Zeitschrift: Mitteilungen der Naturforschenden Gesellschaften beider Basel

Herausgeber: Naturforschende Gesellschaft Basel ; Naturforschende Gesellschaft Baselland

Band: 15 (2014)

Artikel: Symmetrien, Teilchen und Felder

Autor: Aste, Andreas

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-676661

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 07.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Symmetrien, Teilchen und Felder

ANDREAS ASTE

Zusammenfassung: Symmetrien spielen in den Naturwissenschaften eine äusserst prominente Rolle. In der Mathematik als Sprache der Physik werden Symmetrien im Rahmen der Gruppentheorie behandelt, welche zugleich das nötige Rüstzeug zur Klassifikation von Naturgesetzen wie auch von physikalischen Objekten wie beispielsweise den Elementarteilchen liefert. In der vorliegenden Arbeit werden die in der relativistischen Quantenfeldtheorie als mathematische Theorie der Teilchenphysik verwendeten Begriffe thematisiert, die im Zusammenhang mit der modernen Beschreibung der bisher als fundamental erachteten Elementarteilchen und der mit ihnen assoziierten Felder Verwendung finden. Es liegt in der abstrakten Natur der Quantenfeldtheorie, dass diese Begriffe im engen Rahmen einer Übersichtsarbeit nur durch Veranschaulichung berührt werden können.

Abstract: Symmetries are playing a very prominent rôle in natural sciences. In mathematics as the language of physics, symmetries are treated within the framework of group theory, which provides the tools to classify natural laws and physical objects like elementary particles. The present work discusses aspects of relativistic quantum field theory as the mathematical theory of particle physics which are relevant for the modern description of elementary particles and their associated fields hitherto considered as fundamental building blocks of the theory. Due to the abstract nature of quantum field theory, these aspects can only be touched by their exemplification within a review.

Key words: Symmetrien, Elementarteilchenphysik, Quantenfeldtheorie.

Einführung

Symmetrien (nach den altgriechischen Worten syn, $\sigma\upsilon\nu$ = zusammen und metron, $\mu\varepsilon\tau\rho\omega\nu$ = Mass) sind uns aus dem gemeinen Alltag durchaus vertraut. In der entsprechenden Begriffswelt ist die Symmetrie verknüpft mit ebenso intuitiv erfassten Ausdrücken wie Regelmässigkeit, Proportion und Harmonie. Man trifft Symmetrien beim Betrachten von Pflanzen, Kristallen, Kirchenfenstern und Schneeblumen am kalten Fenster an.

In der Physik kommt dem Symmetriebegriff eine fundamentale, mathematisch klar definierbare Bedeutung zu. Von der Regelmässigkeit als Qualität eines Subjekts wissenschaftlicher Untersuchungen ist es zur Regel, also dem Naturgesetz, nicht weit. Entsprechend werden Theorien im Umfeld der Elementarteilchenphysik häufig durch die ihnen innewohnenden Symmetrien bezeichnet. So gilt beispielsweise die Quantenelektrodynamik, welche die durch elektrische Ladungen erzeugten Phänomene zum Thema hat, als eine sogenannte abelsche $U(1)$-Eichtheorie, die Quantenchromodynamik, welche die starken Kräfte in Teilchen wie dem Proton oder dem Neutron beschreibt, ist eine nicht-abelsche $SU(3)$-Eichtheorie. Dabei sind die Terme $U(1)$ und $SU(3)$ Bezeichnungen für sogenannte Lie-Gruppen (Lie und Engel 1888), welche in der Mathematik bereits im vorletzten Jahrhundert eingeführt wurden und heute zur Klassifikation der Symmetrien von Naturgesetzen und der ihnen unterworfenen Systeme herangezogen werden.

Es ist ein Ziel dieser Arbeit, Einblicke in die grundlegenden Symmetriekonzepte zu gewähren, die der Klassifikation der fundamentalen Bausteine der Natur dienen. Da sich die Elementarteilchenphysik und die ihr zugrunde liegende Theorie, die Quantenfeldtheorie, zwangsläufig abstrakter mathematischer Konzepte bedienen muss, soll dies mit Hilfe von Veranschaulichungen und Analogiebetrachtungen geschehen. Dem Begriff "Feld" kommt in der Quantenfeldtheorie eine recht abstrakte mathematische Bedeutung zu, deren Klärung hier zu weit führen würde. Quantenfelder als Grundbausteine der Quantenfeldtheorie sind aber eng mit den mit ihnen assoziierten physikalischen Phänomenen verknüpft, welche in vielen Fällen einen korpuskularen, also teilchenartigen Charakter aufweisen.

Symmetrien und Gruppen

Natürlich ist im Rahmen der präzisen mathematischen Formulierung physikalischer Fragestellungen eindeutig zu klären, was unter einer Symmetrie überhaupt zu verstehen ist. In der Physik ist es die Eigenschaft eines näher zu definierenden Systems, unter einer bestimmten Menge von Änderungen oder *Transformationen* invariant zu sein. Wenn eine Transformation den Zustand oder eine Eigenschaft des Zustandes eines physikalischen oder gedachten Systems nicht ändert, werden diese Transformationen Symmetrieoperationen oder eben Symmetrietransformationen genannt. Unterschieden werden diskrete Symmetrien und kontinuierliche Symmetrien.

Diskrete Symmetrien

Ein Beispiel für eine diskrete Symmetrie ist die Spiegelungsinvarianz des in Abb. 1 dargestellten Schmetterlings, einem Tagpfauenauge. Jeder Farbfleck auf dem linken Flügel findet eine gespiegelte Entsprechung auf dem rechten Flügel und umgekehrt. Man wird natürlich bei genauer Betrachtung einwenden müssen, dass die unterstellte Symmetrie nicht exakt ist. Diese Situation einer *leicht gebrochenen* oder *approximativen* Symmetrie wird auch in der Teilchenphysik oft in physikalischen Systemen beobachtet und ist nicht unbedingt störend, sondern ein möglicher Hinweis darauf, dass ein offensichtlicher symmetrischer Mechanismus durch einen weiteren Me-

chanismus beeinflusst wird, der selbst wiederum gewissen Symmetrieprinzipien gehorchen mag. Die präzise Messung solcher kleinen Störungen ebnet dann den Weg zum Verständnis neuer physikalischer Phänomene und beschäftigt gegenwärtig tausende von Physikern auf der Welt, so zum Beispiel auf dem sehr aktuellen Gebiet der Neutrinophysik.

Abb. 1: Tagpfauenauge (Zeichnung: Jacob Hübner, um 1800).

Nach diesem kurzen Exkurs ruhe aber der Brennpunkt unserer Betrachtungen tatsächlich auf einem idealen, also perfekt spiegelsymmetrischen Tagpfauenauge, wie es schliesslich durch Abb. 2 dargestellt ist. Das blaue Auge unten links findet eine genaue Entsprechung im unteren Teil des rechten Flügels. Zusammen mit der trivialen Eigenschaft eines Objekts, sich nicht zu verändern, wenn es nicht verändert wird, existieren also folgende Transformationen, unter welchen das ideale Tagpfauenauge invariant ist: Die sogenannte Identität I, welche nichts bewirkt, und eine Spiegelung S an einer Symmetrieebene. Es steht uns frei, die Spiegelung zweimal auf das Tagpfauenauge anzuwenden. Durch diese Verknüpfung zweier Symmetrietransformationen erhalten wir offensichtlich die identische Transformation, gar unabhängig davon, ob wir ein reales Tagpfauenauge mit approximativer Spiegelsymmetrie oder ein perfektes Tagpfauenauge zweimal spiegeln; das Resultat wird dem Urzustand entsprechen. Formal können wir die Hintereinanderausführung mehrerer Symmetrietransformationen als Produkt schreiben, sodass also gilt

$$S \cdot S = S^2 = I. \tag{1}$$

Natürlich gilt weiter

$$I \cdot S = S \cdot I = S, \; I \cdot I = I. \tag{2}$$

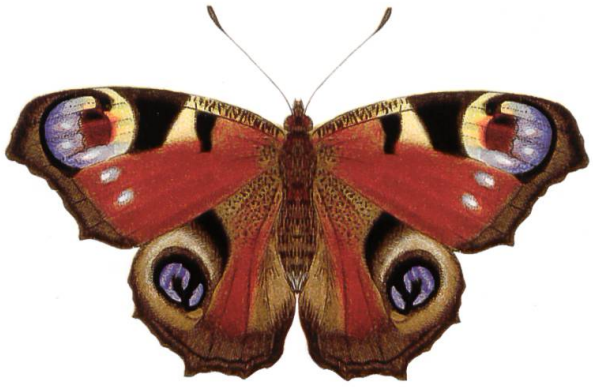

Abb. 2: Exakt spiegelsymmetrisches Tagpfauenauge.

