

Die Gesetze des Zufalls

Autor(en): **Emch, A.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Mitteilungen der Naturforschenden Gesellschaft Solothurn**

Band (Jahr): **4 (1907-1911)**

PDF erstellt am: **21.06.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-543387>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.



Die Gesetze des Zufalls.*

Von

Prof. Dr. A. Emch.

Sie werden denken, wie es möglich sei, von Gesetzen des Zufalls zu sprechen, da ja der Zufall geradezu als Gegenteil des Gesetzes angesehen werden muss? In der Tat ist es das ungesetzmässige, was uns gewöhnlich beim Zufall auffällt.

Wir werden jedoch unterscheiden lernen und erkennen, dass man bei der Aufzeichnung des Auftretens und der Wiederholung gewisser Ereignisse und bei der Beurteilung der Möglichkeit derselben doch zahlenmässige Beziehungen, das heisst Gesetze aufzustellen imstande ist.

Zufall nennen wir im gewöhnlichen Leben alles, was uns nicht als notwendig oder beabsichtigt erscheint, oder für dessen Eintreten wir keinen Grund, kein Gesetz angeben können, nach welchem dasselbe geschieht. Zufällig ist ferner ein Ereignis, das nach unserem Ermessen eben so gut in anderer Weise oder zu anderer Zeit hätte eintreten können.

Der Zufall steht somit auch im Gegensatz zu dem was notwendig, oder absichtlich ist, oder zu dem, was auf bestimmte Zeit erwartet wird.

Zur grössern Klarheit kann man den Zufall als *relativen* und *absoluten* Zufall unterscheiden.

Relativ zufällig ist ein Ereignis, von welchem wir die nähern Gründe oder Bedingungen, die es herbeigeführt haben, nicht kennen und mit andern gleichzeitig in Betracht gezogenen Umständen in

* Nach einem Vortrag, gehalten in der Naturforschenden Gesellschaft von Solothurn.

keinem vorgeschriebenen Zusammenhang stehen. Wären wir also besser über die nähern Ursachen informiert, so könnte von Zufälligkeit eines Ereignisses keine Rede sein.

Von absolutem Zufall hingegen spricht man dann, wenn ein Ereignis überhaupt von keiner bestimmten Ursache herbeigeführt wird.

Zum relativen Zufall werden alle diejenigen zufälligen Begebenheiten und Erscheinungen gerechnet, welche uns bei einer wissenschaftlichen Weltauffassung entgentreten. Dazu gehören die Probleme der Wahrscheinlichkeitsrechnung, z. B. der Spielchancen, der Statistik, der Beobachtungsfehler etc. Es ist ausschliesslich in diesen Gebieten, wo man bei der Beurteilung der Möglichkeit und der Häufigkeit des Auftretens gewisser Ereignisse zu zahlenmässigen Beziehungen geführt wird und wo man demgemäss berechtigt ist, von Gesetzen des Zufalls zu reden.

Diejenigen Begebenheiten, deren zeitliches oder mit andern Ereignissen gleichzeitiges Auftreten dem blinden, dem absoluten Zufall anheimgestellt sind, fallen vom wissenschaftlichen Standpunkte aus betrachtet nicht in den Bereich irgend einer Gesetzmässigkeit im Sinne des relativen Zufalls, oder der Wahrscheinlichkeitsrechnung.

Pseudowissenschaftliche Untersuchungen, welche zu spiritistischen Propagandazwecken in Bezug auf gewisse Fragen das Gegenteil dieser Auffassung aufkommen lassen sollen, werden später noch zur Sprache kommen.

Die Rechnung, welche sich mit dem relativen Zufall, oder im engern Sinne mit den Möglichkeiten und der Häufigkeit relativ zufälliger Ereignisse befasst, heisst Wahrscheinlichkeitsrechnung (Probabilitäts Calcul). In Folgendem soll nun versucht werden, die Grundprinzipien derselben klar zu machen und mit einer Anzahl von Beispielen zu belegen.

Nach Poincaré ist zwar schon das Wort Wahrscheinlichkeitsrechnung ein Paradoxon; denn man stellt die Wahrscheinlichkeit, also etwas, das man eigentlich nicht weiss, der Gewissheit gegenüber. Wie soll es aber möglich sein etwas zu berechnen, was man nicht kennt? Trotzdem ist die Wahrscheinlichkeitsrechnung von sehr grossem praktischen Nutzen und trotz dem soeben erwähnten Widerspruche haben sich mehr als ein grosser Gelehrter mit ihr beschäftigt und daraus wertvolle Anwendungen gezogen.

Wenn man die Ergebnisse der naturwissenschaftlichen Forschung betrachtet und besonders ihre Geschichte verfolgt, so stösst man auf vieles, was den Charakter der Wahrscheinlichkeit in allen möglichen Graden, von der Unwahrscheinlichkeit bis zur Gewissheit hat. Die Verleugnung der Wahrscheinlichkeitsrechnung wäre somit die Verleugnung der Wissenschaft überhaupt.

Das Newton'sche Attraktionsgesetz ist bis dahin noch auf keinen Widerspruch gestossen; unzählige Beobachtungen während Jahrhunderten bestätigen die Richtigkeit desselben. Könnte das aber nicht ein merkwürdiger Zufall sein? Wer kann versichern, dass dasselbe, obschon es Jahrtausende gegolten, nach Jahrtausenden noch gelten wird? Trotz diesem Einwand kann man nicht anders antworten, als dass eine spätere Abänderung des Attraktionsgesetzes äusserst unwahrscheinlich sei.

Wie steht es ferner mit den neuern physikalischen Theorien, der Elektronentheorie z. B.? Überall muss man sagen, dass die physikalischen Erscheinungen sich in einer der Theorie entsprechenden ähnlichen Weise abwickeln, dass sie wahrscheinlich durch diese und jene Ursachen hervorgerufen seien. Die in neuester Zeit unheimlich rasch wechselnden Ansichten und angebrachten Modifikationen über das Wesen der Materie im Zusammenhang mit der Radioaktivität bestätigen diese Ansicht vollauf und auch auf andern Wissensgebieten steht es in dieser Beziehung nicht besser.

Einzelne Teilgebiete der exakten Wissenschaften beruhen geradezu auf der Annahme des Zufälligen. In der kinetischen Gastheorie z. B. wird angenommen, dass die Moleküle in durchaus regelloser, dem Zufall anheimgestellter Weise nach den verschiedensten Richtungen geschleudert werden, aneinander prallen, und von den einschliessenden Gefässwänden zurückgeworfen werden. Dabei beschreiben sie sehr komplizierte Zickzackbahnen, welche einzeln zu beobachten unmöglich ist. Infolge ihrer ungeheuer grossen Anzahl ist es jedoch möglich, die mittlere Wirkung dieser Bewegungen festzustellen, wie sie sich in dem Mariott'schen und Gay-Lussac'schen Gesetze kundgiebt.

Hier wie in andern Theorien kommt das „Gesetz der grossen Zahlen“ in Anwendung, von dem später noch die Rede sein wird.

Die Wissenschaft braucht also trotz dem weitläufigen Charakter der Wahrscheinlichkeit, der verschiedenen Gebieten mehr oder weniger anhaftet, nicht zu verzweifeln.

In allem herrscht eine ewige Evolution; in der Natur, im Leben, in der Forschung. So muss es sein; denn ohne das Prinzip der Entwicklungsfähigkeit und der Assimilation neuer Anschauungen wäre überhaupt kein Fortschritt möglich.

Die Probleme der Wahrscheinlichkeitsrechnung in mathematischem Sinne sind harmloser Natur. Zunächst müssen jedoch einige Definitionen vorausgeschickt werden:

Unter mathematischer Wahrscheinlichkeit versteht man das Verhältnis aller dem Eintreten des Ereignisses günstigen Fälle zur Anzahl der möglichen Fälle überhaupt.

Bei der *Wahrscheinlichkeit a priori* kann man den theoretischen Bedingungen der Aufgaben zum voraus die Anzahl der möglichen sowie der günstigen Fälle mit aller Genauigkeit entnehmen. Ihnen gegenüber stehen solche Aufgaben, bei welchen weder die Anzahl der möglichen noch die der günstigen Fälle genau entziffert werden kann, bei welchen man sich vielmehr mit erfahrungsmässigen Zahlen begnügen muss, welche gegebenen Tatsachen nachträglich entnommen werden, ohne dass eine zwingende Begründung derselben vorläge. Man spricht alsdann von der *Wahrscheinlichkeit a posteriori*.

Im ersten Fall hat man es mit Aufgaben zu tun, die der *Wahrscheinlichkeit der Wirkungen* angehören, wie bei den Spielen, im zweiten Fall mit Aufgaben der *Wahrscheinlichkeit der Ursachen*, wie bei der Fehlertheorie und der Statistik.

Die Wahrscheinlichkeitsrechnung selbst beschäftigt sich mit der Bestimmung der günstigen und möglichen Fälle und ihres Verhältnisses, oder der Wahrscheinlichkeit des Ereignisses.

Folgende Beispiele sollen zur Erläuterung solcher Bestimmungen dienen.

Eruierung einfacher Chancen.

Wirft man einen Spielwürfel auf, dessen Seitenflächen bekanntlich der Reihe nach mit 1, 2, 3, 4, 5, 6 Augen gezeichnet sind, so ist bei jedem Wurf jede Seitenfläche gleich möglich. Wünscht man z. B. die Wahrscheinlichkeit, dass man die Fläche mit 4 Augen, oder einen Vierer werfe, so sind 6 Fälle gleich möglich, wovon nur einer dem gewünschten Ereignis günstig ist, nämlich wenn die Fläche mit 4 Augen erscheint. Die Wahrscheinlichkeit, eine bestimmte Punktzahl mit einem Würfel zu werfen, ist somit $\frac{1}{6}$. Werfe ich nun zwei Würfel, so kann jede Fläche des einen Würfels

mit jeder der andern erscheinen, so dass also $6 \cdot 6 = 36$ Fälle möglich sind. Unter diesen Fällen kommt die Kombination 6,6 nur einmal vor, so dass die Wahrscheinlichkeit mit zwei Würfeln in einem Wurf zwei Sechser zu werfen $\frac{1}{36}$ ist. Der Wurf 3,5, oder 5,3 kommt zwei mal vor; folglich ist die Wahrscheinlichkeit dieser Kombination $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$. Die Wahrscheinlichkeit, zwei bestimmte ungleiche Zahlen zu werfen, ist also zwei mal so gross, als zwei bestimmte gleiche Zahlen zu werfen. Die Wahrscheinlichkeit, überhaupt zwei ungleiche Zahlen zu werfen, ist $\frac{30}{36} = \frac{5}{6}$, diejenige, gleiche zu werfen $\frac{6}{36}$, also fünf mal geringer.

Beim Spiel mit drei Würfeln beträgt die Wahrscheinlichkeit drei gleiche Augenzahlen, z. B. drei Sechser zu werfen, $\frac{1}{216}$. Man kann somit sagen, dass dieser Fall bei 216 Würfeln durchschnittlich einmal eintreten werde. Wäre das viel häufiger der Fall, so müsste man annehmen, dass die Würfel gefälscht seien, was auch vorkommen kann.

