTUIS<sup>32)</sup>:

$$\delta \int \sqrt{2m(E - U)} d\sigma_0 = 0 \quad (29)$$

Dabei ist  $m$  die Masse des sich bewegenden kleinen Teilchens,  $E$  seine Gesamtenergie und  $U$  die potentielle Energie. Für das Lichtteilchen gilt also klassisch:

$$\delta \int \sqrt{m^2 c^2 + m^2 \frac{2\gamma M}{r}} d\sigma_0 =$$

$$mc \cdot \delta \int \sqrt{1 + \frac{2\gamma M}{c^2 \cdot r}} d\sigma_0 = 0$$

oder  $\delta \int \sqrt{1 + \frac{2\gamma M}{rc^2}} d\sigma_0 = 0. \quad (30)$

$m \cdot c$  darf herausgenommen werden, weil diese Größen konstant sind! Hier wäre der «Brechungsindex»:

$$n^2 = 1 + \frac{2\gamma M}{rc^2}, \quad (31)$$

d. h. die Abweichung vom «Vakuum» ( $n = 1$ ) ist im relativistischen Fall doppelt so gross wie im klassischen. WEYL beschreibt den Unterschied zwischen der NEWTON'schen und der EINSTEIN'schen Theorie folgendermassen<sup>33)</sup>:

«Der Ablenkungseffekt röhrt, wie man sieht, zur Hälfte her von dem Einfluss des Gravitationszentrums auf die Lichtgeschwindigkeit  $f$  (siehe Gl. (17); d. Verf.), zur Hälfte von seinem Einfluss auf die Raumgeometrie (auf  $h$ ). Berechnet man die Bahn des Lichtstrahls nach der NEWTONSchen Theorie unter Berücksichtigung der Schwere des Lichts, nämlich als die Bahn eines Körpers, der im Unendlichen die Lichtgeschwindigkeit  $c$  besitzt, so tritt nur der erste Teil des Effektes auf, und darum liefert das NEWTON'sche Attraktionsgesetz eine halb so grosse Ablenkung wie das EINSTEINSche.»

Zum Effekt, der durch das schwache Äquivalenzprinzip beschrieben wird (Schwere der Energie) kommt also die Raumkrümmung hinzu, die sich nur über das starke Prinzip erfassen lässt. Deshalb also kam EINSTEIN anfangs (1907, 1911) auf den falschen Wert für die Lichtablenkung.

#### V. Die BRANS-DICKE Theorie

Schon öfter wurden Feldtheorien konzipiert, in denen das Feld durch einen Skalar beschrieben wird, statt durch einen metrischen Tensor  $g_{\mu\nu}$  (ART, Gravitation) oder ein Vektorfeld  $A_\mu$  (elektromagnetisches Feld). Wohl eine der besten neuen Skalarfeldtheorien stammt von BRANS und DICKE<sup>34)</sup>.

EINSTEINS ART ist nicht die einzige mögliche Gravitationstheorie. BRANS und DICKE gehen denn auch nicht vom Äquivalenzprinzip aus, sondern von MACHS Gedanken zum Thema Trägheit. Eine der unmittelbarsten Folgen ist dann, dass universelle Konstanten gar nicht so konstant sein können. Die träge Masse von Elementarteilchen würde durch die Wechselwirkung der Teilchen mit irgendeinem kosmischen Feld beeinflusst. Weiter würde sich die Gravitationskonstante mit der Zeit verändern.

Obwohl sich die Voraussagen der BRANS-DICKE Theorie über die Lichtablenkung und die Periheldrehung (Merkur) nicht stark von denjenigen der ART unterscheiden (siehe unten), ist es dennoch kei-

ne akademische Frage, wer hier recht hat. Die Bedeutung der Veränderlichkeit universeller «Konstanten» hätte kaum übersehbare Folgen für unsere Vorstellungen über Sternentwicklung und Kosmologie.