Damit sind wir beim mathematischen Begriff der *Gruppe* angelangt. In der Mathematik versteht man unter einer Gruppe eine Menge von Elementen, die paarweise in geordneter Reihenfolge miteinander verknüpft werden können und welche mittels dieser Verknüpfung wiederum ein Element der Gruppenmenge erzeugen. Der vollständige Satz an Forderungen, die an eine Gruppe gestellt werden, stellt sicher, dass man mit den Gruppenelementen in gewissem Sinne vernünftig rechnen kann. Man definiert also abstrakt:

Eine Gruppe ist ein Paar $(G, \cdot)$, bestehend aus einer Menge G und einer Verknüpfung "$\cdot$" je zweier Elemente aus G, also eine Abbildung

$$\cdot : G \times G \to G, \quad (a,b) \mapsto a \cdot b.$$

Die Verknüpfung muss folgende Axiome erfüllen:

- Assoziativität: Für alle Gruppenelemente a, b und c gilt: $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$.

- Es gibt ein neutrales Element $e \in G$, mit dem für alle Gruppenelemente $a \in G$ gilt: $a \cdot e = e \cdot a = a$.
- Zu jedem Gruppenelement $a \in G$ existiert ein inverses Element $a^{-1} \in G$ mit $a \cdot a^{-1} = a^{-1} \cdot a = e$.

Aus den Gruppenaxiomen folgt von selbst, dass das neutrale Element eindeutig festgelegt ist, denn gäbe es nebst einem neutralen Element n noch ein anderes $n' \neq n$, so gälte im Widerspruch dazu $n \cdot n' = n = n'$. In der oben eingeführten, lediglich zweielementigen Symmetriegruppe des exakt spiegelsymmetrischen Tagpfauenauges übernimmt I die Rolle des neutralen Elements.

Die Verknüpfung zweier Gruppenelemente wird oft als Multiplikation durch einen Punkt dargestellt; eine solche Notation ist praktisch, aber selbstverständlich nicht zwingend.

Es bleibt zu bemerken, dass man im Falle des exakt spiegelsymmetrischen Tagpfauenauges eine viel grössere Symmetriegruppe als die Menge $\{I, S\}$, die in der Mathematik auch als Diedergruppe D_1 bezeichnet wird, zur Betrachtung heranziehen könnte. Schliesslich würde auch die Vertauschung der beiden Fühler den Schmetterling nicht ändern, ebenso der Austausch weiterer beliebiger Teile des Schmetterlings, welche durch Spiegelung zur Deckung gebracht werden können. Es ist also in vielen Fällen so, dass nicht die allgemeinsten denkbaren Symmetrietransformationen für theoretische Untersuchungen herangezogen werden müssen, sondern lediglich eine Auswahl derselben, welche die Essenz der Symmetrieeigenschaften eines Objekts beschreiben. Es muss für den Mathematiker zudem ganz klar erklärt sein, wie das Forschungsobjekt definiert ist. Für die bisherige Diskussion war es unwichtig, ob das Tagpfauenauge tatsächlich ein räumliches Wesen, eingebettet im dreidimensionalen Raum darstellt oder ob sich die Betrachtungen lediglich auf das zweidimensionale Bild des Tagpfauenauges bezogen, dieses eingebettet in einer zweidimensionalen Ebene oder wiederum in einem dreidimensionalen Raum. Solche Spitzfindigkeiten sollen uns aber in der Folge um der Kürze willen nicht weiter aufhalten.

Weiter soll nicht unerwähnt bleiben, dass die Spiegelung eines physikalischen Objekts als unphysikalische Operation bezeichnet werden muss. Die Spiegelung eines Standard-Menschen hätte zur Folge, dass dessen Herz durch massive chirurgische Massnahmen von der linken auf die eher unübliche rechte Seite gerückt werden müsste, und nicht nur dies. Sogar jedes einzelne Atom müsste gespiegelt werden. Dennoch spielen in der theoretischen Physik Symmetrietransformationen, die sich lediglich als Gedankenexperimente durchführen lassen, eine wichtige Rolle. Eine Spiegelungstransformation wird in der Physik häufig als *Paritätstransformation* bezeichnet und durch den Buchstaben P bezeichnet. Weitere diskrete Transformationen von grosser theoretischer Relevanz sind die *Zeitumkehrtransformation* T und die Umkehrung gewisser Teilcheneigenschaften wie der elektrischen Ladung durch die sogenannte *Ladungskonjugation* C.

Tatsächlich sind die uns bekannten Naturgesetze unter keiner der eben erwähnten drei Transformationen exakt symmetrisch (Wu et al. 1957). Betrachtet man ein gespiegeltes Bild unserer Welt, so laufen die entsprechenden Vorgänge nicht nach exakt denselben Gesetzen ab wie in unserer Welt. Man nahm auch lange an, dass ein rückwärts abgespielter Film eines physikalischen Vorgangs wiederum einen realen physikalischen Vorgang zeigt. Dem ist aber nicht wirklich so. Die heute bekannte Verletzung der Zeitumkehrsymmetrie der Naturgesetzte hat übrigens nichts damit zu tun, dass uns die Vorgänge in einem rückwärts laufenden Film widernatürlich erscheinen. Es wäre zwar befremdend, wenn sich eine zerbrochene Tasse aus ihren Einzelteilen wieder zu einem Ganzen zusammensetzen würde. Dennoch ist ein solcher Vorgang nicht prinzipiell verboten, aber wegen der vorauszusetzen-

den Anfangsbedingungen sehr unwahrscheinlich. In der Tat erhält man aus einem räumlich gespiegelt dargestellten realen physikalischen Vorgang ($\rightarrow$ P-Transformation, Paritätstransformation), bei dem zusätzlich alle Teilchen durch umgekehrt geladene ladungskonjugierte Varianten ersetzt wurden ($\rightarrow$ C-Transformation, Ladungskonjugation) und welchen man zeitumgekehrt ablaufen lässt ($\rightarrow$ T-Transformation, Zeitumkehrtransformation), wieder einen real existierenden physikalischen Prozess. Diese sogenannte CPT-Invarianz der Naturgesetze gilt als fundamentale Symmetrie der relativistischen Quantenfeldtheorie (Lüders 1957). Eine Verletzung der CPT-Invarianz wäre ein wichtiger Hinweis auf neue Physik, konnte aber bis anhin nicht nachgewiesen werden (Dütsch und Gracia-Bondia 2012).

Kontinuierliche Symmetrien

Um das Wesen der kontinuierlichen Symmetriegruppen zu veranschaulichen, betrachten wir als Nächstes die Symmetriegruppe einer Kugel im dreidimensionalen euklidischen Raum. Offensichtlich ist die Kugel invariant unter beliebigen Drehungen (Rotationen) um ihren Mittelpunkt. Entsprechend ist die Gruppe aller möglichen Rotationen im dreidimensionalen Raum um den Mittelpunkt der Kugel eine Symmetriegruppe der Kugel. Diese Gruppe wird in der Mathematik als spezielle orthogonale Gruppe in drei Dimensionen bezeichnet, kurz $SO(3)$.