So erzählte der verstorbene französische Mathematiker Bertrand, dass eines Tages ein Mann der Basilika in Gegenwart des Abbé Galiani wettete, mit drei Würfeln in einem Becher drei Sechser, oder Pasch werfen zu können. Er warf und gewann. Dieser Fall ist möglich, sagt man, denn man darf ihn durchschnittlich in 216 Würfeln einmal erwarten. Dasselbe Glück hatte der Mann beim zweiten Wurf; er legte die Würfel zum dritten, zum vierten und zum fünften Mal in den Becher, jedesmal erschienen drei Sechser.

„Sangue di Bacco“, rief der Abbé, „die Würfel sind gefälscht“, und sie waren es.

Wenn die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses grösser als $\frac{1}{2}$ ist, so sagt man, dasselbe sei wahrscheinlich; ist sie kleiner als $\frac{1}{2}$, so ist das Ereignis unwahrscheinlich. Eins und Null sind die Wahrscheinlichkeiten der Gewissheit und der Unmöglichkeit. Je kleiner der Bruch, um so unwahrscheinlicher ist das Ereignis. Unwahrscheinlichkeit schliesst aber die Möglichkeit nicht aus. Die Chancen mit drei ehrlichen Würfeln fünf mal hintereinander drei Sechser zu werfen sind durchschnittlich einmal in 2350,924,922,880 also in zirka 2350 Milliarden Fällen. Dass sie verschwindend klein sind, lehrt folgende Rechnung: Nimmt man an, ein Spieler könne den Becher in jeder Sekunde einmal werfen und rechnet man das Jahr zu 365 Tagen, so würde er durchschnittlich 75,000 Jahre Tag und Nacht spielen müssen, damit dieser Fall einmal eintrete.

Also 75,000 Jahre, eine geologische Periode, würde es brauchen, um mit ununterbrochenem Schütteln des Würfelbechers in guter Hoffnung das zu erreichen, was dem neapolitanischen Falschspieler schon in den ersten fünf Würfeln gelang.

Ein weiteres, sehr einfaches und bekanntes Beispiel der Wahrscheinlichkeitsrechnung befasst sich mit dem Aufwerfen eines Geldstückes. Es ist klar, dass Bild und Schrift gleiche Chancen haben und dass also die Wahrscheinlichkeit eines der beiden zu werfen $\frac{1}{2}$ ist. Wird nun nach der Wahrscheinlichkeit gefragt, in einer bestimmten Anzahl, sage dreissig Würfeln, Bild und Schrift in einer angegebenen Reihenfolge zu erhalten, so erkennt man, dass alle Anordnungen gleich möglich sind. Bei jedem Wurf sind zwei Möglichkeiten vorhanden und jede kann sich mit jeder der vorhergehenden verbinden. Das gibt somit für 30 Würfe 2^{30} mögliche Anordnungen von Bild und Schrift. Die Wahrscheinlichkeit einer bestimmten Reihenfolge ist demnach $1 : 2^{30} = 0,000'000'000'93133$, ein ausserordentlich kleiner Bruch. Um z. B. dreissig mal hintereinander Bild zu werfen, müsste der Versuch 136'023'424 mal wiederholt werden, um durchschnittlich einmal diesen seltenen Fall sich ereignen zu sehen.

Die Wahrscheinlichkeit einer bestimmten Reihenfolge von Rouge und Noir bei der Roulette wird in ganz ähnlicher Weise erhalten und ist noch geringer als die soeben erwähnte.

Zusammengesetzte Wahrscheinlichkeit.

Nach Definition ist die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses gleich dem Verhältnis der Anzahl der günstigen Fälle zu der Anzahl aller möglichen Fälle. Wenn man nun die günstigen Fälle in verschiedene Gruppen teilt, so ist die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses gleich der Summe der Wahrscheinlichkeiten, dass das Ereignis einer der Gruppen angehören werde.

So ist die Wahrscheinlichkeit, dass man mit drei Würfeln in einem Wurf mehr als 14 Punkte machen werde, gleich der Summe der Wahrscheinlichkeiten, dass man 15, 16, 17 oder 18 erhalten werde, also $\frac{9}{216} + \frac{6}{216} + \frac{3}{216} + \frac{1}{216} = \frac{19}{216}$.

Ein zusammengesetztes Ereignis nennt man das Zusammen treffen mehrerer Ereignisse. Dieselben, dem Zufall unterworfen, können gleichzeitig, oder in bestimmter Reihenfolge nacheinander

geschehen. Ohne hier auf die Begründung näher einzugehen, gilt das Gesetz, dass die Wahrscheinlichkeit eines zusammengesetzten Ereignisses gleich ist dem Produkt der Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Ereignisse, wobei jedoch vorausgesetzt ist, dass die einzelnen Ereignisse von einander unabhängig seien und dass ihre Wahrscheinlichkeiten sich zahlenmässig angeben lassen.

Es kann sich also nicht um Ereignisse handeln, welche dem absoluten Zufall anheimgestellt sind, wie etwa die Frage nach der Wahrscheinlichkeit, ob die Aare diesen Winter gefrieren werde, oder ob ein gewisser 40-jähriger Mann ein Alter von 60 Jahren erreichen werde.

Um eine Anwendung des soeben aufgestellten Gesetzes zu machen, sei auf das Spiel *Trente et Quarante* hingewiesen.

Dasselbe wird mit einer grossen Zahl Karten gespielt, welche sich aus der Vereinigung verschiedener vollständiger Spiele zu einem einzigen ergeben. Nach der Mischung wird eine Karte nach der andern niedergelegt, bis eine Summe über 30, aber höchstens 40 Punkten daliegt. Die Figuren zählen als 10, das As als 1 und die übrigen Karten nach ihrer Zahlenbenennung. Einem ersten Versuch folgt ein zweiter und der Spieler wettet entweder auf den ersten, oder den zweiten und gewinnt, wenn seine Wahl die andere an Punktezahl übertrifft. Sind die Summen gleich gross, so gilt das Spiel in diesem Fall nicht. Wenn beide Summen 31 sind, so hat der Bankier das Recht auf die Hälfte der Einsätze. Die Wahrscheinlichkeit für diesen Vorbehalt ist 0,021968, so dass also der Spielbesitzer bei einer Million Spielen 21,968 mal die Hälfte der Einlagen gewinnt. Wir werden noch einmal auf dieses Spiel zurückkommen.

Das Gesetz der grossen Zahlen.

Buffon, dem eines Tages die Geduld nicht fehlte, warf ein Geldstück 4040 mal in die Luft und erhielt 2048 mal Bild und 1992 mal Schrift, also 54 mal mehr Bild als Schrift. Ein solcher Ausfall hat nichts aussergewöhnliches an sich; denn die Verhältnisse dieses Versuches unterscheiden sich bloss um $\frac{54}{4040} = \frac{1}{75}$ zirka. Würde man das Geldstück eine Million mal aufwerfen, so wären Bild und Schrift beide annähernd eine halbe Million mal vertreten und das Verhältnis beider Zahlen wäre sehr wenig von der Einheit entfernt.

Wenn es auf dem Marktplatz einen ganzen Tag lang regnet, so werden alle Steine gleich nass sein. Fallen aber nur 1000 Tropfen auf 1000 Steine, so wird nicht jeder Stein einen Tropfen haben. Wenn aber 1000 Millionen fallen, so wird jeder Stein beinahe seine Million haben.

Obschon also der Zufall seine Launen hat, so wirkt eine grosse Anzahl von Wiederholungen der Ereignisse ausgleichend, so dass die durch die Erfahrung erhaltenen Zahlen den durch die bekannten Wahrscheinlichkeitswerte angegebenen Häufigkeiten entsprechen. Der Zufall wird einigermaßen durch die grosse Anzahl Wiederholungen aufgehoben.

Darin liegt das von Poisson aufgestellte *Gesetz der grossen Zahlen* ausgesprochen und das genauer formuliert etwa so lautet:

Ist p die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses und werden die Bedingungen desselben s mal wiederholt, wobei es wirklich m mal eintritt, so kann bei einer genügend grossen Anzahl von Wiederholungen der Unterschied von p und dem Bruch $\frac{m}{s}$ so klein wie man wünscht gemacht werden.

Diese Gesetzmässigkeit im Zufall liegt sonderbarer Weise oft in den aus strengsten Gesetzen abgeleiteten Zahlen ausgesprochen. Von 10'000 aufeinanderfolgenden Zahlen einer 10stelligen Logarithmen-Tabelle nehme man z. B. je die siebente Stelle. In dieser Wahl ist nichts dem Zufall überlassen; denn die Algebra regiert hier alles nach einem strengen Verkettungsgesetz. Zählt man indessen die 10'000 Ziffern, so findet man darunter 990 mal die Ziffer 0, 997 mal 1, 993 mal 2, 1012 mal 4 etc.; also beinahe 1000 für jede Ziffer.

Warum sollten nicht einzelne Ziffern besonders bevorzugt sein?

Das Mittel einer grossen Anzahl von Messungen ist immer viel genauer, als die einzelne Messung, sobald die konstanten Fehler ausgeschieden werden. Fourier erkannte, oder vermutete diese Regel. Um die Höhe der Cheops-Pyramide zu erhalten, liess er einfach die 203 Tritte der riesigen Treppe durch Soldaten messen und dividierte dann die Summe der erhaltenen Resultate durch die Anzahl der messenden Soldaten.

Quetelet hingegen ging in der Anwendung der Durchschnittsrechnung zu weit, indem er den Begriff Mensch unabhängig von jedem als zufällige Erscheinung betrachteten Einzelnen definierte.

Quetelet mass die Grössen von 20'000 Soldaten und fand als Durchschnittshöhe 1,75 m. Nach ihm sollte also der ideale, normal gebaute Mann 175 cm hoch sein.

Ein Skandal wäre sofort da, wenn man das gleiche Prinzip auch auf die Intelligenz, Charaktereigenschaften und Lebensbedingungen anwenden wollte.

Wahrscheinlichkeit der Ursachen.

Betrand spricht den schönen Satz aus, dass es der höchste Zweck der Wissenschaft sei, die Erscheinungen und Tatsachen deshalb zu studieren, um ihre Ursachen zu erkennen. Wie bei allem, was unsicher ist, wird es sich in diesem Bestreben oft um die Feststellung der Wahrscheinlichkeit vermuteter Ursachen handeln, im engeren Sinne natürlich nur um Zufälle, welche ein beobachtetes Ereignis begleiten, oder ihm vorausgegangen sind.

Spiele ich z. B. Kreuzjass mit drei ehrlichen Herren, so habe ich in 935 Spielen 2 Chancen, alle vier Asse zu erhalten. Das folgt a priori als Wahrscheinlichkeit der Wirkungen.

Tue ich dasselbe mit vier unbekanntem Herren und muss ich erfahren, dass ich schon zum zehnten Male, wenn ein bestimmter von den Herren die Karten austeilte, vier Siebner erhielt, so kann ich nach der Wahrscheinlichkeit fragen, ob dieser Herr ein Gauner sei.