Neben dem Tensorfeld  $g_{\mu\nu}$  kommt in der BRANS-DICKE Theorie zur Beschreibung der Gravitation ein Skalarfeld  $\Phi$  hinzu. Der Ansatz für eine entsprechende Feldgleichung ist nach BRANS und DICKE:

$$\left( \nabla^2 - \frac{\delta^2}{\delta t^2} \right) \Phi = 4\pi\lambda T_{\mu\nu} \quad (32)$$

wobei  $\nabla^2$  der LAPLACEoperator ist.  $T_{\mu\nu}$  ist der Energie-Impuls-Tensor der Materie (ohne Gravitations- und  $\Phi$ -Feld).  $\lambda$  ist die noch unbekannte Kopplungskonstante der Theorie. Setzen wir noch

$$\omega = \frac{1}{\lambda} - \frac{3}{2} \quad (33)$$

so folgt für Lichtablenkung  $\chi$  und Periheldrehung  $\Delta\varphi$  nach der neuen Theorie:

$$\Delta\varphi_{BD} = \frac{3\omega+4}{3\omega+6} \Delta\varphi_E \quad (34)$$

$$\chi_{BD} = \frac{2\omega+3}{2\omega+4} \chi_E \quad (35)$$

Dabei stehen die Indizes BD für BRANS-DICKE, E für EINSTEIN. In erster näherung gilt für (34) und (35):

$$\Delta\varphi_{BD} = \left(1 - \frac{2}{3}\lambda\right) \Delta\varphi_E; \chi_{BD} = (1 - \lambda/2) \chi_E \quad (34a), (35a)$$

DICKE und GOLDENBERG<sup>35)</sup> massen 1967 die Sonnenscheibe aus und fanden eine Abplattung der Sonne von  $5.0 \pm 0.7$  Teilen in  $10^5$ <sup>36)</sup>. Wenn dieses Resultat stimmt<sup>37)</sup>, so lassen sich von der klassisch unerklärbaren Perihelbewegung des Merkur (43."11 pro Jahrhundert) weitere 3."4 auf diese Abplattung zurückführen. EINSTEINS Voraussage von 43."03 wäre demnach um etwa 8% falsch. Aus der Messung von DICKE und GOLDENBERG lässt sich nun  $\lambda$  eichen; man findet  $\lambda \approx 0.12$ .

#### VI. Signalverzögerung im Schwerkfeld<sup>38)</sup>

EINSTEIN hatte drei Tests für seine Theorie vorgeschlagen: a) Gravitationsrotverschiebung, b) Lichtablenkung, c) Merkurperihelbewegung. Die Entwicklung der modernen Technik (Radar, Raumfahrt) ermöglichen nun die Überprüfung eines neuen Effektes, dem das Licht unterworfen ist. Es handelt sich dabei um die sogenannte Signalverzögerung. Nach Gl. (17) ist die Lichtgeschwindigkeit mit dem Gravitationsfeld veränderlich; deshalb erfährt ein Lichtstrahl (oder ein Radiosignal) eine Laufzeitveränderung, wenn er z. B. sehr nahe an die Sonne herankommt. Vielleicht wird die Messung dieses Phänomens die erste Entscheidung zwischen der ART und der BRANS-DICKE-Theorie bringen.

## VII. Die Beobachtungsdaten

Dass NEWTONS Theorie die Wirkung der Schwere auf das Licht nicht genügend genau wiedergibt, zeigten schon die ersten Messungen der Lichtablenkung durch die Sonne (1919). Die Entscheidung zwischen ART und Skalarfeldtheorie ist aber nicht so einfach.

Im folgenden werden einige Messungen von Rotverschiebung (kein wirklicher Test der ART!),