Es existieren verschiedene Möglichkeiten, eine Rotation $R \in SO(3)$ zu charakterisieren. Naheliegend wäre beispielsweise die Angabe einer Drehachse und eines Drehwinkels. Diese beiden Grössen können kompakt durch einen einzelnen Vektor $\vec{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ ausgedrückt werden; der Betrag des Vektors

$$\alpha = |\vec{\alpha}| = \sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2} \tag{3}$$

entspricht dann dem Drehwinkel der Rotation, der auf die Länge Eins normierte Einheitsvektor

$$\hat{\alpha} = \frac{\vec{\alpha}}{\alpha} \tag{4}$$

charakterisiert die Richtung der Rotationsachse. Es muss dabei aber berücksichtigt werden, dass zwei solche Vektoren $\vec{\beta} = (\beta_1, \beta_2, \beta_3)$ und $\vec{\gamma} = (\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)$ dieselbe Rotation beschreiben, also *äquivalent* sind, wenn sie in dieselbe Richtung weisen und sich vom Betrag her um ein ganzzahliges Vielfaches einer vollen Drehung um 360° unterscheiden: Gilt

$$\vec{\beta} = r \cdot \vec{\gamma} \text{ mit } r \in \mathbb{R} \text{ und} \tag{5}$$

$$\beta - \gamma = n \cdot 360^o \text{ mit } n \in \mathbb{Z}, \tag{6}$$

so sind die durch $\vec{\beta}$ und $\vec{\gamma}$ erklärten Rotationen gleich:

$$(5,6) \Rightarrow R_{\vec{\beta}} = R_{\vec{\gamma}}. \tag{7}$$

Die $SO(3)$ ist ein Beispiel für eine *kontinuierliche Gruppe* oder eine *Lie-Gruppe*. Es ist nämlich möglich, innerhalb der Gruppe selbst von einem Element zu einem anderen Element über einen zusammenhängenden, in gewissem Sinne kontinuierlichen Weg zu gelangen. Zwischen zwei verschiedenen Rotationen $R_{\vec{\alpha}}$ und $R_{\vec{\beta}}$ liegen alle denkbaren "Zwischenstufen", und man gelangt von der Drehung $R_{\vec{\alpha}}$ kontinuierlich innerhalb der Gruppe selbst zur Drehung $R_{\vec{\beta}}$, beispielsweise über folgenden Weg im Raum $SO(3)$ der Drehungen

$$R_{(1-s)\vec{\alpha}+s\vec{\beta}}, \; s \in [0,1], \tag{8}$$

wobei der Parameter s kontinuierlich von 0 bis 1 variiert wird.

Im Falle der Diedergruppe D_1, der Symmetriegruppe des perfekten Tagpfauenauges, ist eine solche kontinuierliche Variation nicht möglich. Es gibt keine "halbe Spiegelung", aber sehr wohl eine Rotation um einen halben Winkel im Falle der $SO(3)$ bei vorgegebenem Drehwinkel um eine vorgegebene Drehachse.

Die allgemeingültige Definition kontinuierlicher Gruppen beruht auf Begriffen, welche im

mathematischen Teilgebiet der *Topologie* definiert sind. Die obige Diskussion enthält aber die wesentlichen intuitiven Aspekte.

Man könnte nun meinen, dass die Drehgruppe $SO(3)$ tatsächlich eine volle Symmetriegruppe unserer Naturgesetze sein sollte, da zumindest lokal erfahrungsgemäss jedes physikalische System bei Vernachlässigung äusserer, nicht notwendigerweise rotationssymmetrischer Einflüsse wie dem Schwerefeld der Erde im Labor nach genau denselben Regeln funktioniert wie ein analoges, aber gedrehtes System. Dem ist aber nicht so, und diese im folgenden Abschnitt diskutierte tiefgreifende Eigenschaft der Natur erlaubt eine Klassifikation der uns bekannten Elementarteilchen in zwei Klassen.

Symmetrien in der Teilchenphysik

Bosonen und Fermionen

In der Physik erfordert die Durchführung eines Experiments die Trennung der Welt in einen Beobachter (oder Experimentator) und eine Versuchsanordnung (oder ein zu untersuchendes physikalisches System). Es soll hier nicht auf die philosophischen Aspekte eingegangen werden, die durch einen solchen gedanklichen Vorgang aufgeworfen werden. Die Frage aber, um welchen Winkel ein physikalisches System um eine beliebige feste Achse gedreht werden muss, bis es wieder in derselben Beziehung zu seiner Umwelt steht und somit der ursprüngliche Zustand des Gesamtsystems erreicht ist, hat sich als sehr fruchtbar erwiesen.

Stellen wir uns also vor, dass ein einfaches physikalisches Objekt, beispielsweise ein Proton, aktiv gedreht wird, wobei das Proton ansonsten im Wesentlichen unbeeinflusst bleiben soll. Die naheliegende Annahme, dass nach einer vollen Umdrehung um 360° der Urzustand des Gesamtsystems *Kosmos - Proton* wieder hergestellt sei, ist falsch! Ein einfaches Alltags-Experiment, dargestellt in den Abbildungen 3 und 4, veranschaulicht diese Tatsache. Dreht man seine Hand um 360° um eine feste senkrechte Achse wie in den Bildern dargestellt, so wird dadurch der ungedrehte Urzustand offensichtlich nicht wieder erreicht; die resultierende Gesamtsituation des Systems *Mensch - Hand* ist zwar frei von physischen Verletzungen, aber gespannt. Erstaunlicherweise kann der Urzustand wieder hergestellt werden, wenn die Hand um weitere 360° in derselben Drehrichtung rotiert wird, insgesamt also um 720°!

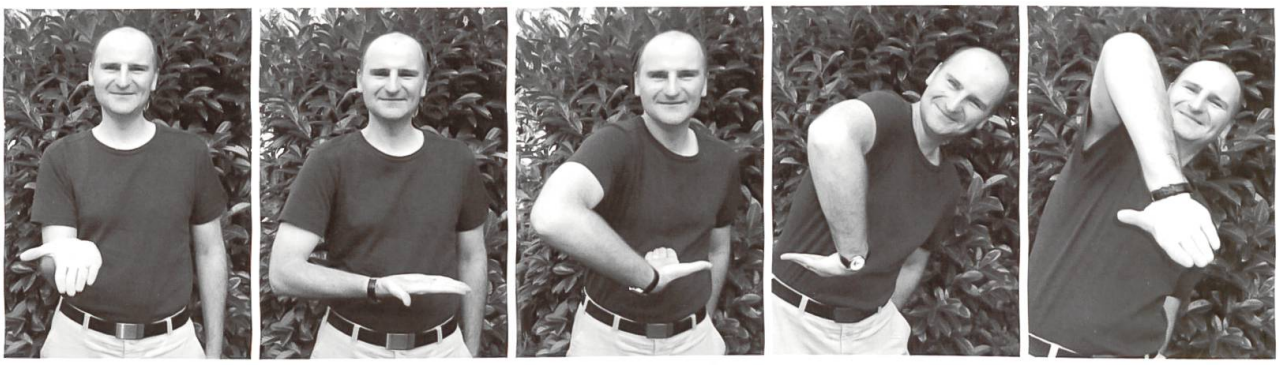

Abb. 3: Ein um einen Winkel von 360° gedrehtes Objekt als Teil des Ganzen steht nicht notwendigerweise in derselben Beziehung zum Kosmos wie vor der Drehung, wie der oben in Viertelsdrehungen dargestellte Selbstversuch zeigt. Die Rotation einer Hand um eine senkrechte Drehachse resultiert nach Abschluss der vollen Umdrehung in einer für den Experimentator eher ungemütlichen Endsituation, die sich von der entspannten Ausgangslage offensichtlich unterscheidet (Fotos: Irene Aste).

