Zeitschrift: Mitteilungen / Schweizerische Vereinigung der Versicherungsmathematiker = Bulletin / Association Suisse des Actuaires = Bulletin / Swiss Association of Actuaries

Herausgeber: Schweizerische Vereinigung der Versicherungsmathematiker

Band: - (1990)

Heft: 1

Artikel: Credibility-Modell und Schadenrückstellungen : einige Bemerkungen zu einer schwierigen (Zwangs-)Ehe

Autor: Dubey, André

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-967228

B. Wissenschaftliche Mitteilungen

ANDRÉ DUBEY, Oberrieden

Credibility-Modell und Schadenrückstellungen
Einige Bemerkungen zu einer schwierigen (Zwangs-)Ehe

1. Tarifberechnung und Credibility-Modell

Das Credibility-Modell von *Bühlmann/Straub* (1970) ist der Ausgangspunkt für die Entwicklung der Credibility-Theorie gewesen und hat eine vielfältige Reihe von Publikationen in der Fachliteratur initialisiert. Vor allem um die Bezeichnungen festzulegen, werden die Voraussetzungen dieses Modells im Rahmen der Tarifberechnung kurz wiedergegeben.

Für eine bestimmte Kategorie von Risiken, eine Tarifklasse zum Beispiel, kennen wir die Volumen (Anzahl Risiken, Lohnsumme, usw, je nach Anwendungsgebiet) und die Schadensätze (Schadenbedarf, Schadenfrequenz, je nach Interpretation) der letzten n Jahre

$$V_1, \dots, V_n \qquad \text{und} \qquad X_1, \dots, X_n.$$

Gesucht ist eine Schätzung für den Schadensatz im nächsten Jahr, unter der impliziten Voraussetzung, dass das gesamte Beobachtungsvolumen der Tarifklasse für eine zuverlässige Schätzung ungenügend ist.

Im Credibility-Modell wird angenommen, dass für diese bestimmte Tarifklasse die Verteilungsfunktion der X_j von einem Risikoparameter Θ abhängig ist und dass die verschiedenen Risikoparameter der verschiedenen Tarifklassen Realisationen von unabhängigen und a priori identisch verteilten Zufallsvariablen (das Kollektiv) sind.

Für die bedingte Verteilungsfunktion der X_j gegeben Θ wird angenommen, dass

- die Schadensätze $X_1, \dots, X_n$ unabhängig sind
- Funktionen $m(\Theta)$ und $v(\Theta)$ existieren, so dass $E[X_j/\Theta] = m(\Theta)$ und $\operatorname{Var}[X_j/\Theta] = V_j^{-1}v(\Theta)$

Die Credibility-Schätzung $\tilde{m}$ ist dann die (im Sinne des quadratischen Verlustes) beste Schätzung von $m(\Theta)$, welche linear in den beobachteten Schadensätzen ist.

Bekanntlich erhalten wir folgende Credibility-Schätzung $\tilde{m}$ für den Schadensatz der Tarifklasse

$$\tilde{m} = \frac{V}{V+K}\overline{X} + \frac{K}{V+K}m \tag{1.1}$$

mit

$m = E[m(\Theta)]$	der erwartete Schadensatz im Kollektiv
$V = \sum V_j$	das Gesamtvolumen des Risikos
$\overline{X} = V^{-1} \sum V_j X_j$	der beobachtete Schadensatz des Risikos
$v = E[v(\Theta)]$ $w = \mathrm{Var}\,[m(\Theta)]$ $K = v/w$	die Strukturparameter des Kollektives

