Zeitschrift: Mémoires de la Société Vaudoise des Sciences Naturelles
Herausgeber: Société Vaudoise des Sciences Naturelles
Band: 4 (1931-1934)
Heft: 2

Artikel: Les réseaux cubiques et le problème des quatre couleurs
Autor: Chuard, Jules
Kapitel: La matrice A
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-250698

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 01.10.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

entendu, que la soudure de ces différents types de configurations linéaires, n'entraîne pas la formation d'un second contour fermé.

§ 2. La matrice A.

Il est possible de caractériser un réseau à l'aide d'une certaine matrice, introduite par M. Veblen[1] sous le nom de *matrice A*.

Soit un réseau comprenant α_0 sommets et α_1 arêtes. Les frontières de chacune des α_1 arêtes sont constituées par deux sommets pris parmi les α_0 sommets considérés. Numérotons sommets et arêtes dans un ordre arbitraire et désignons:

les sommets par $a_1^0, a_2^0, \ldots, a_i^0, \ldots, a_{\alpha_0}^0$

et les arêtes par $a_1^1, a_2^1, \ldots, a_j^1, \ldots, a_{\alpha_1}^1$.

Soit maintenant η_{ij}^1 un nombre qui est égal à 1 si le sommet a_i^0 est frontière de l'arête a_j^1 et qui est nul dans tous les autres cas. Rangeons ces nombres en un tableau rectangulaire de α_0 lignes et α_1 colonnes en admettant que la ligne de rang i corresponde au sommet a_i^0, tandis que la colonne de rang j correspond à l'arête a_j^1. Le tableau ainsi formé est la *matrice A*.

L'on peut remarquer que dans cette matrice:

1° chaque colonne renferme deux nombres η_{ij}^1 égaux à 1 et deux seulement, car elle correspond à une arête qui a par définition ses extrémités distinctes.

2° la quantité de nombres η_{ij}^1 égaux à 1 que renferme une ligne indique le degré du sommet correspondant, soit le nombre d'arêtes qui aboutissent à ce sommet. Ainsi la ligne qui correspond à un sommet libre ne contient qu'un seul nom-

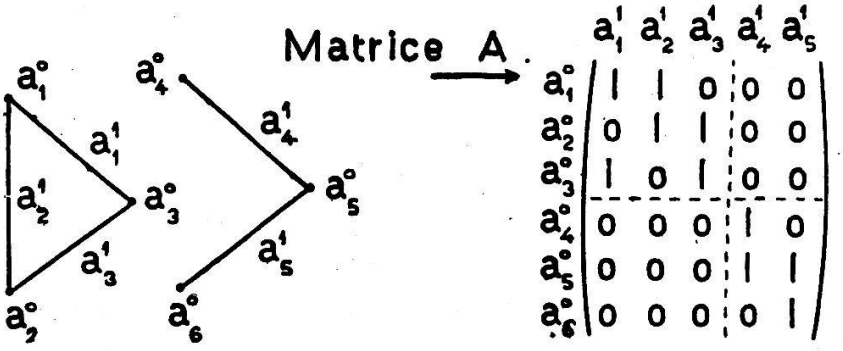

FIG. 1. — Réseau non connexe.

[1] O. VEBLEN : *Loc. cit.* 1.

bre η_{ij}^1 différent de zéro; celle qui correspond à un sommet de degré 2 en contient deux, etc.

Si d'une part, à un réseau correspond une matrice A, de l'autre, à une matrice A qui renferme des nombres zéro et un, et qui satisfait à la condition 1° ci-dessus, correspond un réseau bien déterminé. Une matrice A peut donc servir à définir un réseau.

Lorsqu'un réseau n'est pas connexe, il est possible de numéroter ses éléments, sommets et arêtes, de telle façon que la matrice A correspondante apparaisse aussi comme formée de matrices séparées. Nous nous bornerons à mettre ce fait en évidence à l'aide de l'exemple fig. 1.

§ 3. Les propriétés de la matrice A.

Nous disons qu'un déterminant est extrait de la matrice A, s'il est formé de certaines colonnes et d'autant de lignes de cette matrice.

Pour rechercher la valeur d'un déterminant extrait de la matrice A, comme pour déterminer le rang de celle-ci, on est conduit à effectuer des opérations arithmétiques qui peuvent se résumer de la façon suivante :

1° additionner deux lignes ou deux colonnes entre elles,

2° multiplier les termes d'une ligne ou d'une colonne par un certain facteur.

Nous admettrons alors que les combinaisons des nombres η_{ij}^1 qui en résultent, seront toujours réduites selon le module 2. En d'autres termes, nous n'aurons à appliquer que les quatre genres d'addition :

$$1+1=0\,,\quad 1+0=1\,,\quad 0+1=1\,,\quad 0+0=0$$

et les quatre genres de multiplication :

$$0.1=0\,,\quad 0.0=0\quad 1.1=1\,,\quad 1.0=0\,,$$

De cette façon, non seulement les nombres η_{ij}^1, mais encore tous ceux qui en résulteront par suite des combinaisons 1° et 2° ne prendront pour valeur que zéro ou un.

Il est particulièrement intéressant de rechercher la valeur d'un déterminant dont les lignes et les colonnes correspondent respectivement aux sommets et aux arêtes de chacun des types de configurations linéaires connexes que nous avons définis plus haut. A ce propos, on remarquera que le nom-