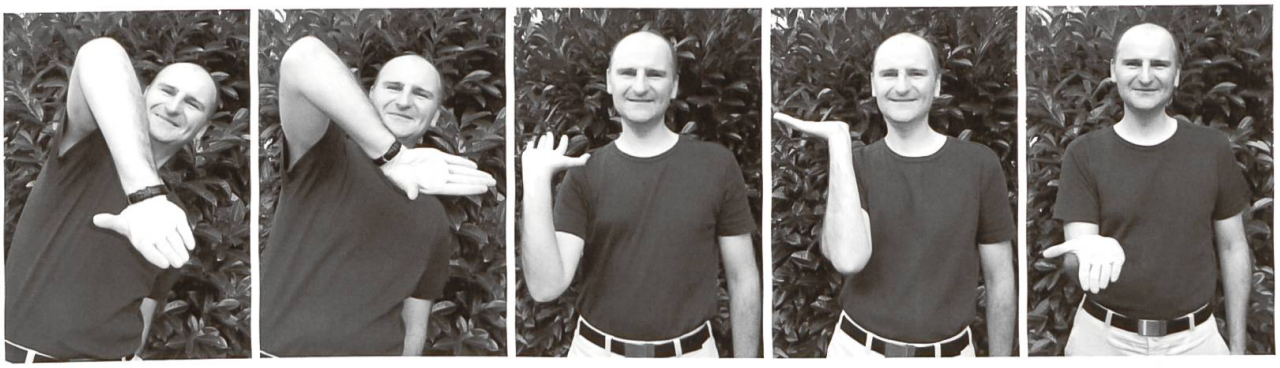

Abb. 4: Eine verblüffende Situation entsteht, wenn die Hand aus **Abb. 3** im *ursprünglichen Drehsinn* weiter gedreht wird, bis ein Drehwinkel von 720° erreicht ist. Tatsächlich stellt sich erst nach zwei vollen Umdrehungen wieder der Urzustand des Mensch-Hand-Systems ein (Fotos: Irene Aste).

Es hat sich herausgestellt, dass die in der Natur vorkommenden Elementarteilchen strikt in zwei Klassen einteilbar sind: Die eine Klasse sind die *Bosonen*, so benannt zu Ehren des indischen Physikers Satyendranath Bose. In Falle der Bosonen ist bereits nach einer vollen Umdrehung wieder der relative Urzustand zum Kosmos hergestellt. Die zu Ehren des Physik-Nobelpreisträgers Enrico Fermi als Fermionen bezeichneten Mitglieder der anderen Klasse hingegen bedürfen zur Wiederherstellung des Urzustands tatsächlich einer Drehung um 720°. Jeder Teil unserer Welt ist mit dieser in unauflöslicher Weise verwoben, im Falle der Fermionen in einer für die alltägliche Erfahrung verwirrenden Weise.

Ein Teilsystem kann somit niemals in Isolation vom Rest der Welt betrachtet werden. Die Erkenntnis, dass Elektronen tatsächlich Fermionen sind, hat die Erklärung der Atomstruktur erst möglich gemacht (Pauli 1925). Bosonen und Fermionen zeigen bei kollektivem Auftreten sehr unterschiedliche Verhaltensweisen. In etwas oberflächlicher und qualitativer Manier kann behauptet werden, dass Fermionen als Materiebausteine aufgefasst werden dürfen, während Bosonen für den Aufbau von Kraftfeldern zwischen der fermionischen Materie verantwortlich sind. Zu den Fermionen gehören im aktuell gültigen Standard-Modell (SM) der Elementarteilchenphysik die Quarks und die Leptonen, zu welchen das Elektron, das Myon und das Tauon gehören, wie auch die Neutrinos. Zu den Bosonen zählen das Higgs-Teilchen sowie das Photon, welches die elektromagnetischen Kräfte vermittelt, die elektrisch geladenen W^+- und W^--Bosonen und das neutrale Z-Boson als Vermittler der schwachen Kernkraft und schliesslich die Gluonen, welche für die starken Kernkräfte zwischen den Quarks verantwortlich gemacht werden. Vernachlässigt man gravitative Effekte, so ist diese Liste der fundamentalen Teilchen im SM vollständig. Die Gravitation lässt sich durch die naive Einführung eines bosonischen Teilchens, dem *Graviton*, beschreiben. Allerdings sind die damit verbundenen mathematischen Komplikationen schwerwiegend und bis dato eigentlich unverstanden (Aste et al. 2009).

Die Unterteilung der Elementarteilchen in Bosonen und Fermionen ist universell und spielt dieselbe Rolle in hypothetischen Theorien wie dem *minimalen supersymmetrischen Standardmodell (MSSM)*, einer populären Erweiterung des SM. Sie spiegelt die Tatsache wieder, dass die "naive" Rotationsgruppe $SO(3)$ nicht die eigentliche Symmetriegruppe der Natur darstellt, zumindest in einer $3+1$-dimensionalen Raum-Zeit. Die $SO(3)$ wird daher im mathematischen Formalismus der Quantenmechanik ersetzt durch ihre sogennante doppelte Überlagerungsgruppe

$SU(2)$, welche die in den Abbildungen 3 und 4 dargestellte doppelschichtige Natur der Drehungen zu beschreiben vermag. Diese wichtige Gruppe der speziellen unitären Transformationen in zwei komplexen Dimensionen $SU(2)$, auf die wir an dieser Stelle nicht weiter eingehen wollen, beschreibt in den modernen Theorien der Elementarteilchenphysik auch so genannte *innere Symmetrien*, also Symmetrien, die nicht "äusserer" räumlicher Natur sind wie die Rotationssymmetrie, sondern welche mit inneren Qualitäten der Teilchen wie beispielsweise Ladungszuständen verknüpft sind.

Der obigen Diskussion muss die Bemerkung angefügt werden, dass die rein räumlich motivierte und doch im Wesentlichen korrekt begründete Unterscheidung von Fermionen und Bosonen durch die Gruppentheorie der $SO(3)$ und $SU(2)$ eigentlich in einem erweiterten, die spezielle Relativitätstheorie berücksichtigenden Rahmen untersucht werden muss.

Materie und Antimaterie

Eine weitere, bereits angetönte Symmetrie ist die sogenannte CPT-Symmetrie, welche besagt, dass ein ladungskonjugierter, räumlich und zeitlich gespiegelter physikalischer Prozess wiederum einem möglichen physikalischen Prozess entspricht. Die sogenannte C-Konjugation oder Ladungskonjugation ist dabei eine Transformation, die angewendet auf einen Teilchenzustand gewisse Eigenschaften wie die Masse des Teilchens exakt gleich lässt, andere Eigenschaften aber ändert. So ändert die Ladungskonjugation das Vorzeichen der elektrischen Ladung eines Teilchens. Es ist aber streng genommen nicht so, dass ein C-konjugierter physikalischer Zustand tatsächlich wieder einem physikalischen Zustand entspricht. Erst wenn der C-konjugierte Zustand zusätzlich einer räumlichen Spiegelung P und der Zeitspiegelung T unterworfen wird, liegt wieder ein physikalischer Zustand mit gegebenenfalls neuen Eigenschaften vor. Die Naturgesetze besitzen keine exakte Symmetrie unter den Transformationen C, P und T.

Streng genommen existiert daher zu jedem Teilchentyp ein Antiteilchentyp, der durch die drei Operationen CPT aus der ursprünglichen Teilchensorte hervorgeht. Immer gilt, dass sowohl Teilchen wie auch Antiteilchen dieselbe Masse und die umgekehrte elektrische Ladung besitzen. Zugleich ist es bei elektrisch neutralen Teilchen möglich, dass Teilchen ihren Antiteilchen entsprechen. So repräsentieren zwar die elektrisch ungeladenen Neutronen eine andere Sorte von Teilchen als die Antineutronen, Photonen sind aber in gewissem Sinne ihre eigenen Antiteilchen. Im Falle der elektrisch neutralen Neutrinos ist es tatsächlich noch nicht restlos geklärt, wie sie sich unter den C- P- und T-Transformationen verhalten.