Das nennt man eine a posteriori festzustellende Wahrscheinlichkeit, eine Wahrscheinlichkeit der Ursache.

Als zweites Beispiel sei das Missgeschick eines Pächters einer Spielbank erwähnt, der eine neue Roulette einstellte. Das Instrument zeigte auf 10'000 Drehungen 5300 mal Rouge und 4700 mal Noire. Der Käufer verweigerte hierauf die Zahlung und forderte Schadenersatz, weil seine Spielkunden das Vorherrschen von Rot bemerkt und dadurch profitiert hätten. Darob entspinnt sich ein Prozess und man beruft sich beidseitig auf die Wahrscheinlichkeitsrechnung.

Der Pächter sagt, dass ein solch abnormer Ausfall sich noch nie gezeigt hätte und dass die Konstruktion der Roulette mangelhaft sein müsse.

Der Fabrikant hingegen behauptet, dass die sich a posteriori ergebende Wahrscheinlichkeit von 0,53 bei einer Differenz von 0,03 von der sich theoretisch ergebenden nichts ausserordentliches sei.

Eine andere Rechnung eines Experten, auf die hier aus technischen Gründen nicht eingegangen werden kann, zeigt aber, dass die Wahrscheinlichkeit eines solchen Ausfalles sehr gering ist und der mittlere Ausfall bei 10'000 Versuchen bloss 34 beträgt, so dass also die Wahrscheinlichkeit einer besondern Ursache, z. B. eines Konstruktionsfehlers, sehr gross sei.

Gesetze der Beobachtungsfehler. Theorie der Mittel.

Ein strenges Wahrscheinlichkeitsgesetz der Beobachtungsfehler variiert ohne Zweifel mit der gemessenen Grösse, mit der Genauigkeit des Instrumentes und mit der Geschicklichkeit des Beobachters und ist dem Mathematiker unzugänglich.

Gauss jedoch leitete, einem sehr einfachen Gedankengang folgend, ein Gesetz ab, für das zwar kein zwingender Grund vorliegt, welches aber durch die Konsequenzen, welche daraus gezogen werden können, gerechtfertigt ist, und das wie folgt lautet:

Wenn mehrere direkte Messungen derselben Grösse dasselbe Vertrauen bezüglich ihrer Genauigkeit verdienen, so ist das arithmetische Mittel derselben der wahrscheinlichste Wert der Grösse.

Dieses Postulat wurde von den meisten Beobachtern gebraucht, bevor Gauss es zur Grundlage seiner Theorie machte. Dieselbe hat sich seither so entwickelt und wurde in solchem Masse vervollkommenet, dass sie bei allen exakten Messungen der Physik, Astronomie und Vermessungskunde eine äusserst wichtige Rolle spielt.

Bei vielen zu messenden Grössen sind die verschiedenen Arten der Beobachtungsfehler in einem bestimmten vorgeschriebenen Abhängigkeitsgesetz und ihre Ausgleichung geschieht durch die „Methode der kleinsten Quadrate“. Für den wahrscheinlichsten Wert muss die Summe der Fehlerquadrate ein Minimum sein.

Merkwürdig ist es, dass die Häufigkeit der Fehler, welche bei einer sehr grossen Anzahl von Beobachtungen oder Messungen derselben Grösse gemacht werden, sowie die Abweichungen von der a priori festgestellten Wahrscheinlichkeit bei einer grossen Anzahl von wiederholten Versuchen ein ganz bestimmtes Gesetz befolgen. Trägt man die Fehler oder Abweichungen als Abscissen und ihre Wahrscheinlichkeit als Ordinaten auf, so ergibt sich eine nach links und rechts absinkende, sich an die Abscissenaxe anschmiegende Kurve, die sogenannte Fehlerhäufigkeitskurve.

Eine interessante Anwendung ergibt sich auf das Spiel mit zwei Würfeln. Wirft man zwei Würfel in einem Becher 6000 mal nacheinander, so ist die wahrscheinlichste Anzahl zwei gleiche Nummern zu erhalten 1000. Im Mittel beträgt die Abweichung von dieser Zahl etwas über 23, so dass sich auf 6000 Würfe durchschnittlich 1023, oder 977 einstellen. Macht man nun 1000 Serien von je 6000 Würfeln und wäre der mittlere Wert der Abweichungen unter 10, anstatt 23, so könnte man mit beinahe unfehlbarer Sicherheit annehmen, dass eine besondere Ursache diese Erscheinung hervorgebracht habe.

Auch in der Biologie hat das Prinzip der Fehlerhäufigkeitskurve interessante Tatsachen zu Tage gefördert. Ordnet man z. B. die Samen einer bestimmten Pflanzenart nach ihrer Grösse und trägt diese Grössen als Abscissen auf und die relative Häufigkeit der Samen verschiedener Grössen entsprechend als Ordinaten, so ergibt sich eine Häufigkeitskurve, deren Form je nach der Art der Wahrscheinlichkeitskurve mehr oder weniger ähnlich ist. Jede Art ist durch eine ganz besondere Kurve charakterisiert und kann umgekehrt aus einer solchen Kurve erkannt werden.

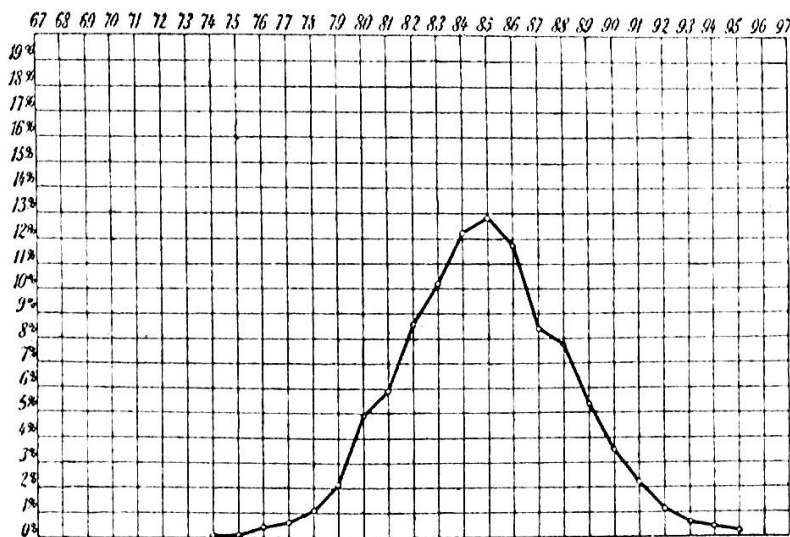


Fig. 1.

Verteilung der Kopfindizes bei 2545 20-jährigen Heerespflichtigen der Stadt Dresden [relativ viel Kurzköpfe].

In Fig. 1 und 2 sind Kurven gezeichnet, welche die Verteilung der Kopfindizes bei deutschen und schwedischen Heerespflichtigen zeigen. In horizontaler Richtung sind die Indizes als Abszissen und vertikal-prozentual die Anzahlen der mit den betreffenden

Indizes behafteten Soldaten angegeben. Man sieht, dass nach der untern und obern Indizesgrenze hin die Prozente der Gesamtzahl abnehmen. Jede der beiden biometrischen Kurven charakterisiert übrigens ihrer Form nach die Schädelbauart des betreffenden Menschenschlages.

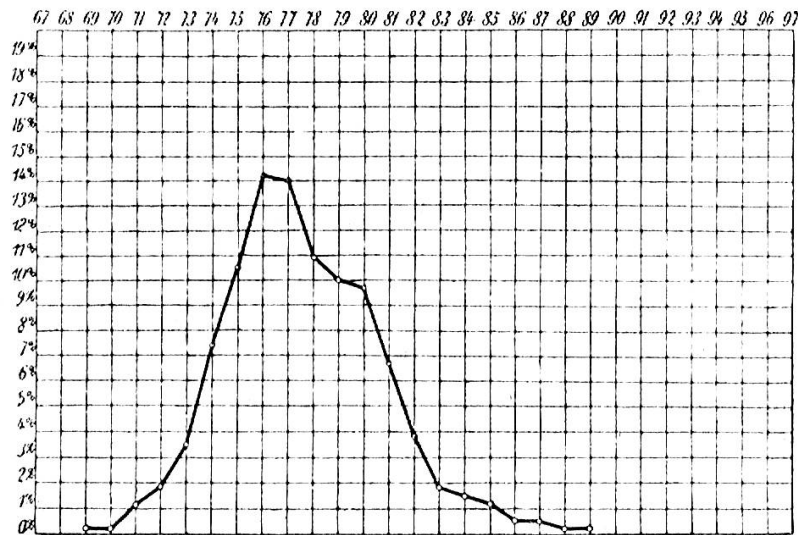


Fig. 2.

Verteilung der Kopfindizes bei 598 21—22-jährigen Soldaten des 5. Grenadier-Regimentes in Malmslätt (Schweden) [relativ viel Langköpfe].

Die Gesetze der Statistik.

Nach der deutschen Sterblichkeitstabelle beträgt in Deutschland die Wahrscheinlichkeit, dass durchschnittlich ein 30-jähriger Mann nach 10 Jahren noch lebe 0,8957, so dass also von 54'454 30-jährigen Männern 48'775 ein Alter von 40 Jahren erreichen. Hier ist es auch wieder das Gesetz der grossen Zahlen, welches ausgleichend wirkt und auf welches sich die verschiedenen Lebensversicherungen stützen. Nach der a posteriori festgestellten Wahrscheinlichkeit der Sterblichkeitstabellen werden somit die verschiedenartigsten Berechnungen von Policen, Prämien, u. s. w., ausgeführt. Ähnlich verhält es sich mit den Berechnungen so vieler anderer Versicherungsinstitute, z. B. der Feuer- und Hagelversicherung und der Unfalls- und Altersversicherung.

Es ist natürlich in der bei einem Vortrage verfügbaren Zeit unmöglich, auf die Grundlagen solcher Rechnungen und der Aufstellung von Versicherungs- und Mortalitätstabellen einzutreten und es soll bloß auf einige interessante Ergebnisse hingewiesen werden.

Der englische Versicherungsmathematiker Makeham fand durch analytische Betrachtungen als Gesetz für die Anzahl im Verlaufe der Jahre noch Lebenden die Formel

$$\Phi(Z) = G \cdot e^{H \cdot e^{KZ}},$$

in welcher die Konstanten auf Grundlage des statistischen Materials der zwanzig englischen Versicherungs-Gesellschaften sich ergeben als $G = 941,16$; $H = -0,0065461$, $K = 0,0714855$. Sind also durchschnittlich aus einer grossen Zahl 890 Menschen im 30. Lebensjahre, so sind im Verlaufe der in der Tabelle angegebenen Jahre 1) nach der Rechnung, 2) nach der Erfahrung der 20 englischen Gesellschaften noch am Leben:

	Nach der Rechnung:	Nach den 20 engl. Gesellschaften:
30-jährige	890	890
35 "	868	854
40 "	839	813
45 "	799	796
50 "	745	718
55 "	674	657
60 "	584	584
65 "	475	491
70 "	354	382
75 "	233	259
80 "	124	142
85 "	54	59
90 "	16	16

Die Resultate der Rechnung und der Erfahrung stimmen also verhältnismässig ziemlich gut überein.