	Datum	Theorie		Messung	
		ART	BD		
Rotverschiebung					
40 Eridani B	1954	$(5.7 \pm 1) \cdot 10^{-5}$		$(7 \pm 1) \cdot 10^{-5}$	<sup>39)</sup>
Sonne	1961	$2.12 \cdot 10^{-6}$		$(2.23 \pm 0.11) \cdot 10^{-6}$	<sup>40)</sup>
	1971			$(2.14 \pm 0.1) \cdot 10^{-6}$	<sup>41)</sup>
Erde	1960	$2.46 \cdot 10^{-15}$		$(2.57 \pm 0.26) \cdot 10^{-15}$	<sup>42)</sup>
Lichtablenkung		1."75	1."64		
	1919			$1.^{''}98 \pm 0.16$	<sup>43)</sup>
	1929			$2.^{''}24 \pm 0.10$	<sup>43)</sup>
	1952			$1.^{''}70 \pm 0.10$	<sup>43)</sup>
Radiowellenablenkung	1970			$1.^{''}77 \pm 0.20$	<sup>44)</sup>
	1972			$1.^{''}76 \pm 0.09$	<sup>45)</sup>
Signalverzögerung	1970	$200 \mu s$	$186 \mu s$	$204 \mu s$	<sup>46)</sup>

## VIII. DEMOKRIT, EPIKUR, LUKREZ: Der Materialismus

Bei LAPLACE blieb noch unklar, ob er in seiner Arbeit über «schwarze Löcher» das Licht bewusst als materielles Teilchen behandelte<sup>47)</sup>. Hier taucht nun eine Bemerkung SOLDNERS die Sachlage in ein eindeutiges, klares Licht: SOLDNER ging bewusst von der Vorstellung des Lichtes als aus materiellen Körpern bestehend aus<sup>48)</sup>. Er schrieb: «Hoffentlich wird es niemand bedenklich finden, dass ich einen Lichtstrahl geradezu als schweren Körper behandle. Denn dass die Lichtstrahlen alle absoluten Eigenschaften der Materie besitzen, sieht man an dem Phänomen der Aberration, welches nur dadurch möglich ist, dass die Lichtstrahlen wirklich materiell sind. – Und überdies, man kann sich kein Ding denken, das Existieren und auf unsere Sinne wirken soll, ohne die Eigenschaften der Materie zu haben. –»

Und dann zitiert er den römischen Dichter LUKREZ (allerdings nicht völlig korrekt):

praeterea nihil est quod possis dicere ab omni corpore seiunctum secretumque esse ab inani, quod quasi tertia sit numero natura reperta.<sup>49)</sup>  
(Ausserdem ist nichts, was von jedem Körper getrennt du / heissen könntest und annehmen abgeschieden vom Leeren, / was als dritte Natur gleichsam an Zahl sich erfände.)

SOLDNERS eindeutiges Bekenntnis zu einem philosophischen Materialismus macht uns die Sache natürlich leicht. Es ist nun keine Hexerei mehr hinter der Berechnung der Lichtablenkung im Jahre 1801 zu entdecken. Es bleibt noch die Frage, wo denn die

Lichtablenkung und Signalverzögerung angeführt. Dabei wurde  $\lambda = 0.12$  verwendet.

Die letzten beiden Messungen, die hier angegeben sind, scheinen die ART zu bevorzugen. Aber eine Entscheidung zwischen der ART und der BRANS-DICKE-Theorie käme wohl noch zu früh.

Rotverschiebung					
40 Eridani B	1954	$(5.7 \pm 1) \cdot 10^{-5}$		$(7 \pm 1) \cdot 10^{-5}$	<sup>39)</sup>
Sonne	1961	$2.12 \cdot 10^{-6}$		$(2.23 \pm 0.11) \cdot 10^{-6}$	<sup>40)</sup>
	1971			$(2.14 \pm 0.1) \cdot 10^{-6}$	<sup>41)</sup>
Erde	1960	$2.46 \cdot 10^{-15}$		$(2.57 \pm 0.26) \cdot 10^{-15}$	<sup>42)</sup>
Lichtablenkung		1."75	1."64		
	1919			$1.^{''}98 \pm 0.16$	<sup>43)</sup>
	1929			$2.^{''}24 \pm 0.10$	<sup>43)</sup>
	1952			$1.^{''}70 \pm 0.10$	<sup>43)</sup>
Radiowellenablenkung	1970			$1.^{''}77 \pm 0.20$	<sup>44)</sup>
	1972			$1.^{''}76 \pm 0.09$	<sup>45)</sup>
Signalverzögerung	1970	$200 \mu s$	$186 \mu s$	$204 \mu s$	<sup>46)</sup>

Wurzeln von SOLDNERS Materialismus zu suchen sind.