Astronomische Beobachtungen legen nahe, dass in unserem Universum ein Überschuss an gewöhnlicher Materie gegenüber der Antimaterie herrscht. Langjährige astronomische Beobachtungen lassen es sehr unwahrscheinlich erscheinen, dass es in unserem Universum grössere Ansammlungen von Antimaterie gibt (Canetti et al. 2012). Offensichtlich wurde beim Urknall eine grössere Menge Materie als Antimaterie erzeugt, sodass nach der gegenseitigen Auslöschung der beiden Materiesorten ein Überschuss an Materie übrig blieb. Theoretische Untersuchung suchen nach möglichen Gründen für diese nicht ganz gelungene Auslöschung in einer Verletzung der CP-Symmetrie, der wir unsere Existenz verdanken. Die vorläufigen Resultate sind aber noch nicht schlüssig.

Nebst der Teilchenklassifikation in Bosonen und Fermionen vermittels des Transformationsverhaltens derselben unter der speziellen unitären Gruppe in zwei komplexen Dimensionen $SU(2)$ erlaubt also die diskrete CPT-Symmetrie eine weitere Unterscheidung von Teilchen und ihren CPT-konjugierten Zuständen, den Antiteilchen.

Spontane Symmetriebrechung

Eine ganz alltgliche, aber vielen Leuten gänzlich unbewusste Tatsache beruht auf der Beobachtung, dass die Symmetrie eines Naturgesetzes im Allgemeinen nicht der Symmetrie der Objekte gleich ist, welche dem Gesetz unterworfen sind. Dies lässt sich durch eine einfache Aufgabe leicht veranschaulichen. Man stelle sich vor, dass vier Städte aus Spargründen durch ein möglichst kurzes Bahnnetz miteinander verbunden werden sollen. Zufälligerweise sollen die Standorte der Bahnhöfe dieser Städte alle präzise auf den Eckpunkten eines Quadrates liegen. Vereinfachend nehmen wir an, dass die Kantenlänge dieses Quadrats gerade eine Masseinheit beträgt, welche wir nicht weiter notieren wollen. Jede Stadt besitzt also zwei Nachbarstädte im Abstand 1, und eine weitere Nachbarstadt im Abstand $\sqrt{2} \simeq 1.4142\ldots$.

Naiverweise würde man erwarten, dass die Lösung des Problems dieselbe Symmetrie aufweisen sollte wie das Quadrat. Auf diese Lösung wollen wir nun kurz eingehen. Ein Quadrat ist sicher invariant unter folgenden Transformationen: der Identität $I = R_0$, welche als Rotation um einen Winkel von 0° aufgefasst werden kann, sowie unter Drehungen $R_{1/4}$, $R_{1/2}$, $R_{3/4}$ um 90°, 180° und 270° im mathematisch positiven Sinne, dem Gegenuhrzeigersinn. Hinzu kommen Spiegelungen an Achsen, wie sie in Abb. 5 eingezeichnet sind. Diese wollen wir mit S_0 (horizontale Achse), S_1 (im Gegenuhrzeigersinn gegenüber der horizontalen Achse um 45° gedrehte Achse), S_2 (vertikale Achse) sowie mit S_3 für die verbleibende Achse bezeichnen. Natürlich liessen sich die Spiegelungen auch als räumliche dreidimensionale Drehungen von 180° um die Spiegelachsen auffassen.

Die Symmetriegruppe unseres Problems besteht also aus den Elementen

$$\{R_0, R_{1/4}, R_{1/2}, R_{3/4}, S_0, S_1, S_2, S_3\}. \qquad (9)$$

Die Gruppenelemente lassen sich verknüpfen oder "multiplizieren", es gilt beispielsweise

$$R_{1/2} \cdot R_{3/4} = R_{3/4} \cdot R_{1/2} = R_{1/4}, \qquad (10)$$

denn eine Drehung um 270° gefolgt von einer Drehung um 180° *oder umgekehrt* resultiert letztlich in einer Drehung um 90°, oder

$$S_1 \cdot S_3 = R_{1/2}. \qquad (11)$$

Erstaunlicherweise gilt aber (die rechte Transformation in einem Produkt wird per Abmachung zuerst ausgeführt)

$$S_1 \cdot R_{1/4} = S_0, \quad R_{1/4} \cdot S_1 = S_2, \qquad (12)$$

es ist also $S_1 \cdot R_{1/4} \neq R_{1/4} \cdot S_1$. Probieren Sie es selbst mit einem beschrifteten Papierquadrat aus!

Anders als bei der von den Verknüpfungen Addition und Multiplikation reeller Zahlen her bekannten Situation gilt bei Drehungen und Spiegelungen also, dass die Reihenfolge ihrer Verknüpfung eine Rolle spielt, es ist zwar $3+4 = 4+3$ und $3 \cdot 4 = 4 \cdot 3$, doch Drehungen reagieren empfindlich auf Vertauschung.

Gruppen, bei denen die Verknüpfungsreihenfolge ihrer Elemente keine Rolle spielt, heissen zu Ehren des norwegischen Mathematikers Nils Henrik Abel *abelsch*, andernfalls entsprechend *nicht-abelsch*. Die nicht-abelsche Symmetriegruppe unseres Vier-Städte-Problems wird in der Mathematik als Diedergruppe D_4 bezeichnet.

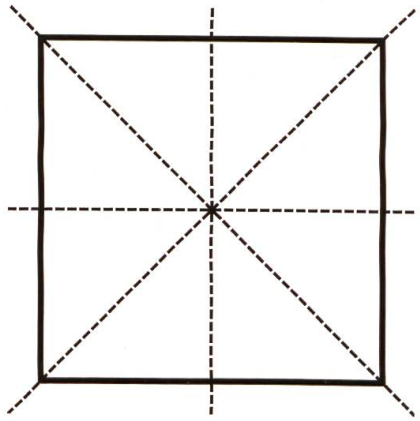

Abb. 5: Achsen der Spiegelungen, welche das dargestellte Quadrat wieder zur Deckung bringen.

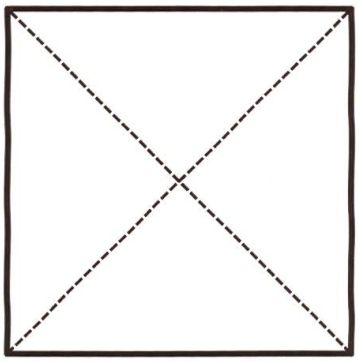

Abb. 6: Verbindungsnetz (gestrichelte Strecken) der Gesamtlänge $\sqrt{8} \simeq 2.8284\ldots$ zwischen den Eckpunkten eines Einheitsquadrates der Kantenlänge 1. Das Verbindungsnetz besitzt zum Quadrat analoge Symmetrieeigenschaften, ist aber nicht optimal.

Wie aber sieht nun das kürzeste Verbindungsnetz zwischen den Eckpunkten eines Quadrates aus? Natürlich bilden die Kanten des Quadrats ein Verbindungsnetz der Länge 4 zwischen allen vier Städten. Nützt man aber die Diagonalen im Quadrat wie in Abb. 6 dargestellt aus, so ist jede Stadt von einer anderen Stadt aus über ein kürzeres Verbindungsnetz der Gesamtlänge $\sqrt{8} = 2\sqrt{2} \simeq 2.8284\ldots$ zu erreichen. Beide bisher präsentierten Verbindungsnetzvorschläge besitzen dieselbe Symmetriegruppe wie das Quadrat, sind invariant unter den Drehungen und Spiegelungen der Diedergruppe D_4. Es geht aber noch besser.