Nach der Mortalitätstabelle der schweizerischen Rentenanstalt in Zürich beträgt die mittlere Lebensdauer für die Schweiz zirka 34 Jahre. Im ersten Lebensjahre sterben von 10'000 Neugeborenen 2500, oder $\frac{1}{4}$. Von diesen 10'000 sind nach 30 Jahren noch etwa 5055, nach 50 Jahren noch 3835, nach 70 Jahren noch 1575, nach 95 Jahren noch durchschnittlich einer am Leben.

Im 16. Jahrhundert war die mittlere Lebensdauer bloss 18, im 17. Jahrhundert 23 Jahre. In der ersten Hälfte des 18. Jahrhunderts war nach Demonferand 32 die mittlere Lebensdauer. Man erkennt daraus, dass mit fortschreitender Zivilisation die mittlere Lebensdauer beständig gewachsen ist.

Schon seit mehr als zwei Jahrhunderten wurde die Verteilung der Geburten auf die beiden Geschlechter studiert und zwar liegen statistische Angaben von über 200 Millionen Geburten vor, welche ohne Ausnahme bestätigen, dass in allen Ländern das Verhältnis der Geburten zwischen Mädchen und Knaben wie 100 zu 104 bis 108 ist. Die Wahrscheinlichkeitsrechnung lehrt, dass ein konstanter Überschuss dieser Art höchst wahrscheinlich nicht ein Spiel des Zufalls ist, sondern dass eine besondere Ursache für diese Erscheinung vorhanden sein muss.

Welches diese Ursache ist, hat, soweit mir bekannt ist, bis dahin noch niemand einwandfrei herausgebracht.

Dass die Wahrscheinlichkeitsrechnung auch in andern statistischen Gebieten mit grossem Nutzen angewendet wird und wertvolle Aufschlüsse zu geben imstande ist, braucht nach dem bisher gesagten nicht erst erläutert zu werden.

Die Glücksspiele und der Ruin der Spieler.

Bei jedem Spiel treten gewisse Chancen für diese oder jene Kombination auf und es war die Beurteilung solcher Chancen, welche Pascal und Fermat zu den Grundlagen des Calcul des Probabilités führte. Die Rechnung hat es natürlich nicht mit den subjektiven Empfindungen der einzelnen Spieler zu tun und sie schiebt, um mit Cantor zu sprechen, die Seelenempfindung, welche der Hoffnung zugesellt ist, wenn sie dieselbe nicht bildet, ebenso auf die Seite, wie die mit Angst oder Besorgnis verknüpfte Seelenempfindung der Unlust. Die Rechnung hat es nur mit den Vermögensvorteilen und -nachteilen zu tun und nennt mathematische Hoffnung das Produkt aus einem zu erwartenden Gewinn und der Wahrscheinlichkeit ihn zu erlangen.

Von den vielen Glücksspielen seien der Kürze halber nur einige der wichtigsten erwähnt.

Das Lottospiel. Nach Cantor wurden in Genua zu Anfang des 17. Jahrhunderts unter 100 Senatoren erst halbjährlich, dann jährlich 5 durch das Los für die höchsten Ehrenstellen bestimmt. Ein Ratsherr Benetto Gentile führte Wetten darauf ein, dass dieser oder jener Name werde gezogen werden, und einige genuesische Bankiers versprachen jedem, der eine solche Wette zu wagen geneigt sei, den 20'000-fachen Betrag seines Einsatzes, wenn er alle

5 Namen rate, entsprechend weniger, wenn nur 4 oder 3 Namen erraten werden sollten. Allmählich übernahm der Staat selbst dieses für den Unternehmer höchst gewinnreiche Spiel, indem an die Stelle der 100 Namen 90 Nummern traten, deren 5 gezogen wurden, und so entstand wahrscheinlich im Jahre 1620 das genuesische Zahlenlotto.

Es fand vielfache Nachahmung in Italien, Österreich, in Frankreich, in Preussen, in andern deutschen Staaten, wo überall ein grosser Gewinn aus dem Spiele gezogen wurde. Allmählich wurde aber die Schädlichkeit dieser Einrichtung für den Volkswohlstand und die öffentliche Moral erkannt, und ein Staat nach dem andern schaffte das Lotto wieder ab. Heute ist es nur noch in Österreich und Italien geduldet.

Die Art des Spieles ergibt sich aus dem Vorhergehenden:

Man wettet darauf, dass 1, 2, 3, 4, 5 Nummern unter den 5 aus einem Gefäss mit 90 Nummern blindlings gezogenen Nummern sich befinden sollen. Das Erraten einer Nummer heisst ein Auszug, von zwei, drei, vier, fünf Nummern entsprechend Ambe, Terne, Quaterne, Quine. Die Wahrscheinlichkeiten derselben sind der Reihe nach $\frac{1}{18}$, $\frac{2}{801}$, $\frac{1}{11748}$, $\frac{1}{511038}$, $\frac{1}{39949268}$. Wäre das Spiel für Spieler und Lotteriebesitzer gleich günstig verabredet, so müsste also der Bankier für diese Fälle den 18-, 400-, 11748-fachen Betrag, etc., des Einsatzes ausbezahlen. Da aber der Bankier aus dem Spiel einen Vorteil haben will, so werden die ausbezahlten Beträge bedeutend geringer angesetzt. So zahlte z. B. Frankreich für einen Auszug, eine Ambe, Terne, Quaterne, Quine bezüglich das 15-, 270-, 5500-, 70'000-, 1'000'000-fache des Einsatzes. Zudem waren noch andere Vergünstigungen für den Spielgeber, so dass das Zahlenlotto sich meistens recht einträglich zeigte. Im Jahre 1804 erzielte z. B. Preussen damit einen Reingewinn von M. 1'494'480.

In Italien wird zur Zeit ein bestimmter Auszug mit $52\frac{1}{2}$, eine Ambe mit 250, eine Terne mit 4250, eine Quaterne mit 60'000 bezahlt, wenn der Einsatz 1 betrug. Mehr als 400'000 Lire auf einen Gewinn wird überhaupt nicht ausbezahlt.

Auch in der Schweiz, in dem Walliser Badeort Saxon existierte von 1847 bis 1879 eine von der Walliser Regierung konzessionierte Spielbank. Ihre endgültige Aufhebung geschah auf Grund des Art. 35 der Bundesverfassung von 1874, welcher lautet:

„Die Errichtung von Spielbanken ist untersagt.

Die zur Zeit bestehenden Spielhäuser müssen am 31. Christmonat 1877 geschlossen werden.

Allfällig seit dem Anfang des Jahres 1871 erteilte oder erneuerte Konzessionen werden als ungültig erklärt.

Der Bund kann auch in Beziehung auf die Lotterie geeignete Massnahmen treffen.“

Wie man sieht, hat die Bundesversammlung die Frist der Spielbank von Saxon um 2 Jahre über den verfassungsmässigen Termin hinaus verlängert.

Im Jahre 1896 erklärte der Bundesrat durch Beschluss das im Genfer Kursaal praktizierte „jeu des petits chevaux“ nach dem System „aux tables“ als verfassungswidrig.

Im Jahre 1897 wurde jedoch aus Rücksicht auf die Fremdenindustrie das gleiche Rösslspiel mit mässigen Einsätzen, im Maximum 5 Fr. wieder als zulässig erklärt.

Das Rösslspiel wird mit 9 Pferdchen gespielt, von welchen das Eintreffen eines bestimmten derselben die Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{9}$ hat. Ein Spieler setzt auf eines der 9 Pferdchen und wenn seine Nummer kommt, so erhält er das 8-fache des Einsatzes, oder auf 4 von 9 Pferdchen und doppelter Bezahlung des Einsatzes. Der Vorteil der Bank ist somit beinahe der neunte Teil aller Einsätze.

Die Gesetzgebung über das Lotteriewesen, ist bis dahin den Kantonen überlassen worden und es wird in dieser Richtung, namentlich in neuerer Zeit, viel Unfug getrieben.

Auch wo gegen das Lotteriewesen strenge Bestimmungen herrschen, werden dieselben oft mit der grössten Unverfrorenheit umgangen.

Die „Basler Nachrichten“ vom 11. Juli 1909 brachten eine Korrespondenz: *Neues vom „harmlosen“ Rösslspiel*, welche im Anschluss an das vorhergehende verdient, hier wiederholt zu werden.

„ . . . Doch ein anderes Bild! „Interlakens jüngster grosser Wurf,“ siehe Saisonchronik der „Basler Nachrichten“ vom 20. Juni: Die neuen festlichen Hallen und prunkenden Säle des Kurhauses Interlaken wurden am 12. Juni durch eine gediegene Einweihungsfeier unter Mitwirkung der Behörden eröffnet; sie stehen, was Eleganz betrifft auf der Höhe der Anforderungen, selbst der verwöhntesten Fremden. Die Beschreibung gab davon ein gutes Bild, wir vermissen in dieser Schilderung bloss eines: die Erwähnung

des Spielsaales mit ebenfalls äusserst eleganter Einrichtung. Das frühere „harmlose“ Rösslspiel hat einer Variante der Roulette weichen müssen, dem „Jeu du chemin de fer“.

Das Spiel, wie es hier getrieben wird, ähnelt zum Verwechseln der verpönten Roulette, nur liegen die Chancen ungleich günstiger für den Bankhalter. Nicht eines von 36, sondern 2 von 18 Feldern bringen der Bank eine sichere Ernte. Statt der fatalen zéro, bei deren Erscheinen alle Einsätze auf rouge et noir, pair et impair verloren gehen, haben wir hier die beiden Felder „Jungfrau“ und „Interlaken“, welche alle Einsätze auf Rot und Blau, 1. und 2. Klasse (dies sind die Interlakuer Varianten für rouge et noir, pair et impair) in den Rachen des Spielpächters verschwinden lassen. Im übrigen werden im Falle des Gewinns die Einsätze des Spielers, soviel wir beobachten konnten, auf Rot und Blau, 1. und 2. Klasse einmal, Einsätze auf einer siegreichen Stadt sechsmal, Einsätze auf „Interlaken“ oder „Jungfrau“ zehnmal herausbezahlt. Für eine gewisse Aufregung ist also gesorgt.