Auch wenn in einem Philosophie-Lexikon<sup>50)</sup> geschrieben steht, man könne erst seit DESCARTES von Materialismus sprechen (man muss dazu «Materie» als absoluten Gegenpol von «Geist» verstehen), so werden doch viel allgemeiner die Ansätze zu dieser philosophischen Richtung bis mindestens zu den Griechen zurückverfolgt.

LEUKIPPOS von Milet (5. Jhd. v. Chr.) war einer der frühesten Vertreter des Materialismus. Bei ihm findet man auch die ersten Hinweise zu einer Atomtheorie. Dieser Atomismus verband sich in der Folge immer mit der materialistischen Grundhaltung. Einziges überliefertes Bruchstück von LEUKIPS Lehre ist der Satz «Kein Ding entsteht planlos, sondern alles aus Sinn und Notwendigkeit»<sup>51)</sup>. Damit sprach er sich schon gegen einen irgendwie gestalteten Mystizismus aus. Wir wissen auch, dass LEUKIP den Begriff des leeren Raumes entwickelte. Raum und Atome, das sind die einzigen Bestandteile dieser Welt. Dass es in unserem Weltall nur Atome und Raum gebe, das ist ein Kernsatz auch der späteren Materialisten.

DEMOKRIT (460?–362?) baute den Atomismus in eine abgerundete Lehre des Materialismus ein, die man etwa so beschreiben kann: «Keine Intelligenz leitet die Atome, keine 'Liebe', kein 'Hass' vereint oder trennt sie, sondern die Notwendigkeit – die natürliche Auswirkung inhärenter Ursachen – beherrscht alles. Es gibt keinen Zufall (.....). Die Menge der Materie bleibt sich immer gleich, keine

Materie wird je neu geschaffen, keine je zerstört; nur die Atomverbindungen ändern sich.»<sup>52)</sup>.

Aber dieser Materialismus ist keine «geistlose» Angelegenheit. Es gibt die Seele, nur besteht sie eben auch aus Atomen. Auf diesem materialistischen Fundament errichtete DEMOKRIT eine Ethik, die durchaus nicht «seelenlos» ist, eine Moral, die sich sehen lassen kann.

Die Philosophie entwickelte sich weiter, während sich Griechenland und seine Freiheit dem Ende näherten. Anwesenheit königlicher Garnisonen in Athen bedrängte die Redefreiheit. Und so bestimmte sich denn auch der weitere Lauf der Philosophie. Politische Probleme wurden aus der Diskussion ausgeklammert; es handelte sich nun nicht mehr darum, einen gerechten Staat zu errichten, sondern ein abgeklärtes und glückliches Individuum heranzuziehen.

So ist denn auch EPIKURS philosophisches System Ausdruck seiner Zeit. EPIKUR (342–270) errichtete auf den Fundamenten von DEMOKRITS Materialismus und Atomismus eine Philosophie der Ethik. Es sei nicht von Bedeutung, dem Studium der Natur zu viel Zeit zu widmen, meinte er. «Wir dürfen ruhig annehmen, die Sonne und der Mond seien ungefähr so gross, wie sie uns scheinen, und dann können wir uns ganz dem Studium des Menschen zuwenden.»<sup>53)</sup>. Nach EPIKUR ist es das Ziel der Philosophie, die Menschen von Furcht zu befreien (vor allem von Götterfurcht). Die Religion sei Ausfluss aller Übel. Die Götter existieren zwar, halten sich aber fernab von der Erde im Weltall auf und mischen sich in keine irdischen Angelegenheiten. Der Abwesenheit von Furcht entspricht auf der positiven Seite ein glückliches Leben. Die Philosophie soll zeigen, wie man durch richtigen Vernunftgebrauch zu vollem Genuss und grösster Glückseligkeit kommen kann. Wahres Glück kann aber nie durch grobe Sinnenlust erreicht werden. (In diesem Punkt wurde EPIKUR oft falsch verstanden. Heute steht sein Name fälschlich für «Genussmensch».)