Abb. 7 zeigt zwei Verbindungsnetze der Gesamtlänge $\frac{4}{\sqrt{3}} + \frac{1}{2} \simeq 2.8094\ldots$, welche tatsächlich 0.67% kürzer sind als der in Abb. 6 dargestellte Vorschlag der Länge $\sqrt{8} \simeq 2.8284\ldots$. Beide im Wesentlichen gleichwertigen und tatsächlich *optimalen* Lösungen besitzen eine kleinere Symmetriegruppe als das gestellte Problem! Im Gegensatz zum Quadrat kommen sie bei einer Drehung um 90° nicht mit sich selbst zur Deckung. Die Symmetriegruppe der Lösungen ist eine *Untergruppe* der D_4 und besteht aus den vier Transformationen

$$D_2 = \{R_0, R_{1/2}, S_0, S_2\}. \tag{13}$$

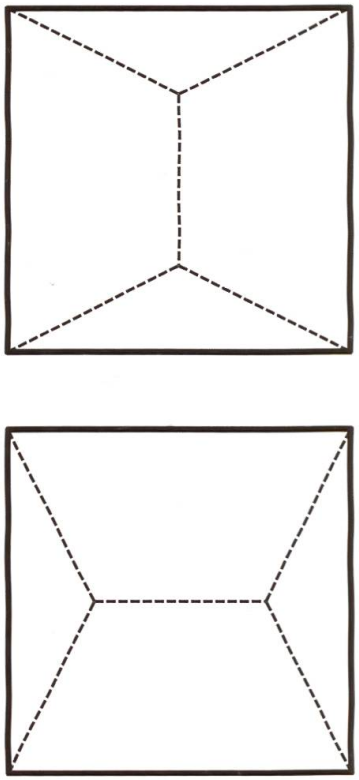

Abb. 7: Kürzeste Verbindungsnetze (gestrichelte Strecken) der Gesamtlänge $\frac{4}{\sqrt{3}} + \frac{1}{2} \simeq 2.8094\ldots$ zwischen den Eckpunkten eines Einheitsquadrates der Kantenlänge 1. Die beiden kleinen Winkel in den Dreiecken betragen 30°.

Scherzhafterweise könnte man hier anbringen, dass die spontane Symmetriebrechung eine Erklärung für den Sündenfall liefert: Die göttlichen Gesetzte waren zwar wohlgeordnet und von höchster Perfektion, doch bei der Ausführung der Gesetzte haperte es dann schliesslich doch.

Die spontane Symmetriebrechung ist es letztlich, welche die Existenz einer nicht trivialen Welt ermöglicht. Die Naturgesetze selbst weisen in zumindest sehr guter Näherung eine Translations- und eine Rotationssymmetrie auf. So sind die Naturgesetze in Basel dieselben wie hinter dem Mond. Ebenso funktioniert ein Taschenrechner genau gleich, wenn er um einen beliebigen Winkel gedreht wird, um es erneut plakativ auszudrücken. Dennoch besteht die Welt nicht aus einem homogenen Medium, sondern

aus nicht rotationssymmetrischen Entitäten wie Stühlen, Weinflaschen und Singvögeln, die durch Drehung und Verschiebung in einen veränderten Zustand versetzt werden, doch nicht die Naturgesetze, denen die Dinge unterliegen.

Theoretische Modelle mit spontaner Symmetriebrechung spielen in der Elementarteilchenphysik und vielen anderen Disziplinen der Physik eine wichtige Rolle im Zusammenhang mit dem sogenannten Higgs-Mechanismus, wo eine spontane Symmetriebrechung für die Massen der W- und Z-Bosonen verantwortlich gemacht wird. Zudem kann ein solcher Mechanismus auch zur Erklärung des Unterschiedes zwischen Raum und Zeit herangezogen werden. Offensichtlich können unsere Naturgesetze auf einer vierdimensionalen Bühne mit drei räumlichen und einer zeitlichen Dimension formuliert werden, wenn man von der möglichen Existenz weiterer Dimensionen absieht. Dass die Zeit sich aber von den drei räumlichen Dimensionen unterscheidet, könnte die Konsequenz eines spontanen Symmetriebrechungsmechanismus auf einer übergeordneten physikalischen Ebene sein, die sich unserer wissenschaftlichen Sicht noch entzieht. Wenn Wasser gefriert, müssen sich die im flüssigen Wasser vorwiegend ungeordnet bewegenden Wassermoleküle spontan in räumlich willkürlich ausgerichteten Kristallisationsebenen anordnen. In ähnlicher Weise könnte die Raumzeit-Struktur von einer höheren Symmetrieebene ausgehend spontan zur beobachteten Raum- und Zeit-Struktur heruntergebrochen sein (siehe Dvali et al. 2000 und Referenzen darin).

Man mag sich mit Fug und Recht die Frage stellen, weshalb wir drei Raumdimensionen, doch nur eine Zeitdimension wahrnehmen können. In der Tat wäre der "Alltag" in einer Welt mit zwei Zeitdimensionen recht verwirrend, vor allem was die Terminplanung betrifft. Die aus der Existenz nur einer Zeitdimension folgende kausale Struktur unserer Welt ist eine wichtige theoretische Stütze, der in der Elementarteilchenphysik eine oft nicht manifest wahrgenommene, aber doch fundamentale Bedeutung zukommt (Epstein und Glaser 1973).

(Eich-)Formalismen

Es ist eine empirische Erfahrung, dass unsere Welt einem kontinuierlichen Wandel unterworfen zu sein scheint. Gehen wir für den Moment von der Arbeitshypothese aus, dass das Universum ein zwar komplizierter, aber in gewissem Sinne doch beschreibbarer Mechanismus ist, so stellt sich die Frage, wie sich die zeitliche Entwicklung der Welt in formaler Weise beschreiben lässt.

Die Physiker bedienen sich dazu abstrakter Zustandräume, deren Punkte oder Elemente jeweils dem Zustand eines physikalischen Systems entsprechen. In der klassischen, also nicht quantisierten Physik arbeitet man mit Phasenräumen. Der Phasenraum eines idealisiert gedachten Massepunktes beispielsweise, welcher sich in nur einer Dimension bewegen darf, ist ein zweidimensionaler Raum. Die zwei Koordinaten eines Punktes in diesem Phasenraum repräsentieren dann die Position und den Impuls (entsprechend der Geschwindigkeit) des Massepunktes und legen so den Zustand des physikalischen Systems "Massepunkt" zu einem gegebenen Zeitpunkt eindeutig fest. Die dynamischen Naturgesetze, oft ausgedrückt durch Differenzialgleichungen, legen schliesslich fest, wie sich der Systemzustand im Phasenraum zeitlich entwickelt.

In der Quantenmechanik arbeitet man mit Hilberträumen, einer speziellen Klasse von oft unendlichdimensional gewählten Vektorräumen. Damit ist der Zustand jedes physikalischen Systems als Element eines solchen Vektorraumes zu verstehen. Unglücklicherweise ist die mathematische Situation in unendlichdimensionalen Räumen alles andere als trivial. Dies hat zur Folge, dass es bis dato unmöglich war, eine nachweislich wohldefinierte konsistente Theorie der Ele-

mentarteilchen und ihrer Wechselwirkungen zu formulieren. Dennoch existieren Rechenverfahren, die eine Beschreibung submikroskopischer Prozesse mit teils erstaunlicher Präzision erlauben.