Auf ein Glockenzeichen in der ersten Pause der Konzerte rennt alles in den Spielsaal; beim Wiederbeginn des Konzertes verlässt ihn aber nur ein Bruchteil der Gäste wieder, während die eingefleischten Spieler unentwegt am grünen Tisch verweilen. Man soll auch nicht sagen, dass dieses Spiel bloss ein harmloser Zeitvertreib sei; denn z. B. der kalt und energisch dreinblickende Berliner, welcher an jenem Abend Schlag auf Schlag seine Fünffrankentaler setzte und enormes Glück hatte, trug eine ausgeprägte Spielerphysiognomie und kam nicht bloss zum Zeitvertreib. Es sind auch nicht bloss fremde Elemente, die sich um den Spieltisch drängen, sondern manche Einheimische tun dies mit, denn jeder städtisch Gekleidete wird ohne weiteres zugelassen. Wir sahen auch einen schweizerischen Offizier in Uniform sich mit Hingebung dem Spiele widmen. Wenn man nun ferner bedenkt, dass das Spiel ungemein rasch vor sich geht — das monotone „Faites votre jeu!“ „Rien ne va plus!“ und die Verkündigung des siegreichen Feldes nimmt jeweilen, wie wir mit der Uhr in der Hand konstatierten, genau eine halbe Minute in Anspruch —, so kann man auch nicht sagen, dass bloss kleine Summen riskiert werden können. 120 Coups in der Stunde, resp. in der regelmässigen Spielzeit von 4 Stunden während der Nachmittags- und Abendkonzerte, rund 500 Einsätze zu 5 Fr., gleich 2500 Fr. im Lauf eines Abends, können leicht von

einem Spieler gesetzt werden, auch wenn er davon absieht, auf 3 Felder zugleich zu setzen, z. B. auf Paris, Rot und 1. Klasse.

Also das Fazit unserer Beobachtungen ist: Es wird mit Leidenschaft gespielt; der Einsatz ist nicht so geringfügig als man es oft darstellt; der Verlust eventuell der Gewinn eines Spielers an einem Tage kann in die Tausende gehen; es wird rastlos und nicht bloss in den Konzertpausen gespielt; das Spiel selbst hat alle Allüren der Roulette; einzig das bescheidenere Maximum unterscheidet dieses Spiel von demjenigen Monte Carlos.

* * *

Eine Mahnung zum eidgenössischen Aufsehen ist von Zeit zu Zeit am Platze. Es darf begrüsst werden, dass die Kantonsbehörden Graubündens resolut die Einrichtung von Spielsälen neuerdings verboten haben, während man es tief beklagen muss, dass die Tessiner Regierung kürzlich solche Konzessionen erteilt hat.“

In Deutschland ist das Lotteriewesen, trotz der Aufhebung der Spielbanken anerkanntermassen zu einem nationalen Übel geworden, das wie ein Krebschaden immer tiefere Wurzeln schlägt.

Die bekanntesten Glücksspiele der eigentlichen Spielbanken sind die Roulette, Rouge et Noir und Trente et Quarante.

Die deutsche *Roulette* ist in 18, die grosse oder italienische in 38 Fächer eingeteilt, welche am äussern Rande durch kleine Seitenwändchen von einander getrennt sind und die Nummern von 1—36 tragen und abwechselnd rot und schwarz angestrichen sind. Die zwei letzten Fächer sind die zéro und double zéro, welche durch ihre grelle Farbe hervorstechen. Auf dem grünen Teppich des Spieltisches ist eine Tabelle angelegt, die nicht nur in bestimmter Ordnung diese Zahlen verzeichnet, sondern auch besondere Abteilungen für Noir und Rouge, Pair und Impair, Manque und Pass enthält. Diese Abteilungen gewinnen oder verlieren, je nachdem die gewinnende Nummer schwarz oder rot, gerade oder ungerade, über oder unter 18 beträgt. Bevor der Spielleiter oder Croupier die Scheibe in Drehung versetzt, haben sämtliche Spielende oder Pointeure eine oder mehrere Nummern oder Abteilungen zu besetzen. Nachdem nun die Scheibe in rasche Umdrehung versetzt ist, wirft der Croupier ein Elfenbeinkügelchen in entgegengesetzter Richtung auf die Scheibe in kreisende Bewegung. Nach kurzer Zeit fällt dasselbe in eines der Fächer hinein und der Croupier ruft nun die

Nummer und ihre Eigenschaft. Die auf den gewinnenden Feldern stehenden Sätze hat er dann zu bezahlen, die andern zieht er ein. Zéro und double zéro und Nummern, wenn sie getroffen werden, bringen das 36-fache des Einsatzes. Gerade und Ungerade, Gross und Klein, Schwarz und Rot, werden einfach bezahlt. Läuft die Kugel auf zéro, so verlieren Schwarz, Gross und Gerade, während Rot, Klein und Ungerade ihre Einsätze ohne Verlust zurückziehen dürfen. Umgekehrt verhält es sich beim Einlaufen des Kügelchens auf die double zéro.

Beim *Rouge et Noir*, von welchem schon früher die Rede war, kommen sechs vollständige Whistspiele, als $6 \cdot 52 = 312$ Karten zur Verwendung. Die Zahl der Pointeure ist unbeschränkt. Der Spieltisch ist in ein schwarzes und rotes Feld geteilt. Nachdem die Karten gemischt sind ruft der Croupier: „Le jeu est fait“ und legt nun die Karten in zwei Serien, deren Punktzahl zwischen 30 und 40 liegen muss, in der früher schon angegebenen Weise auf den Tisch. Die erste Serie gehört dem Rouge, die zweite dem Noir. Die Serie mit der höhern Punktezahl und die entsprechende Farbe gewinnt. Der Croupier ruft „le rouge gagne“, im andern Fall „le rouge perd“ und zahlt die Einsätze der gewinnenden Pointeure einfach, während die übrigen Einsätze eingezogen werden. Haben beide Serien dieselbe Punktzahl, so ruft der Croupier „après“, das Spiel gilt nichts und es werden zwei neue Serien abgelegt. Haben beide die gleiche Punktezahl 31, was durch die Worte „refait de trent-un“ ausgerufen wird und bei 100 Doppelserien durchschnittlich etwa zweimal eintritt, so gewinnt die Bank die Hälfte der Einsätze. Nimmt man somit den durchschnittlichen Betrag per Spiel zu 1000 Fr. an und werden an einem Abend bei diesem Spiel 500 Doppelserien gespielt, so gewinnt die Bank dabei durchschnittlich 5000 Fr.

Das *Spiel Trente et Quarante* unterscheidet sich dadurch von Rouge et Noir, dass zu den Feldern für Rot und Schwarz noch zwei für *Couleur* und *Inverse* hinzukommen. Der Satz auf *Couleur* gewinnt, wenn die erste vom Croupier aufgeschlagene Karte die Farbe der im Punktespiel gewinnenden Partei trug; der Satz auf *Inverse* im entgegengesetzten Fall.

Neben diesen Bemerkungen mehr allgemeiner Natur über die üblichen Spiele wird es von Interesse sein, noch etwas eingehender über die berühmteste Spielbank der Welt, *Monte Carlo*, zu berichten.

In diesem modernen Meka, das alljährlich viele Tausende von Pilgern heranzieht, die hier mühelos Reichtümer zu erlangen hoffen, werden als Hauptspiele auch Roulette und Trente et Quarante aufgeführt. Die Roulette ist hier insofern von den früher beschriebenen verschieden, dass sich bei derselben nur eine Zéro befindet, wie Fig. 3 veranschaulicht. Die weiss gehaltenen Felder und Buchstaben stellen rot, die übrigen schwarz dar. Zur Aufnahme der

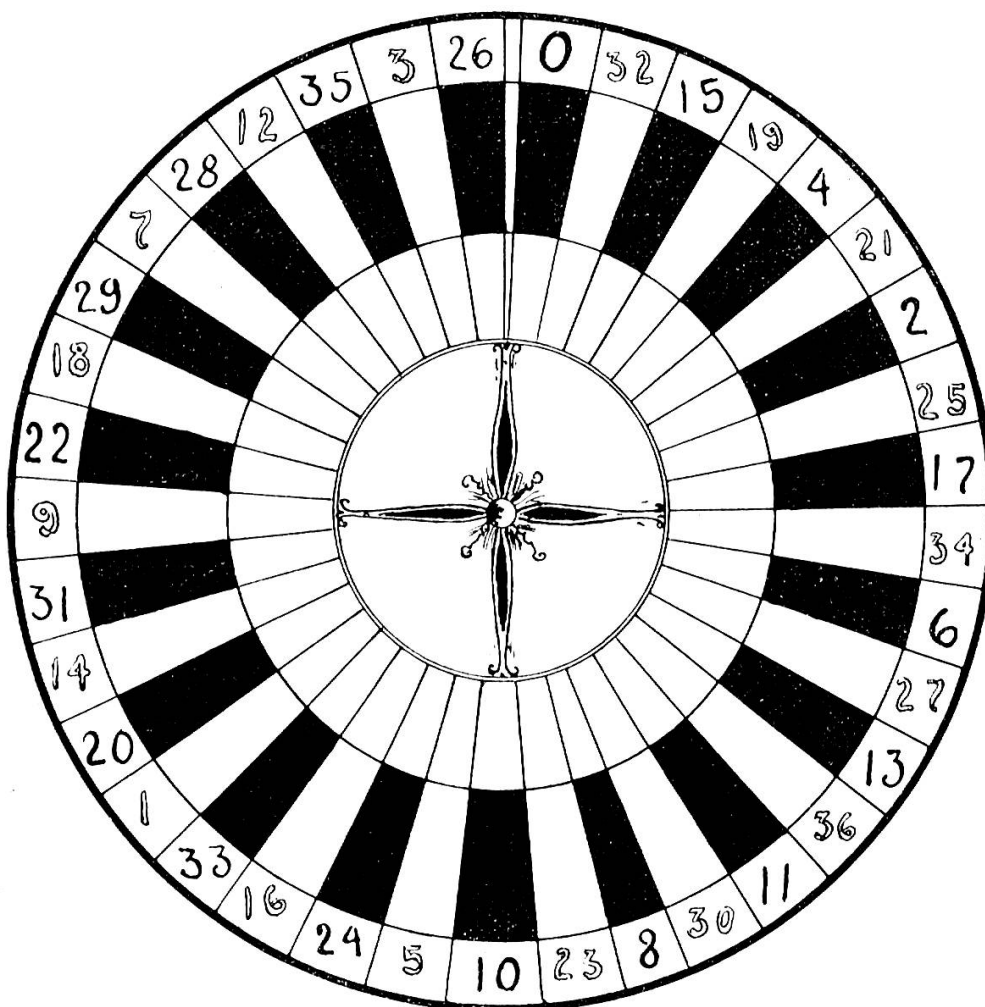


Fig. 3.

Einsätze sind die beiden Seiten der Tische bestimmt und zwar nach der Anordnung der Fig. 4. Auf den Schmalseiten sind ferner noch drei Felder mit den Bezeichnungen P_{12} , M_{12} , D_{12} vorhanden, welche bedeuten: Première Douzaine (d. h. die Zahlen 1—12), Douzaine Milieu (12—24), Dernière Douzaine (25—36). Unter den Nummern 34, 35, 36 befinden sich schliesslich noch drei Felder zur Aufnahme der Einsätze auf die darüberliegenden Zahlenreihen (Colonnes) von je 12 Nummern.