Die Credibility-Schätzung kann auch als Projektion von $m(\Theta)$ auf den von m und $X_1, \ldots, X_n$ aufgespannten linearen Raum betrachtet werden (siehe De Vylder, 1976). In diesem Sinne schreiben wir

$$\tilde{m} = C[m(\Theta)/m, X_1, \ldots, X_n]$$

Gisler (1987) gibt verschiedene praktische Beispiele (insbesondere die Motorfahrzeug-Haftpflicht in der Schweiz), bei welchen die Prämienberechnung nach einem hierarchischen Kalkulationsschema durchgeführt wird: der für die Prämienbestimmung relevante Schadensatz wird zuerst für die Gesamtheit bestimmt und dann sukzessiv auf immer feinere Risikoeinheiten bis zu der Tarifposition verteilt. Das hierarchische Credibility-Modell (siehe *Bühlmann/Jewell,* 1987) gibt als Verallgemeinerung des Credibility-Modelles den mathematischen Rahmen für eine solche Berechnungsmethode.

2. Schadenrückstellungen

Eine Schwierigkeit bei der Anwendung dieses Modelles (bei der Tarifberechnung überhaupt) erwächst daraus, dass die "beobachteten Schadensätze" eigentlich keine Beobachtungen sind, sondern zu einem wesentlichen Anteil aus Schätzungen (aus Schadenrückstellungen für die hängigen sowie eingetretenen, aber noch nicht angemeldeten Schäden) bestehen.

Die relative Wichtigkeit dieser Rückstellungen kann je nach Branche sehr unterschiedlich sein. In der Motorfahrzeug-Haftpflicht zum Beispiel gibt *Lemaire* (1985) folgende Erfahrungszahlen: am Ende des Schadenjahres selbst sind rund 33 % des gesamten Schadenaufwandes bezahlt, 62 % bis Ende des zweiten Abwicklungsjahres und 75 % bis Ende des dritten Jahres. Werden also für die Tarifberechnung in dieser Branche die Schadensätze der letzten drei Jahre berücksichtigt, so bestehen diese "Beobachtungen" zu fast 50 % aus Schätzungen.
Für die Tarifberechnung werden erwartungstreue Schadenrückstellungen geschätzt. Diese in der Schweiz "Bedarfsrückstellungen" genannten Reserven sind im allgemeinen von den Rückstellungen verschieden, welche in der Bilanz eines Versicherungsunternehmens erscheinen.
In der Fachliteratur (siehe zum Beispiel Loss reserving methods, 1981) sind zahlreiche Methoden vorgeschlagen worden, wie Schadenrückstellungen geschätzt werden können. Im allgemeinen wird dieses Problem vom Problem der Prämienberechnung losgelöst behandelt: die wesentliche Funktion der Schadenrückstellungen besteht darin, die Verbindlichkeiten eines Versicherungsunternehmens zu messen.
Werden aber Bedarfsrückstellungen nur für die Risikobeurteilung und die Prämienberechnung geschätzt (warum sonst soll man sich für die erwartungstreue Schätzung der Schadensätze einer Tarifklasse interessieren?), dann scheint es natürlich, beide Probleme gleichzeitig anzugehen. Die Frage ist dann nicht mehr, welche Schätzung ist die "beste" für die Schadenreserven, sondern, welches ist die "beste" Schätzung des Risikos aus einem Abwicklungsdreieck und was sind die Konsequenzen dieser Schätzung für die Credibility-Formel, in welcher nicht nur die Erwartungswerte, sondern auch die Varianzen von Bedeutung sind.

3. Zwei Weltanschauungen

Für die im ersten Abschnitt betrachtete Tarifklasse setzen wir

X = $(X_1, \ldots, X_n)$ die (unbekannten) Schadensätze am Ende der Abwicklung

DX_n = Alle Informationen (Abwicklungsdreiecke usw.) bis zum Jahr n, welche für die Schätzung der Bedarfsrückstellungen vorhanden sind