Der Maßstab der Wahrheit ist die sinnliche Wahrnehmung, auf die auch alle Vernunfterkenntnis sich aufbaut. Da die Sinne aber nicht so ganz objektiv sind (und uns nicht das «Ding an sich» zeigen), aber trotzdem die einzige Quelle der Erfahrung darstellen, sollen wir uns am besten an DEMOKRITS Ansicht halten, dass ausser Raum und Atomen nichts existiere oder unserem Wissen zugänglich sei.

Alles, was hier vorgezeichnet war, wurde in dem grössten und schönsten Lehrgedicht der Antike niedergeschrieben: in «De rerum natura» des römischen Dichters LUKREZ (TITUS LUCRETIUS CARUS; 99?–55?). LUKREZ lebte in der Zeit der Revolutionen, die das römische Reich durchmachte (135–30 v. Chr.). Die GRACCHEN versuchten, dem immer mehr verelendenen Proletariat durch Agrarreformen zu helfen – und wurden ermordert. Der aus den niederen Schichten stammende Feldherr MARIUS rettete Rom vor den Germanen und wurde zu mächtig – worauf

die Reaktion des Adels nicht lange auf sich warten liess. Blutigste Unterdrückungen auf beiden Seiten waren die Folge. Dann erhoben sich die Bundesgenossen Roms gegen die Stadt. Aus dem Bundesgenossenkrieg wurde bald ein Bürgerkrieg. Von 73 bis 71 erhoben sich mehr als 100000 Sklaven unter SPARTAKUS im dritten Sklavenkrieg gegen ihre Unterdrücker – und wurden fast alle vernichtet.

LUKREZ' Leben durchmass also ein halbes Jahrhundert der römischen Revolutionen, der Kriege und Massaker. Die Welt war am Zerfallen. Darum suchte der junge LUKREZ nach Sicherheit und Frieden. Er beschrieb die Unruhe der Seele in jener Zeit<sup>54)</sup> und fand die Ruhe in der Natur. Sein Werk wurde ein Hymnus an die Grossartigkeit und Schönheit der Natur. «Kein Dichter vor ihm hatte der Grossartigkeit der Welt in ihrer Vielfalt und ihrer zusammengeballten Kraft einen derartigen Ausdruck verliehen. Hier bemächtigte sich endlich die Natur der Burgfesten der Literatur und lohnte ihren Dichter mit einer Kraft des beschreibenden Ausdrucks, die nur noch von HOMER und SHAKESPEARE übertroffen ist»<sup>55)</sup>.

LUKREZ fand in EPIKURS Philosophie die ihm entsprechende Weltanschauung. Vielleicht kann folgende Zeile aus «De rerum natura» als Angelpunkt für das Verständnis von LUKREZ angesehen werden:

tantum religio potuit suadere malorum<sup>56)</sup>

Wir entdecken hier wieder EPIKURS Hass auf die gängige Religion. Trotzdem war LUKREZ in seiner Haltung tief religiös.

Wie bei EPIKUR leben die Götter irgendwo abgewandt von unserer Erde, sich um nichts kümmern. Sie sind nicht die Urheber dieser Welt, der Schöpfung und der Ereignisse. Das Weltall ist selbstherrlich; es hat kein Gesetz ausser sich. Die Natur vollbringt alles aus eigenem Antrieb. «Kein Ding entsteht planlos, sondern alles aus Sinn und unter Notwendigkeit.» (LEUKIP).

Es gibt nur Atome und den leeren Raum. Die Atome lagern sich zusammen, bilden Stoffe, die Erde, die Sonne und die Sterne. Auf der Erde entsteht das Leben, der Mensch erscheint. Wie bei DARWIN finden wir hier bei LUKREZ die Vorstellung der Entstehung der Arten durch natürliche Zuchtwahl<sup>57)</sup>. Die Natur hat sämtliche Möglichkeiten der Erschaffung von Leben und Lebewesen durchgespielt.