Die Art zu setzen ist bei der Roulette in Monte Carlo recht mannigfach. Im allgemeinen entspricht die Höhe des eventuellen Gewinnes dem eingegangenen Risiko, wobei jedoch die Rechnung zum Vorteil der Bank so geschieht, dass sie unter je 37 Coups eine Chance, nämlich die Zéro hat. Das macht also auf 100 Fälle $100 : 37 = 2,7\%$ aller Fälle. Auf den mehrfachen Chancen gewinnt also die Bank auf die Dauer unbedingt $2,7\%$, auf den ein-

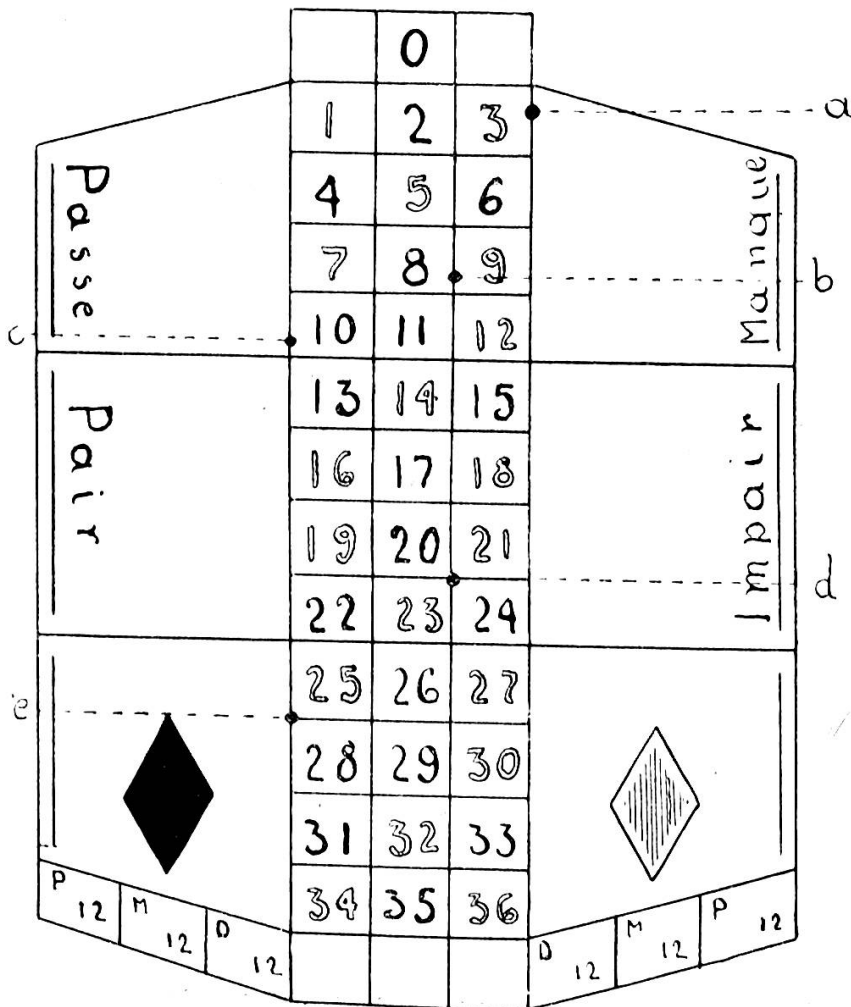


Fig. 4.

fachen Chancen $1,35\%$ aller Einsätze. Der kleinste Einsatz beträgt 5 Franken, der höchste so viel, dass die Bank dem Spieler im Gewinnfalle nicht mehr als 6000 Franken auszuzahlen braucht. Die Buchstaben der Fig. 2 zeigen, wie man (a) eine einzelne Nummer, (b) gleichzeitig zwei benachbarte Nummern, (c) die drei Nummern einer Transversale, (d) die vier Nummern einer Carré und (e) die sechs Nummern einer Sixaine besetzt. Im Gewinnfalle erhält man bei (a) ausser dem Einsatz das 35-fache desselben, bei (b) das

17-fache, bei (c) das 11-fache, bei (d) das 8-fache, bei (e) das 5-fache. Kommt eine Douzaine, auf die man gesetzt hat, heraus (Wahrscheinlichkeit $\frac{12}{37} = \text{beinahe } \frac{1}{3}$), so erhält man ausser dem Einsatz das doppelte desselben. Den mehrfachen Chancen stehen die einfachen, nämlich Rouge, Noir, Pair, Impair, Passe, Manque gegenüber. Hier werden nämlich immer gleichzeitig 18 Nummern gespielt, so dass die Wahrscheinlichkeit eines Gewinnes $\frac{18}{37}$, eines

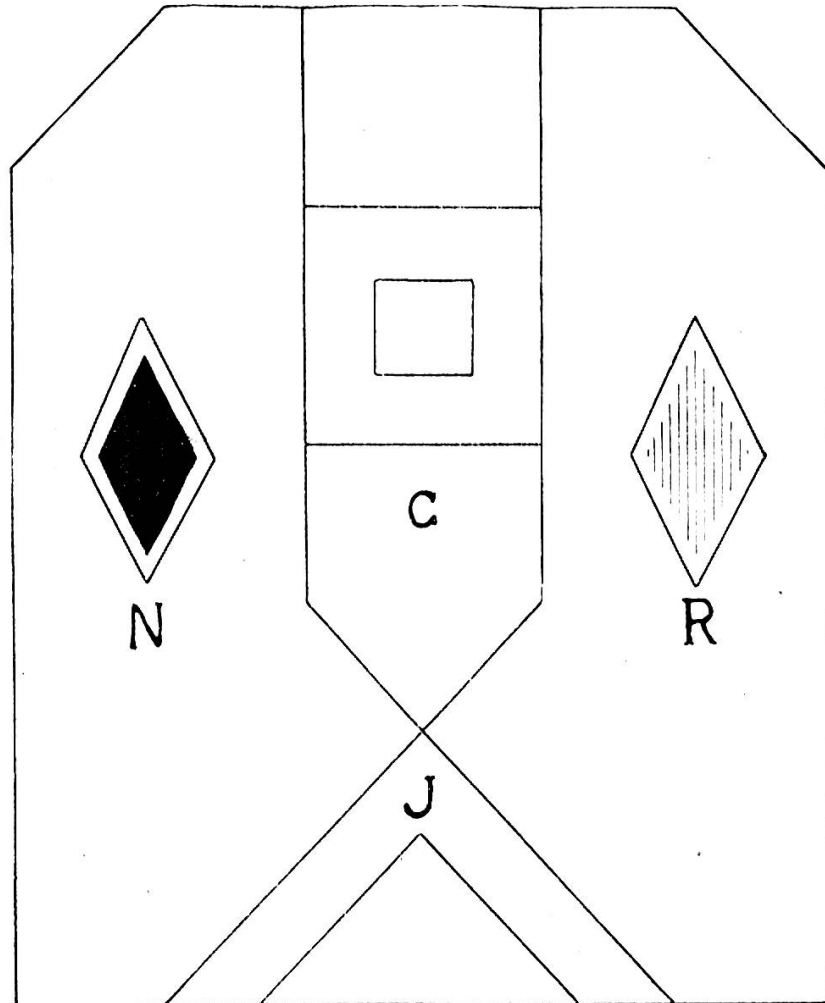


Fig. 5.

Verlustes $\frac{19}{37}$ ist und sich also die Chancen von Gewinn und Verlust wie 18 : 19 verhalten. Kommt die Kugel auf das mit 0 bezeichnete Fach (Zéro), so gewinnen alle Sätze auf Zéro selbst und auf Chancen, an denen Zéro beteiligt ist, z. B. auf $\frac{0}{1}$, $\frac{0}{2}$, $\frac{0}{3}$; dagegen sind sämtliche Einsätze auf den übrigen mehrfachen Chancen ganz, die auf den einfachen zur Hälfte verloren.

Fig. 5 zeigt die Einteilung des Spieltisches bei Trente-et-Quarante, wo die Buchstaben N, R, C, I, Noir, Rouge, Couleur,

Inverse bezeichnen. Der kleinste Einsatz beträgt 20 Franken, der höchste 12'000 Franken. Die Wahrscheinlichkeitsrechnung für den Gewinn der Bank kann wie folgt angesetzt werden. Wenn man sechs und mehr vollständige Spiele mischt, so ist die Anzahl der Karten gross genug, um den Einfluss der ersten gezogenen Karten auf das Erscheinen der übrigen nicht merklich zu beeinflussen.

Die Summe 1 kann nur beim ersten Coup auftreten durch ein As. Die Wahrscheinlichkeit P_1 derselben ist somit

$$P_1 = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}.$$

Die Summe 2 kann auf zwei Arten hervorgehen, nämlich 2 beim ersten Coup, oder As im ersten und As im zweiten Coup; ihre Wahrscheinlichkeit ist somit

$$P_2 = \frac{1}{13} + \frac{1}{13^2} = \frac{1}{13} \left(1 + \frac{1}{13} \right).$$

Die Summe 3 ergibt sich auf drei Arten: 3 im ersten Coup; 2 unter ein oder zwei Malen und darauf ein As; mit einem As anfangen und darauf eine 2 bringen. Daraus folgt

$$P_3 = \frac{1}{13} + \frac{1}{13} \cdot P_2 + \frac{1}{13^2} = \frac{1}{13} \left(1 + \frac{1}{13} \right)^2.$$

So lang $n < 10$ hat man allgemein

$$P_n = \frac{1}{13} + \frac{1}{13} \cdot P_1 + \frac{1}{13} \cdot P_2 + \dots + \frac{1}{13} P_{n-1}.$$

Auf diese Weise findet man

$P_1 = 0,076927$	$P_6 = 0,111424$
$P_2 = 0,082846$	$P_7 = 0,117995$
$P_3 = 0,089212$	$P_8 = 0,129226$
$P_4 = 0,096075$	$P_9 = 0,139166.$
$P_5 = 0,108465$	

Von der Summe 10 an sind jedoch die Bedingungen etwas anders, indem nämlich vier Karten, die Zehn und die Figurenkarten auch 10 Punkte bringen können. Somit

$$P_{10} = \frac{4}{13} + \frac{1}{13} (P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_9) = 0,380641.$$

Über 10 hinaus hat man die der vorigen analog gebaute Formel

$$P_n = \frac{1}{13} (P_{n-1} + P_{n-2} + \dots + P_{n-9}) + \frac{4}{13} P_{n-10}.$$

Die Ausrechnung gibt der Reihe nach

$P_{11} = 0,120218$	$P_{21} = 0,140033$
$P_{12} = 0,124908$	$P_{22} = 0,142640$
$P_{13} = 0,129613$	$P_{23} = 0,145089$
$P_{14} = 0,134304$	$P_{24} = 0,147362$
$P_{15} = 0,139398$	$P_{25} = 0,149543$
$P_{16} = 0,143167$	$P_{26} = 0,151192$
$P_{17} = 0,147143$	$P_{27} = 0,152728$
$P_{18} = 0,151978$	$P_{28} = 0,154272$
$P_{19} = 0,156021$	$P_{29} = 0,155382$
$P_{20} = 0,213024$	$P_{30} = 0,168488$
$P_{31} = 0,148218.$	

Die Wahrscheinlichkeit die Summe 31 zweimal zu erhalten ist

$$(P_{31})^2 = 0,0219686.$$

In 100 Fällen tritt also „Refait“ angenähert 2,2 auf; da aber bei Refait nur die Hälfte der Einsätze von der Bank beansprucht werden, so gewinnt die Bank durchschnittlich 1,1 % aller Einsätze.