In einem stochastischen Modell für die Schätzung von Schadenreserven (siehe zum Beispiel *Bühlmann/Straub/Schnieper*, 1980) wird man versuchen, den stochastischen Prozess der zukünftigen Schadenabwicklung mit allen möglichen Schwankungen zu modellieren. Zu modellieren ist also im wesentlichen das Wahrscheinlichkeitsgesetz der X, gegeben die Informationen DX_n:

$$L[X/DX_n] \tag{3.1}$$

Für jedes Schadenjahr j wird die beste Schätzung des Schadensatzes X_j eine Folge (ein Martingale) bilden

$$_nX_j = E[X_j/DX_n] \qquad n = j, j+1, \ldots \tag{3.2}$$

insbesondere mit den Eigenschaften

$$\mathrm{Var}\,[_jX_j] < \mathrm{Var}\,[_{j+1}X_j] < \cdots < \mathrm{Var}\,[X_j]$$

$$X_j = \lim {_nX_j}, \qquad n \longrightarrow \infty$$

Geht es darum, den Erwartungswert und die Varianz der Verbindlichkeiten eines Versicherungsunternehmens zu bestimmen, bildet diese Modellvorstellung sicher den richtigen Ansatz.
Offenbar können wir aber diese Modellvorstellung, diese mit wachsenden Schwankungen belasteten Folgen von Schadensätzen zusammen mit dem Credibility-Modell, mit dem "gegebenen $m(\Theta)$" nicht kombinieren. In welchem Wahrscheinlichkeitsraum soll sich das ganze abspielen?
Der Standpunkt im Credibility-Modell, bei der Tarifierung überhaupt, ist ein anderer. Wir nehmen an, dass der "wahre" Schadensatz $m(\Theta)$ der betrachteten Tarifklasse heute existiert und modellieren das Wahrscheinlichkeitsgesetz der "X_j gegeben Θ".
Geht es darum, ein stochastisches Modell für die Schätzung der "Schadenreserven für die Tarifierung" zu konstruieren, so müssen wir vom gleichen Standpunkt ausgehen. Die Frage ist also nicht wie in (3.1), welches ist die Verteilungsfunktion von X gegeben DX_n, sondern im Gegenteil, wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, DX_n bei gegebenem X zu beobachten. Zu modellieren ist also

$$L[DX_n/X] \tag{3.3}$$

Eine "erwartungstreue Schätzung von X_j" im Jahre n soll nicht mehr die Bedingung (3.2) erfüllen, sondern es ist eine Funktion von DX_n mit der Eigenschaft

$$E[{}_nX_j/X_j] = X_j \tag{3.4}$$

Insbesondere im Bezug auf die Varianzen von ${}_nX_j$ haben natürlich (3.2) und (3.4) eine völlig andere Bedeutung.

Wie lassen sich diese zwei verschiedenen Vorstellungen interpretieren?

Ohne ein "Modell" mit allen Sigma-Algebren konstruieren zu wollen, betrachten wir ein "Beispiel", einen grossen Schadenfall aus dem Jahre 1989 in der Motorfahrzeug-Haftpflicht, der irgend einmal nach dem Jahr 2000 erledigt sein wird. Für diesen Fall setzen wir

Y	Schadenhöhe am Ende der Abwicklung
$\hat{Y}_1, \hat{Y}_2, \ldots$	Individuelle Schätzung der Schadenhöhe durch einen Schadenspezialisten nach den Abwicklungsjahren $1, 2, \ldots$

Die endgültige Schadenhöhe Y wird von verschiedenen "Umweltparametern" aus dem nächsten Jahrtausend abhängig sein, wie zum Beispiel die zukünftige Entwicklung der Teuerung in den Heilungskosten oder die Grundlagen, nach welchen im Jahr 2000 eine Verbindungsrente zu kapitalisieren sein wird. Mit den Informationen des Jahres 1989 ist Y nicht messbar.

Wollen wir die Varianz der zukünftigen Zahlungen schätzen, dann müssen wir den Standpunkt (3.1) wählen: Gesucht ist die Varianz von Y unter Berücksichtigung der möglichen Entwicklungen der Umwelt.