Ein bei den eben dargestellten Betrachtungen unterschlagenes Problem liegt wiederum im Begriff der Zeit begründet. Basierend auf Erkenntnissen der allgemeinen Relativitätstheorie ist heutzutage sehr wohl bekannt, dass es eine universelle Zeit, die überall im Universum "gleichmässig tickt", nicht gibt. Dies bedeutet nicht zwangsläufig, dass ein Zeitbegriff nicht fassbar gemacht werden könnte, aber doch eine wesentliche Komplikation bei der konsistenten Formulierung einer Theorie, die die Quanten-Dynamik von Raum und Zeit berücksichtigen soll. Die mit dem Zeitbegriff und der Quantentheorie verbundenen theoretischen Fragen werden im Rahmen verschiedenster Zugänge zur Quantengravitationstheorie untersucht, haben aber keine abschliessende Behandlung erfahren. Wahrscheinlich kommt der Zeitentwicklung des Universums gar keine fundamentale Bedeutung zu. Die Vergangenheit bestimmt die Zukunft und umgekehrt. Es ist das menschliche Bewusstsein, welches jeweils nur kleine Ausschnitte aus dem gesamten raum-zeitlich vier- oder noch höherdimensionalen Leben eines Menschen fassen kann.

Die Beobachtung, dass der Zustand einer Systems im Rahmen einer formalen Beschreibung als Element eines Raumes von alternativen Zuständen aufgefasst werden kann, wirft unweigerlich die Frage auf, ob nicht alle möglichen Zustände in diesem Raum in gewissem Sinne als real aufgefasst werden müssen. Wenn die Welt eine Welt von vielen denkbaren Welten ist, inwiefern sind nicht alle denkbaren Welten real? Aus der Sicht moderner Theorien stellt sich weniger die Frage, weshalb etwas ist, sondern vielmehr, weshalb etwas *nicht ist*. Wir wollen aber den Faden dieser Gedankengänge hier nicht weiterspinnen. Man bedenke aber, dass die von uns *gerade jetzt* wahrgenommene Welt nicht dieselbe Welt ist wie jene vor einer Sekunde oder in einer Sekunde. Für den unvoreingenommenen Betrachter hat keine dieser drei Welten einen höheren Realitätsanspruch.

Von einer eher technischen Seite her ist zu sagen, dass es sich bei der mathematischen Beschreibung der im SM auftretenden Wechselwirkungen (oder "Kräfte") als vorteilhaft erwiesen hat, sogenannte Eichfelder einzuführen, in welchen Teilchenzustände eine Rolle spielen, die in der Natur gar nicht beobachtbar sind. In Rahmen dieser *Eichtheorien* spielen auch sogenannte *Geistteilchen* eine Rolle, deren Aufgabe es ist, die durch die spezielle Relativitätstheorie Einsteins implizierten Raumzeitsymmetrien in den quantenphysikalischen Formalismus zu integrieren (Faddeev und Popov 1967). Die Geistteilchen sind unphysikalisch und daher nicht nachweisbar, doch hat es sich rechnerisch als ein beinahe hoffnungsloses Unterfangen erwiesen, ohne sie vernünftig zu arbeiten.

Somit werden die die Wechselwirkungen in der Teilchenphysik beschreibenden Theorien als Eichtheorien formuliert. Der Bezug zum Wort *Eichung* liegt darin begründet, dass es in einer Theorie letztlich keine Rolle spielt, wie sie genau formuliert wird, sondern dass die aus ihr errechneten Konsequenzen stimmig sein müssen. Es ist unwichtig, ob eine Strecke in Metern oder Ellen abgemessen wird, solange die Einheiten korrekt ineinander umgerechnet werden können; ein Kreis kann als eine Menge von Punkten mit konstantem Abstand von einem Mittelpunkt oder als eine in sich geschlossene Kurve konstanter Krümmung in der euklidischen Ebene aufgefasst werden. Erstaunlicherweise ermöglicht es das Studium der Eich-Freiheiten bei der Beschreibung einer Elementarteilchentheorie viel über die Theorien selbst zu lernen, da die Freiheiten, die ein System dem Betrachter bei seiner Beschreibung lässt, wiederum Rückschlüsse auf das Sys-

tem zulassen. Dabei ist es sogar erlaubt, Objekte in die Theorie einzuführen, die in keiner unmittelbaren Beziehung zum beschriebenen System stehen. Eichtheorien sind ein sehr fruchtbares, aber abstraktes Kapitel der modernen Physik, auf das hier aus Platzgründen nicht weiter eingegangen werden kann (Aste und Scharf 1999).

Das Vakuum

Tatsächlich spielt in der mathematischen Elementarteilchenphysik ein physikalischer Zustand eine besondere Rolle, der eine ausserordentlich hohe Symmetrie aufweist. Man stellt sich vor, dass es einen Zustand der Welt gibt, welcher immer die gleichen Eigenschaften zeigt, egal ob er verschoben, gedreht oder auf eine gewisse Geschwindigkeit beschleunigt wird. Dieser Zustand tiefster Energie ist das *Vakuum*. Dank seinen interessanten Eigenschaften und trotz seines theoretischen Charakters ist es sehr oft in den Gehirnen theoretischer Physiker zu Gast.

Der leere Raum ist also nicht nichts, sondern die Bühne, die durch komplexere Strukturen bevölkert werden kann. Dies impliziert, dass alle Struktur und die Gesetzmässigkeiten, denen diese Strukturen unterliegen, aus diesem Vakuum heraus erzeugt werden können. In der Physik wird, wie in der Einführung erwähnt, zu diesem Zwecke ein mathematisches Konzept verwendet, welches mit sogenannten *Quantenfeldern* operiert.

Auf einer noch fundamentaleren Betrachtungsebene versucht man in modernen Theorien der Quantengravitation sogar den Aufbau des Raumes selbst zu erklären. Auch in solchen Theorien existiert das Konzept des Vakuums, welches dann aber nicht den leeren Raum, sondern gar die Abwesenheit oder eine minimale Quantität von Raum beschreibt (Ashtekar et al. 2003).

In gewissen Quantenfeldtheorien existieren viele zulässige Vakua, von denen eines durch spontane Symmetriebrechung von der Natur als Lösung ausgewählt werden muss. Dieser Symmetriebruch ist verknüpft mit der Existenz der Masse der Elementarteilchen und wird gemeinhin mit dem bereits erwähnten Ausdruck *Higgs – Mechanismus* Überschrieben. Kraft eines oder mehrerer "Higgs-Felder" wird versucht, eine konsistente Theorie zu formulieren, in welcher ursprünglich masselose und durch diesen Eigenschaftsmangel symmetrischere Objekte durch Wechselwirkung in massive Objekte transformieren, die man sozusagen auf die Waage legen kann - bei den Lichtteilchen, den Photonen, welche in solchen Theorien trotz allem masselos bleiben, wäre dies ein sinnloses Unterfangen.

In populärwissenschaftlichen Darstellungen hat es sich durchgesetzt, das oft unsinnigerweise als "Gottesteilchen" bezeichnete Higgs-Teilchen als Urheber der Masse diverser Teilchen darzustellen. Es existieren aber weitere Mechanismen und theoretische Modelle, die für die Massenerzeugung herangezogen werden können (Aste et al. 1998). Zudem kann der Higgs-Formalismus auch so interpretiert werden, dass die Existenz massiver Teilchen die Einführung von Higgs-Teilchen erfordert, um die Konsistenz der zugrundeliegenden Quantenfeldtheorien sicherzustellen (Aste et al. 1999). Schliesslich ist zu bemerken, dass ein Elektron als genauso göttlich oder teuflisch wie ein Higgs-Teilchen bezeichnet werden kann.

Lokalisierbarkeit

Es ist eines des Resultate der Quantenphysik, dass die Frage nach dem präzisen Aufenthaltsort eines Teilchens im Allgemeinen nicht scharf definiert ist. Diese Unbestimmtheit, welche durch die berühmte *Heisenbergsche Unschärferelation* quantitativ erfasst werden kann, hat mit der eigentlichen geometrischen Ausdehnung eines Teilchens nicht unmittelbar zu tun. Vielmehr unterscheiden sich die sinnvollen Messgrössen, die

mit einem physikalischen System verknüpft sind, in der klassischen Physik und der Quantenmechanik. Die Frage nach einer exakten aktuellen Position eines Teilchens ist zu vergleichen mit der Frage, welches Gewicht die Kreiszahl π besitzt. Die Lokalisierungseigenschaften eines Teilchens können innerhalb gewisser Grenzen durch *Wellenfunktionen* beschrieben werden, aus welchen sich Wahrscheinlichkeiten berechnen lassen, ein Teilchen in einem gewissen Raumzeitbereich anzutreffen.