Neben der Zéro und dem Refait, denen die Bank hauptsächlich ihre Rieseneinnahmen verdankt, bildet der sogenannte *Ecart* das wirksamste Schutzmittel der Bank. Darunter ist die Abweichung vom Gleichgewicht zu verstehen, welches nach den Gesetzen der Wahrscheinlichkeit bestehen sollte. Nach dem Gesetz der grossen Zahlen gleicht sich schliesslich nach den berechneten Verhältnissen alles aus. Dieser Ecart kann aber doch innerhalb einer beschränkten Zeit eine ausserordentliche Höhe erreichen, und es kann Tage, ja Monate dauern, bis ein Ausgleich stattfindet. Bis zu solchen Zeitgrenzen ist jedoch der einzelne Spieler vernichtet, selbst wenn es keine Zéro und kein Refait gäbe.

In einem interessanten Artikel: Das Problem von Monte Carlo, in der bekannten illustrierten Zeitschrift über Land und Meer*) bespricht G. Walter auch den psychologischen Faktor beim Spiel, dem wir folgendes entnehmen:

„So zweifellos es ist, dass manche vom Glück begünstigten Leute in Monte Carlo recht erhebliche Summen, auch längere Zeit hindurch, gewinnen, so unmöglich ist es, dauernd und regelmässig

*) Nr. 25, 1910, p. 620. Näheres über dieses Thema kündigt G. Walter in einem demnächst erscheinenden Buche («Maritime» Verlag, Berlin W 9) «Spielregeln und Spielsysteme in Monte Carlo» an.

zu gewinnen, weil die Bank den Spielern gegenüber ausserordentlich im Vorteil ist. Erstens ist sie eine leidenschaftslose Maschine, die einförmig und gleichmässig ihren Gang geht, ganz gleich, ob das augenblickliche Resultat ein günstiges oder ungünstiges ist. Der Spieler dagegen ist ein mit Nerven ausgestatteter Mensch, von deren Einfluss er sich nie ganz emanzipieren kann. Infolge der Aufregungen des Spiels können daher auch nur die wenigsten leichtsinnigen Anwendungen widerstehen und verlieren dann in wenigen Schlägen, was sie vielleicht mühsam in mehreren Stunden gewonnen hatten. Es ist zweifellos, dass hiergegen ein sogenanntes System schützen kann, da es eben dem Spieler einen bestimmten Weg vorschreibt. In Wirklichkeit gibt es allerdings nur wenige, die ihrem System auch bei anhaltenden Verlusten treu bleiben.“

Über die Spielsysteme, die G. Walter einer eingehenden Untersuchung unterzogen hat, und die im Grunde genommen alle illusorisch sind, heisst es weiter:

„Da ein wirklicher Hasardspieler, der sich nur durch die Eingebungen des Augenblicks leiten lässt, unmöglich auf die Dauer gewinnen kann, ist es begreiflich, dass alle routinierten Spieler, die das Spiel nicht nur als Zeitvertreib, sondern als reines Geschäft betrachten möchten — in Wirklichkeit ist es leider ein sehr unrentables Geschäft —, nicht so spielen, sondern ihren Operationen ein sogenanntes Spielsystem zugrunde legen. Darunter versteht man eben die genaue Vorschrift, wohin, wann und wie hoch die Einsätze zu machen sind, wie lange man zu spielen hat und so weiter. Es kann zugegeben werden, dass derjenige, der streng ein System befolgt, insofern vor andern Spielern im Vorteil ist, weil er dadurch gewissermassen ebenso wie die Bank eine Maschine wird. In diesem Sinne ist der viel zitierte Satz, ein schlechtes System sei besser als gar kein System, nicht ganz unberechtigt; aber auch nur in diesem Sinne. Denn diesem Vorzuge des Systemspielens stehen auch erhebliche Nachteile gegenüber. Viele Systeme sind nämlich so kompliziert und erfordern so viel Rechnerei und Anspannung aller geistigen Kräfte, dass sie den Spieler bald und erheblich ermüden. Der Hauptfehler ist jedoch der, dass sie die falsche Hoffnung erwecken, man könne auf die Dauer mit ihrer Hilfe sicher gewinnen, und so zum anhaltenden Spielen verführen, das unbedingt zum Ruin führen muss. Man kann alle „Spielprofessoren“, das heisst die Urheber oder Verbreiter von Spielsystemen, in drei Kategorien

einreihen: Entweder sind es Schwindler oder Narren oder zum mindesten unklare Köpfe.

Über die Schwindelsysteme nur wenige Worte. Wenn Leute behaupten, dass gewisse Personen (hypnotisierte Medien und so weiter) absolut sicher voraussagen könnten, wann eine bestimmte Nummer beziehungsweise Chance erscheinen wird, ferner, dass es möglich sei, die Roulettekugel durch die Macht des Willens so zu beeinflussen, dass sie in ein bestimmtes Fach fällt und so weiter, so ist wohl jede Kritik überflüssig. Viel gefährlicher als diese plumpen Schwindeleien sind aber die ernsthaften Systeme, deren Urheber oder Verbreiter selbst daran glauben, beziehungsweise die für Laien zuerst eine gewisse Berechtigung und Aussicht auf Erfolg zu haben scheinen. In Wirklichkeit beruhen sie alle ohne Ausnahme auf groben Trugschlüssen, die zum Teil auf den ersten Blick erkennbar sind, zum Teil allerdings erst durch sorgfältige Analyse nachgewiesen werden können.

Das Wesen aller Systeme besteht darin, dem Spieler entweder eine bestimmte Marche oder eine bestimmte Progression oder gewöhnlich beides vorzuschreiben. Unter Marche versteht man den Gang eines Systems, das heisst die Vorschriften darüber, wohin und wann man setzen soll. Wir betrachten die reinen Marchemethoden, nehmen also an, dass der Spieler stets gleich hohe Einsätze macht. Es sind dann zum Beispiel für die Chancen Rouge und Noir folgende Fälle möglich: der Spieler besetzt ausschliesslich eine dieser Chancen, und zwar hintereinander Coup für Coup; oder er lässt manche Coups aus und setzt auf Grund seines Systems nur in bestimmten Zwischenräumen; oder aber er spielt entsprechend seiner Marchemethode manchmal Rouge und manchmal Noir.

Spielt jemand hintereinander, Coup für Coup, ausschliesslich Rouge, so kann er natürlich nur gewinnen, wenn in einer bestimmten Zahl von Coups Rouge öfters erscheint als Noir. Das wird zuweilen der Fall sein, zuweilen aber auch nicht. Unter einer sehr grossen Zahl von Fällen wird man erwarten dürfen, dass (abgesehen von Zéro und Refait) sich Gewinne und Verluste das Gleichgewicht halten werden, da ja Rouge und Noir dieselbe Wahrscheinlichkeit haben, herauszukommen. Im Einzelfalle und im Verlaufe kleinerer Spielperioden kann man aber, wenn man Pech hat, öfters verlieren als gewinnen. So kommt es ja gar nicht selten vor, dass die eine Farbe während des ganzen Tages hinter der andern zurückbleibt.

Wenn man nun anderseits im Verlauf kleiner Perioden auch gewinnen kann, so schwindet die Aussicht auf Gewinn im Dauerspiel immer mehr, je länger man spielt, da eben nach den Gesetzen des Gleichgewichts etwaige Gewinne auf Rouge durch Verluste auf Noir kompensiert werden müssen. Es bestände also hierbei die immerhin tröstliche Aussicht, nichts zu verlieren — wenn es nicht Zéro und Refait gäbe. Zéro und Refait bewirken aber, wie bereits auseinandergesetzt, dass durchschnittlich 1,35 Prozent beziehungsweise 1,28 Prozent*) aller Einsätze verloren gehen, so dass also auf die Dauer ein solches Spiel sicher zum Ruin führen muss.

Für alle Marchemethoden gilt das, was für das fortlaufende Spielen derselben Chance gesagt worden ist, dass nämlich beim andauernden Spiel mit gleichbleibenden Einsätzen infolge des Zéro und Refait ein Verlust absolut sicher eintreten muss. Um Erfolge zu erzielen, bedienen sich daher fast alle Systeme noch bestimmter Progressionen oder Massagen, das heisst einer methodischen Erhöhung der Einsätze (eventuell in Verbindung mit Erniedrigung derselben unter gewissen Bedingungen).

Am bekanntesten von allen Progressionen und für den Laien am meisten verführerisch ist die sogenannte Martingale. Hierbei setzt man ein Stück (= Spieleinheit) so lange, bis man einen Coup verloren hat. Im Verluste werden dagegen die Sätze immer verdoppelt. Gewinnt man dabei einen Coup, so hat man immer nur ein einziges Stück gewonnen. Hat man zum Beispiel die vier ersten Coups verloren, so hat man ein Minus von $1 + 2 + 4 + 8 = 15$ Stück. Gewinnt man den fünften Coup, bei dem der Einsatz 16 Stück beträgt, so ist eben der Gewinn nur ein Stück. Selbst wenn man sehr grosse Geldmittel zur Verfügung hat, kann man diese Martingale bei der Roulette nur bis zum elften Coup, beim Trente-et-Quarante nur bis zum zehnten Coup spielen, da durch das Maximum eine Grenze gesetzt ist.

Da nun Serien von elf und darüber alltäglich vorkommen, geht daraus klar hervor, wie unklug diese Progression ist. Noch ungünstiger für den Spieler ist die sogenannte amerikanische Progression, bei der die Einsätze so bemessen sind, dass im Gewinnfalle nicht nur alle vorhergehenden Verluste eingebracht werden, sondern auch noch für jeden gespielten Coup ein Gewinn von einem Stück resultiert. Diese Progression ist daher 1, 3, 7, 15, 31 Stück

*) Unsere Rechnung zeigt bei Trente et Quarante 1,1%

und so weiter. Hier sind bei der Roulette nur zehn, beim Trente-et-Quarante nur neun Sätze möglich.

Mit derartigen Progressionen zu operieren ist daher der sichere Ruin. Man wird zwar in vielen Fällen gewinnen, wenn eben Verlustserien von neun und darüber nicht vorkommen. Trifft man aber einmal auf eine derartige Gegenserie — und bei längerem Spielen muss das eintreten —, so verliert man so viel, dass alle früheren Gewinne zum mindesten aufgehoben werden. Aber nicht nur für die beiden angeführten Progressionen, sondern für alle ohne Ausnahme gilt folgendes Gesetz: Sämtliche Progressionen, mögen sie sein wie sie wollen, haben nicht den mindesten Wert; denn in einer ungünstigen Spielperiode wird man dabei immer mindestens so viel verlieren, wie man vorher gewonnen hat. Ist die Progression eine schnelle, so wird man relativ oft gewinnen, dafür im Verlustfalle hoch verlieren. Ist die Progression eine langsame, so wird man seltener und weniger gewinnen, andererseits werden die Verluste langsamer in die Höhe steigen. Aber auch hier muss der einmal unausbleiblich eintretende grosse Verlust alle früheren Gewinne mindestens aufheben. Ja, es lässt sich sogar mit aller Schärfe beweisen — was hier zu weit führen würde —, dass man mit allen Progressionen nur dasselbe erreicht, als wenn man fortlaufend mit gleichbleibenden Einsätzen gespielt hätte.“ —

Der treffliche Artikel endigt mit folgendem schönen Hinweis auf einen Ausspruch Napoleon I.:

„Das Problem von Monte Carlo, wenn man darunter die Auffindung eines unfehlbaren Systems versteht, gehört zu den unlösbaren Rechenaufgaben, und das Gegenteil eines Spruches ist richtig, der Napoleon I. zugeschrieben und von Spielprofessoren mit Vorliebe zitiert wird, nämlich: „Le hazard vainquera le calcul.“

In *Amerika* werden die Einsätze gewöhnlich mit farbigen Celluloidplättchen gemacht, welche in der Spielbank genau den durch sie dargestellten Wert haben und von derselben bezogen werden können. Will ein Spieler fort, so kann er diese kreisförmigen Spielmarken oder „Chips“ jederzeit beim Bankier einlösen.