Bei der Prämienberechnung wird diese Varianz von Bedeutung sein, um die Höhe von Sicherheitsrückstellungen für das Kollektiv festzulegen, die Unvermeidbarkeit von Abwicklungsdifferenzen zu erklären oder einen Sicherheitszuschlag in den Prämien begründen zu können. Für die Bestimmung der "besten Schätzung" des erwarteten Schadensatzes einer Tarifklasse im Credibility-Modell ist sicher nicht diese Varianz von Bedeutung.

Um den Standpunkt (3.3) begründen zu können, müssen wir annehmen, dass der Schadenfall selbst (und nicht nur die Schätzung des Schadenspezialisten) einen stochastischen Prozess bildet

$$Y_1, Y_2, \ldots$$

wobei Y_n eine im Zeitpunkt n messbare Zufallsvariable sein muss. Nehmen wir an, Y_n soll die Höhe des Schadenfalles darstellen, falls die Umweltparameter (Teuerungssatz usw.) sich nach dem Jahr n nicht mehr verändern würden. Eine solche Annahme mag künstlich erscheinen. Immerhin ist zu berücksichtigen, dass ein Tarif genau unter solchen Annahmen bestimmt wird: geschätzt wird nicht $m(\Theta)$, sondern effektiv (mit der gleichen Schreibweise) $m(\Theta)_n$.
Eine erwartungstreue individuelle Schätzung $\hat{Y}_n$ eines Schadenspezialisten ist in diesem Zusammenhang als Schätzung von Y_n zu verstehen. Eine solche individuelle Schätzung wird aufgrund von möglichst vielen individuellen Informationen über den Schadenfall durchgeführt. Unter der Berücksichtigung, dass im Jahre n die ideale individuelle Information Y_n selbst wäre, können wir als Idealisierung annehmen, dass "erwartungstreu" mit

$$E[\hat{Y}_n / Y_n] = Y_n$$

interpretiert werden kann.
Das Beispiel zeigt, dass wir mit dem Standpunkt (3.3) nicht die zukünftigen Zahlungen schätzen, sondern wirklich die "Schadenreserven für die Tarifierung". Solange es nur um den Erwartungswert geht, führen natürlich alle Modellvorstellungen zum gleichen Ergebnis.
In der Fachliteratur gehen alle mir bekannten vorgeschlagenen stochastischen Modelle vom Standpunkt (3.1) aus, mit Ausnahme der Arbeiten von *Witting* (1986) und *Hesselager/Witting* (1988), welche Modelle nach dem Standpunkt (3.3) für IBNR-Reserven betrachten.

4. Die Markov-Eigenschaft und das Credibility-Modell

Wenn wir für die "Schätzung der Schadenrückstellungen für die Tarifierung" den Bayes-Standpunkt (3.3) akzeptieren, stellen wir fest, dass mit genügend sanften Voraussetzungen diese Schätzung sich nahtlos in das Credibility-Modell und in das hierarchische Modell einbauen lässt. Für die im Abschnitt 1 betrachtete Tarifklasse setzen wir

$$\hat{X}_1, \ldots, \hat{X}_n$$

die aus DX_n geschätzten Schadensätze mit "Bedarfsrückstellungen".

Wir nehmen an, dass für die geschätzten Schadensätze folgende Voraussetzungen (und insbesondere die Markov-Eigenschaft) erfüllt sind

$$\begin{aligned} E[\widehat{X}_j/X,\Theta] &= X_j \\ \operatorname{Var}[\widehat{X}_j/X,\Theta] &= V_j^{-1}u_j(X_j) \\ \operatorname{Cov}[\widehat{X}_j,\widehat{X}_k/X,\Theta] &= 0 \quad \text{für} \quad j \neq k \end{aligned} \tag{4.1}$$

Wir setzen $u_j(\Theta) = E[u_j(X_j)/\Theta]$ und $u_j = E[u_j(\Theta)]$
Mit diesen Voraussetzungen wird das Standard Credibility-Modell zum hierarchischen Credibility-Modell mit den Niveaus:

m	Kollektiv
$m(\Theta)$	Tarifklasse
X	Schadensätze
$\widehat{X}$	Geschätzte Schadensätze