Der Geist und die Seele des Menschen – diese Höhepunkte der Natur – bestehen genauso wie alles andere aus Atomen. Die Willensfreiheit des Menschen erklärt sich durch eine eigentümliche Art von Freiheit und Spontaneität der Atome. (Man sollte sich hüten, heute die Unbestimmtheit der Ereignisse in der Quantenmechanik zu zitieren, um sie mit LUKREZ' Theorie zu vergleichen! Unbestimmtheitsrelation und «Willensfreiheit» vertragen sich wie Feuer und Wasser!) Allerdings ist alles das, was den Menschen ausmacht (Leben, Seele), nichts Unmaterielles. Mit dem Tode des Körpers wird auch die Seele sterben. Alles was geworden ist, verfällt auch wieder:

Organismen, Familien, Planeten, Sterne. Nur die Atome bleiben stets erhalten.

Wie ein roter Faden zieht sich das Weltbild des Materialismus – das bei LUKREZ in dieser vollendeten Form seiner Verse aufgezeichnet liegt – durch die Geistesgeschichte der Menschheit. OVID meinte, diese Verse würden bis ans Ende der Welt dauern. Bis heute taten sie es schon. Um 1650 herum erweckte PIERRE GASSENDI (1592–1655) die Atomtheorie zu neuem Leben. In der französischen Aufklärung (vor der französischen Revolution) wurde der Materialismus zu neuer Blüte gebracht (DIDEROT; LAMETTRIE:

*Literaturverzeichnis und Anmerkungen*

- 1) H. U. FUCHS: P. S. LAPLACE's «Schwarze Löcher». ORION 32 (1974), S. 182–188.
- 2) J. SOLDNER: Sammlung astronomischer Abhandlungen, Beobachtungen und Nachrichten 1801; S. 161–172.
- 3) A. EINSTEIN: Sitzungsberichte d. preuss. Akad. d. Wissenschaft. 47, 831 (1915).
- 4) F. W. DYSON, A. S. EDDINGTON, C. DAVIDSON: Phil. Trans. Roy. Soc., 220A, 291 (1920). Mem. Roy. Astron. Soc., 62, 291 (1920).
- 5) MAX BORN: Die Relativitätstheorie EINSTEINS. Springer. Berlin 1969, 5. Auflage. S. 308.
- 6) DEWITT, MATZNER, MIKESELL: Sky and Telescope, 47, 302 (1974).
- 7) siehe Kap. VIII.
- 8) z. B. in L. D. LANDAU, E. M. LIFSHITZ: Lehrbuch der theoretischen Physik, Bd. I: Mechanik. Fr. Vieweg u. Sohn, Braunschweig, 1970, S. 36–47.
- 9) J. SOLDNER: a.a.O. S. 166.
- 10) A. EINSTEIN: Über das Relativitätsprinzip und die aus demselben gezogenen Folgerungen. Jahrbuch für Radioaktivität und Elektronik. 4, 411 (1907). Hier S. 459.
- 11) P. S. LAPLACE: zitiert bei 1), S. 182.
- 12) A. EINSTEIN: Annalen der Physik. 17, 132 (1905).
- 13) A. EINSTEIN: Annalen der Physik. 17, 891 (1905) und Annalen der Physik. 18, 639 (1905).
- 14) A. EINSTEIN: Annalen der Physik. 35, 898 (1911).
- 15) Damit dürfte die Bemerkung in Sky and Telescope (siehe Ref. 5) unrichtig sein, EINSTEIN habe SOLDNERS falsches Resultat schon 1905 wiederholt!
- 16) A. EINSTEIN: a.a.O., (Ref. 14) S. 908.
- 17) I. NEWTON: Principia Mathematica Naturalis. Übersetzt von J. P. WOLFERS. Wiss. Buchgesellschaft, Darmstadt. 1963. S. 25.
- 18) I. NEWTON: a.a.O., S. 29.
- 19) E. MACH: Die Mechanik. Wiss. Buchgesellsch. Darmstadt. 1973. S. 226.
- 20) R. VON EÖTVÖS: Math. nat. Ber. Ungarn. 8, 65 (1890) und Annalen der Physik. 68, 11 (1922).
- 21) A. EINSTEIN: a.a.O., (Ref. 14) S. 899.
- 22) A. EINSTEIN: a.a.O., (Ref. 9, 14).
- 23) A. EINSTEIN: Phys. Z. 14, 1249 (1913). A. EINSTEIN und M. GROSSMANN: Z. Math. Phys. 62, 225 (1913); 63, 215 (1914).
- 24) A. EINSTEIN: Grundzüge der Relativitätstheorie. Vieweg u. Sohn, Braunschweig. 5. Auflage, 1973. S. 61–63.
- 25) A. EINSTEIN: Sitz.-Ber. preuss. Akad. Wiss. 44, 778 (1915).
- 26) siehe Ref. 1. S. 186.
- 27) S. WEINBERG: Gravitation and Cosmology. Wiley. S. 86–88.
- 28) A. EINSTEIN: a.a.O., (Ref. 3).
- 29) K. SCHWARZSCHILD: Sitz. ber. preuss. Akad. Wiss., 189 (1916).
- 30) Für die Definition von  $\alpha$  siehe Ref. 1. S. 186, Gl. (21).
- 31) H. WEYL: Raum, Zeit, Materie. Springer, 6. Auflage, 1970. S. 250–59.
- 32) LANDAU, LIFSHITZ: a.a.O., S. 174.
- 33) H. WEYL: a.a.O., S. 258.
- 34) C. H. BRANS, R. H. DICKE: Phys. Rev. 124, 925 (1961). R. H. DICKE: Phys. Rev. 125, 2163 (1962).
- 35) DICKE, GOLDENBERG: Phys. Rev. Letters. 18, 313 (1967).
- 36) S. WEINBERG: a.a.O., S. 200.
- 37) Zur Diskussion siehe S. WEINBERG: a.a.O., S. 200–201.
- 38) S. WEINBERG: a.a.O., S. 201–207.
- 39) S. WEINBERG: a.a.O., S. 81, 82.
- 40) S. WEINBERG: a.a.O., S. 81.
- 41) Sterne und Weltraum. 11, 233 (1972).
- 42) S. WEINBERG: a.a.O., S. 83. Heute ist man schon bis 1% an Voraussage.
- 43) S. WEINBERG: a.a.O., S. 193.
- 44) REINHARDT: Sterne und Weltraum, 12, 211 (1973).
- 45) S. WEINBERG: a.a.O., S. 194.
- 46) H. MÜLLER: ORION. 29, 18 (1971).
- 47) H. U. FUCHS: a.a.O., S. 187–188.
- 48) J. SOLDNER: a.a.O., S. 171.
- 49) LUKREZ: De rerum natura. Deutsch von K. Büchner. Reclam. I, 430.
- 50) Fischer Lexikon (Philosophie): S. 156. Frankfurt 1967.
- 51) W. DURANT: Kulturgeschichte der Menschheit. Bd. V. Ex Libris. S. 182.
- 52) W. DURANT: a.a.O., S. 184.
- 53) W. DURANT: a.a.O., Bd. VI. S. 322.
- 54) LUKREZ: a.a.O., III, 1053.
- 55) W. DURANT: a.a.O., Bd. VII. S. 268.
- 56) LUKREZ: a.a.O., I, 101.
- 57) LUKREZ: a.a.O., V, 419 und 837.

*Adresse des Autors:* H.-U. FUCHS, 8, Georgian Terrace, Apt. 5, Troy, N. Y. 12181 (U.S.A.).

**Zu verkaufen:**

**Celestron 8"-Spiegelteleskop**

mit Stativ u. diversem Zubehör, neuwertiges Gerät.  
Preis **Fr. 4500.—**.  
Bruno Lüscher,  
Metzgergasse 7,  
CH-5034 Suhr,  
Tel. 056/31 32 75

**Zu verkaufen:**

1 Refraktor (Reinfelder und Hertel München), Öffnung 162 mm mit Feinbewegung in Deklination, Uhrwerknachführung in Rektaszension, auf starkem Säulenstativ, ausgesprochenes Liebhaberinstrument.