In *Denver*, Colorado, dem Zentrum der amerikanischen Gold- und Silberminen-Industrie hatte ich etliche Male Gelegenheit, Spielbanken zu besuchen, z. B. den „Arcade“ und den „Apex“.

Die Spieltische, welche in allen Arten von der billigen Roulette bis zum teuren Trente et Quarante variieren, sind in grossen

geräumigen Sälen untergebracht, welche jeweilen Samstag abends von grossen Scharen Spielender und Neugieriger besucht werden. Da kommen die Arbeiter mit ihrem Wochenlohn, den sie zu verdoppeln hoffen; der Bourgeois, der etwas ergattern will, der Reiche und der Sport, welche aus Passion spielen und sich vielleicht in die Hoffnung wiegen, einen frühern Gewinn zu wiederholen, oder einen empfindlichen Verlust gut zu machen. Bei der Roulette stehen meistens Arbeiter, welche nur geringe Einsätze wagen dürfen. Der geringste erlaubte Einsatz ist nämlich ein sogen. Nickel oder 25 Rappen, beim Trente et Quarante jedoch 50 Cents oder Fr. 2. 50.

Wie sie da setzen, die armen Teufel an der Roulette. Mit glotzenden Augen folgen sie dem launenhaften Spiel, manchmal gewinnend, öfter verlierend. Ein Gewinn gibt jeweilen neuen Mut; der Einsatz wird verdoppelt und unbarmherzig verloren. Der Verlust muss zurückerobert sein. Doch das Spiel trägt keine Rücksichten. Die Scheibe kreist behende, das Kügelchen rollt fleissig und mit Gleichmut und mechanischer Eintönigkeit ruft der Croupier die Resultate, streicht die verlornen Einsätze ein und teilt Gewinne aus. Ah, siehe, dort hat ein anderer Arbeiter einen Dollar gesetzt; er hat Glück und gewinnt auf Zéro 36 Dollars. Nun spielt er mit kleinen Einsätzen weiter: denn warum sollte ihm das Glück, denn bei ihm gibts kein Zufall, nicht ein zweites Mal bevorzugen? Es wird fieberhaft weitergespielt und von den 36 Dollars bleiben von Spiel zu Spiel weniger. Aber warum denn nicht, er ist ja bis dahin immer noch im Vorteil? Schliesslich rafft er sich auf und setzt seinen letzten Dollar und auch der fliegt. Mit den Chancen des ersten Arbeiters will es auch nicht recht vorwärts; er wird der Sache überdrüssig und hört auf. Der andere hingegen ist schon längst im Nachteil und setzt und verliert immer mehr, in der Hoffnung, das verlorene Glück zurückzuerobern. Jetzt gibt es eine Pause, sein Geldbeutel ist leer, sein ganzer Wochenlohn ist hin. Er durchsucht seine Taschen, aber auch diese enthalten nichts mehr. Ein Glück für ihn, denn der Wahnsinn der Spielsucht kennt keine Grenzen und führt zum Ruin.

Mit unsäglich trauriger und hoffnungsloser Miene streicht er sich aus dem Saal, nein, aus den verderbnisbringenden Räumen der Spielhölle und trifft zu Hause in einem elenden Dachzimmer eine weinende Frau mit hungernden Kindern.

Ähnliche Beobachtungen kann man bei den andern Spielarten machen. Beim Trente et Quarante sucht der besser gespickte Spieler nach vermeintlichen Glücksreihen von Rot und Schwarz, die er entdeckt zu haben glaubt, oder die ihm ein sogenannter Kenner ins Ohr geraunt hat. Damit hofft er zu gewinnen. Doch die Gesetze des Zufalls sind unerbittlich; es lässt sich da nichts entdecken, was nicht schon längst durch die Wahrscheinlichkeitsrechnung erklärt wurde. Kurz, mit jener günstigen Kombination ausserhalb der Theorie ist es nichts, wie auch in dem angeführten Artikel von G. Walter dargetan wurde, und vorausgesetzt, dass alles auf ehrlichem Wege zugehe. Allerdings hat der Spieler mit grösseren Mitteln einen Vorteil über den ärmern Spieler, indem er in der Lage ist, länger spielen zu können, vielleicht bis er zufällig einmal über alle seine Einsätze hinaus eine bedeutende Summe gewinnt. Wenn der Spieler vernünftig ist, so hört er dann auf. Wie viele sind aber im Glücksspiel vernünftig? Es ist wie beim Geizhals: Mehr verlangt noch mehr!

Durch eine Wahrscheinlichkeitsrechnung sind die Chancen der Spielbank so festgestellt, dass sie gemäss dem Gesetz der grossen Zahlen unter allen Umständen gewinnen muss.

In den Spielhöhlen von Denver werden die Spielenden von Negerkellnern sehr aufmerksam bedient. Je mehr Gelüste nach „Drinks“ der Spieler hat, um so liebenswürdiger wird er bedient. Alkohol animiert und eine Biene, die Honig liefern soll, muss gut gepflegt werden.

In der Minen-Stadt von Cripple Creek mit ihren gewaltigen Goldlagern werden einträglichen Spielern sogar Nachtquartiere angeboten.

Die Spielhöhlen sind in dieser Beziehung nobel und freigebig und erfreuen sich aus diesem Grunde grosser Popularität.

Nach römischem Recht durften Spielschulden nicht eingeklagt werden; das Verlorene konnte vor Gericht zurückgefordert werden und das Haus, in welchem Glücksspieler auf der Tat betroffen wurden, unterlag der Konfiskation.

Die Römer, durch die Erfahrung gelehrt, hatten recht.

Auch die Lotterie nährt die Aussicht und den Hang, ohne Mühe reich zu werden und ist sowohl vom volkswirtschaftlichen als moralischen Standpunkte aus verwerflich, namentlich da, wo sie auf die breiten Schichten des Volkes berechnet sind.

Lotterie und Glücksspiele führen zu falschen Hoffnungen, die sich selten erfüllen, oder im umgekehrten Fall selten Glück bringen. Es heisst auch hier: „Wie gewonnen, so zerronnen.“

Absolute Wahrscheinlichkeit.

Es wurde schon am Anfang darauf hingewiesen, dass beim absoluten Zufall überhaupt nicht mehr von Gesetzen gesprochen werden könne.

Gleich wie jedoch die dem Spiel ergebenden, ja sogar mehr oder weniger alle Menschen der Göttin des Zufalls fröhnen, und unbewusst eine geheimnisvolle Macht vermuten, welche den Zufall regiert und ihnen günstig oder ungünstig gesinnt ist, so werden auch von gewissen, wissenschaftlich sonst gut geschulten Leuten geheimnisvolle Gesetze mit den sogenannten okulten Wissenschaften in Beziehung gebracht.

Als Vertreter dieser Richtung seien einige sich zum Spiritismus bekennenden Gelehrten erwähnt. Da ist der phantasievolle populäre Astronom Flammarion, der berühmte Physiker Sir William Crookes, ebenso der Physiker Oliver Lodge, ein Gegner Haeckels, ferner der bekannte Marsforscher und Enthusiast Lowell, der sich nebenbei auch mit „östlicher Psychologie“ abgibt.

Wie schief ein Urteil geraten kann, welches sich auf unsicheres und ungenügendes Tatsachenmaterial und eine darauf angewendete Wahrscheinlichkeitsrechnung stützt, soll durch ein typisches Beispiel erörtert werden, über welches ich in der naturwissenschaftlich philosophischen Zeitschrift, im „Monist“ referierte.

Am ersten internationalen Kongress für experimentelle Psychologie in Paris, 1889, wurde beschlossen, statistische Angaben und Berichte über Hallucinationen zu sammeln. Das Resultat dieser Sammlung ist nun in zwei interessanten Büchern veröffentlicht worden.

Eines davon wurde von einer Kommission der „Society of Psychical Research“ unter der Leitung des bekannten Spiritisten Sidgwick unter dem Titel „report on the census of hallucinations“ als X. Band der Gesellschaft herausgegeben.

Darin steht zu lesen, dass in England und Wales jährlich von je 1000 Personen 19,15 sterben. Wenn jedes Jahr 19 von 1000 sterben, so macht das jeden Tag 19 von 365'000, oder 1 von 19'000

Dieser Bruch $\frac{1}{19000}$ zeige nun die Wahrscheinlichkeit an, dass eine Person gerade an dem Tag sterbe, an welchem ihr Körper als Hallucination gesehen werde, vorausgesetzt, dass zwischen beiden Ereignissen kein Zusammenhang existiere. Es könne deshalb erwartet werden, dass von 19'000 Hallucinationen eine während der Stunde stattfinden werde, welche der Zeit des Todes derjenigen Person entspricht, welche aus der Statistik folgt. Nachdem die Kommission alle zweifelhaften Fälle ausgeschaltet hatte, und viele vergessene Hallucinationen in Betracht zog, erhielt sie das Resultat, dass von 1300 Hallucinationen über lebende Personen, 30 davon zwölf Stunden vor oder nach den bezüglichen 30 Hallucinationen starben. Das gebe für die Wahrscheinlichkeit des Zusammentreffens von Hallucinationen und Todesfällen $30 : 1300 = 1 : 43$, während die theoretische (allerdings sehr theoretisch!) Wahrscheinlichkeit $1 : 19000$ sei. Die wirkliche Zahl sei also 440 mal grösser. Folglich müsse es eine besondere Ursache geben, welche dieses Zusammentreffen hervorrufe.

In dem erwähnten Artikel „a strange application of mathematical probability“ habe ich nun gezeigt, dass obiger Wahrscheinlichkeitsschluss total verfehlt ist, und dass eine richtige Beurteilung des statistischen Materials zum gegenteiligen Ergebnis führt.

Zwischen Hallucinationen und Todesfällen besteht somit nach obigem Zahlenmaterial kein nachweisbarer Zusammenhang.

Man darf also mit Stuart Mill, dem grossen englischen Logiker, wohl sagen, dass die Anwendung der Wahrscheinlichkeitsrechnung auf die sogenannten Sciences Morales, auf das absolut Zufällige, der Skandal der Mathematik sei.