Tatsächlich ist die Frage nach der Definition des Teilchenbegriffs heute noch mit mathematischen Spitzfindigkeiten und Fragen behaftet. Ein geladenes Teilchen wie das Elektron besitzt bekanntlicherweise ein es umgebendes elektrisches Feld. Wird das Elektron beschleunigt, so reagiert auf diese Änderung auch das Feld, allerdings mit zeitlicher Verzögerung. Die Frage, inwiefern das Elektron von seinem elektrischen Feld zu unterscheiden ist, führt zu erheblichen theoretischen Komplikationen, die zwar für praktische Rechnungen umgangen werden können, aber letztlich nicht gelöst sind (Schroer 2008).

Der Gesamtzustand eines physikalischen Systems wird, wie bereits erwähnt, durch einen Vektor in einem passend gewählten Hilbertraum dargestellt. Dieser Vektor ist zugleich synonym zur oben erwähnten Wellenfunktion. Die Eigenschaften des physikalischen Systems, welche sich aus dem Zustand ableiten lassen, folgen aus einem mathematischen Apparat, in welchem wiederum sogenannte *Quantenfelder* eine Rolle spielen. Diese Quantenfelder, in welchen die physikalischen Naturgesetze in gewisser Weise kodiert sind, gingen historisch durch einen Abstraktionsprozess aus den Wellenfunktionen hervor.

Während in der *Phänomenologie* als Sparte der theoretischen Teilchenphysik eher pragmatisch und unter Vernachlässigung ganz rigoroser Begründungen versucht wird, durch teils grossen Rechenaufwand Voraussagen und Interpretationen für Experimente zu ermöglichen, wird im Rahmen der *axiomatischen Quantenfeldtheorie* versucht, die Theorie auf eine echte mathematisch konsistente Basis zu stellen (Haag 1992). Bei diesem Unterfangen treten praktische Anwendungen eher in den Hintergrund.

Supersymmetrie

Nach der sehr wahrscheinlichen Entdeckung des im SM postulierten Higgs-Teilchens im Jahre 2012 am CERN (CERN 2012) in Genf hoffen viele Physiker auf die Entdeckung weiterer Teilchen, welche im Rahmen des SM noch nicht beschrieben werden. Das entdeckte Teilchen ist etwa so schwer wie ein Bariumatom, welches in seinem Kern 56 Protonen und noch mehr Neutronen enthält, und gilt doch in gewissem Sinne als elementar.

Es gibt gute Gründe anzunehmen, dass das SM in einigen Teilen nicht konsistent ist und daher erweitert werden muss. Viele bisher rein hypothetische Erweiterungen des SM beinhalten eine neuartige Symmetrie, welche als *Supersymmetrie* (*SUSY*) bezeichnet wird. Diese Symmetrie stellt eine Beziehung zwischen Fermionen und Bosonen her, ähnlich der *CPT*-Symmetrie, welche eine Beziehung zwischen Teilchen und ihren Antiteilchen vermittelt. Aufgrund einer spontanen Symmetriebrechung ist die *SUSY* in unserer Welt aber nicht exakt realisiert. Auf jedes bisher bekannte Boson kommt rechnerisch ein Fermion als supersymmetrisches Partnerteilchen, ein so genanntes Bosino. Die "Superpartner" der Bosonen werden durch die Endung *-ino* im Namen gekennzeichnet, so heisst beispielsweise das dem (hypothetischen) Gluon entsprechende Fermion Gluino. Entsprechende hypothetische Superpartner existieren auch zu den bereits bekannten Fermionen. Den Quarks werden dadurch Squarks zugeordnet, Leptonen erhalten Sleptonen als Partner. Die tatsächliche Zuordnung ist aber kompliziert, da Quantenfelder mit-

einander "vermischt" werden können. Zudem sagen die Modelle mehrere Teilchen voraus, die als Higgs-Teilchen aufgefasst werden können. Keines der schon bekannten Bosonen ist ein *SUSY*-Partner eines bereits bekannten Fermions.

Bisher wurde aber keines der postulierten supersymmetrischen Partnerteilchen experimentell nachgewiesen. Diese müssen Eigenschaften wie beispielsweise eine so hohe Masse haben, dass sie unter normalen Bedingungen nicht entstehen. Man hofft noch, dass Teilchenbeschleuniger wie der *Large Hadron Collider* am CERN zumindest einige dieser Teilchen direkt oder indirekt nachweisen können. Mit dem leichtesten dieser supersymmetrischen Teilchen hofft man zudem, einen Kandidaten für die vermutete dunkle Materie des Universums zu finden, welche noch unbekannter Natur ist und doch einen grösseren Anteil als die uns bekannten Formen der Materie im Universum beiträgt.

Literaturverzeichnis

Ashtekar, A., Bojowald, M., Lewandowski, J. (2003): Mathematical structure of loop quantum cosmology. Advances in Theoretical and Mathematical Physics 7, 233-268.

Aste, A. (2013), Scharf, G. (1999): Non-abelian gauge theories as a consequence of perturbative quantum gauge invariance. International Journal of Modern Physics A14, 3421-3434.

Aste, A., Scharf, G., Dütsch, M. (1999): Perturbative gauge invariance: electroweak theory II. Annalen der Physik 8, 389-404.

Aste, A., Scharf, G., von Arx, C. (2010): Regularization in quantum field theory from the causal point of view. Progress in Particle and Nuclear Physics 64, 61-119.

Aste, A., Scharf, G., Walther, U. (1998): Power counting degree versus singular order in the Schwinger model. Nuovo Cimento A111, 323-327.

Canetti, L., Drewes, M., Shaposhnikov, M. (2012): Matter and Antimatter in the Universe. New Journal of Physics 14, 095012.

CMS Collaboration (2012): Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC. Physics Letters B716, 30-61.

Dütsch, M., Gracia-Bondia, J. (2012): On the assertion that PCT violation implies Lorentz non-invariance. Physics Letters B711, 428-433.

Dvali, G., Gabadadze, G., Porrati, M. (2000): 4-D gravity on a brane in 5-D Minkowski space. Physics Letters B485, 208-214.

Epstein, H., Glaser, V. (1973): The role of locality in perturbation theory. Annales de l'institut Henri Poincaré (A) Physique théorique 19, 211-295.

Faddeev, V., Popov, L. (1967): Feynman diagrams for the Yang-Mills field. Physics Letters B25, 29-30.

Haag, R. (1992): Local Quantum Physics: Fields, Particles, Algebras. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York.

Lie, S., Engel, F., (1888): Theorie der Transformationsgruppen. Verlag B.G. Teubner, Leipzig.

Lüders, G. (1957): Proof of the TCP theorem. Annals of Physics (New York) 2, 1-15.

Pauli, W. (1925): Über den Zusammenhang des Abschlusses der Elektronengruppen im Atom mit der Komplexstruktur der Spektren. Zeitschrift für Physik 31, 765-783.

Schroer, B. (2008): A note on infraparticles and unparticles. arXiv:0804.3563.

Wu, C., Ambler, E., Hayward, R., Hoppes, D., Hudson, R. (1957): Experimental Test of Parity Conservation in Beta Decay. Physical Review 105, 1413-1415.

PD Dr. Andreas Aste
Departement Physik
Universität Basel
Klingelbergstrasse 82
CH-4056 Basel
&
Paul Scherrer Institut
CH-5232 Villigen PSI
andreas.aste@unibas.ch