L'homme machine; HOLBACH). Und im 19. Jhd. entwickelten sich aus dieser Bewegung und den fortschreitenden Erkenntnissen der Naturwissenschaften der naturwissenschaftliche und der dialektische Materialismus (CH. DARWIN, E. HAECKEL, W. OSTWALD, K. MARX).

J. SOLDNER dürfte ganz in der Tradition des Materialismus der Aufklärung gelebt haben (1801!). Damit erscheinen die Fragen nach dem Ursprung von SOLDNERS (und vielleicht auch von LAPLACE's) Arbeit in einem recht klaren Licht.

GROSSMANN: Z. Math. Phys. 62, 225 (1913); 63, 215 (1914).

- 24) A. EINSTEIN: Grundzüge der Relativitätstheorie. Vieweg u. Sohn, Braunschweig. 5. Auflage, 1973. S. 61–63.
  - 25) A. EINSTEIN: Sitz.-Ber. preuss. Akad. Wiss. 44, 778 (1915).
  - 26) siehe Ref. 1. S. 186.
  - 27) S. WEINBERG: Gravitation and Cosmology. Wiley. S. 86–88.
  - 28) A. EINSTEIN: a.a.O., (Ref. 3).
  - 29) K. SCHWARZSCHILD: Sitz. ber. preuss. Akad. Wiss., 189 (1916).
  - 30) Für die Definition von  $\alpha$  siehe Ref. 1. S. 186, Gl. (21).
  - 31) H. WEYL: Raum, Zeit, Materie. Springer, 6. Auflage, 1970. S. 250–59.
  - 32) LANDAU, LIFSHITZ: a.a.O., S. 174.
  - 33) H. WEYL: a.a.O., S. 258.
  - 34) C. H. BRANS, R. H. DICKE: Phys. Rev. 124, 925 (1961). R. H. DICKE: Phys. Rev. 125, 2163 (1962).
  - 35) DICKE, GOLDENBERG: Phys. Rev. Letters. 18, 313 (1967).
  - 36) S. WEINBERG: a.a.O., S. 200.
  - 37) Zur Diskussion siehe S. WEINBERG: a.a.O., S. 200–201.
  - 38) S. WEINBERG: a.a.O., S. 201–207.
  - 39) S. WEINBERG: a.a.O., S. 81, 82.
  - 40) S. WEINBERG: a.a.O., S. 81.
  - 41) Sterne und Weltraum. 11, 233 (1972).
  - 42) S. WEINBERG: a.a.O., S. 83. Heute ist man schon bis 1% an Voraussage.
  - 43) S. WEINBERG: a.a.O., S. 193.
  - 44) REINHARDT: Sterne und Weltraum, 12, 211 (1973).
  - 45) S. WEINBERG: a.a.O., S. 194.
  - 46) H. MÜLLER: ORION. 29, 18 (1971).
  - 47) H. U. FUCHS: a.a.O., S. 187–188.
  - 48) J. SOLDNER: a.a.O., S. 171.
  - 49) LUKREZ: De rerum natura. Deutsch von K. Büchner. Reclam. I, 430.
  - 50) Fischer Lexikon (Philosophie): S. 156. Frankfurt 1967.
  - 51) W. DURANT: Kulturgeschichte der Menschheit. Bd. V. Ex Libris. S. 182.
  - 52) W. DURANT: a.a.O., S. 184.
  - 53) W. DURANT: a.a.O., Bd. VI. S. 322.
  - 54) LUKREZ: a.a.O., III, 1053.
  - 55) W. DURANT: a.a.O., Bd. VII. S. 268.
  - 56) LUKREZ: a.a.O., I, 101.
  - 57) LUKREZ: a.a.O., V, 419 und 837.
- Preise nach Vereinbarung.  
Frau Naef,  
Haus «Orion»,  
Auf der Platte,  
8706 Meilen.