Die Credibility-Formel für $m(\Theta)$ bleibt gegenüber (1.1) fast unverändert. Sie wird

$$\widehat{m} = C[m(\Theta)/\widehat{X}, m] = \frac{\widehat{V}}{\widehat{V}+K}\overline{\widehat{X}} + \frac{K}{\widehat{V}+K}m \tag{4.2}$$

wobei

$$\begin{aligned} \widehat{V}_j &= V_j \frac{v}{v+u_j} \\ \widehat{V} &= \sum \widehat{V}_j \\ \overline{\widehat{X}} &= \widehat{V}^{-1} \sum \widehat{V}_j \widehat{X}_j \\ K &= v/w \end{aligned}$$

Anstelle der ursprünglichen Volumen V_j müssen die (kleineren) Volumen $\widehat{V}_j$ eingesetzt werden. Die Schadensätze aus den neuesten Jahren (mit einer grösseren Varianz u_j bei der Schätzung der Rückstellungen) erhalten damit weniger Gewicht in der Formel. Es ist leicht festzustellen, dass je kleiner die Varianzen u_j sind, desto kleiner der Schätzungsfehler sein wird.

Diese Formel kann nach den gleichen Überlegungen wie bei *Bühlmann/Jewell* (1987) gefunden werden:

- Zuerst wird $m(\Theta)$ auf $[\widehat{X}, X, m]$ projiziert, was die Formel (1.1) ergibt Die weitere Projektion dieser Formel auf $[\widehat{X}, m]$ ergibt

$$\widehat{m} = \frac{V}{V+K} C[\overline{X}/\widehat{X}, m] + \frac{K}{V+K} m \tag{4.3}$$

- Um $C[X_j/\widehat{X}, m]$ zu berechnen, bestimmen wir zuerst $C[X_j/\widehat{X}, m(\Theta), m]$ $= C[X_j/\widehat{X}, m(\Theta)]$

  Unter der Annahme (4.1) gilt

$$E[\mathrm{Cov}(\widehat{X}_j, X_j/\Theta)] = E[\mathrm{Var}(X_j/\Theta)] = V_j^{-1} v$$
$$E[\mathrm{Var}(\widehat{X}_j/\Theta)] = E[\mathrm{Var}(X_j/\Theta)] + E[V_j^{-1} u_j(X_j)] = V_j^{-1}(v + u_j)$$

  Die klassische Credibility-Formel ergibt also

$$C[X_j/\widehat{X}, \Theta] = \frac{v}{v+u_j} \widehat{X}_j + \frac{u_j}{v+u_j} m(\Theta)$$

  und damit

$$C[X_j/\widehat{X}, m] = \frac{v}{v+u_j} \widehat{X}_j + \frac{u_j}{v+u_j} \widehat{m} \tag{4.4}$$

- Es bleibt noch die Formel (4.4) in (4.3) einzusetzen, nach $\widehat{m}$ aufzulösen und somit erhalten wir als Ergebnis die Credibility-Schätzung (4.2)

Als Zusatzergebnis erhalten wir mit der Formel (4.4) eine Credibility-Schätzung der X (also der Rückstellungen) ausgehend von den $\widehat{X}$.

5. Einige Modelle für die Schätzung von Schadenrückstellungen

Es ist einleuchtend, dass keine Methode Schätzungen liefern wird, welche die idealen Voraussetzungen (4.1) erfüllen können. Die notwendigen Schätzungen der Parameter werden immer dazu führen, dass die $\widehat{X}$ korreliert sind. Immerhin

kann man sich fragen, welche Methoden am ehesten diese Voraussetzungen approximieren könnten.
In der Schweiz werden die Schäden im allgemeinen in verschiedene Kategorien aufgeteilt. Bedarfsrückstellungen werden für jede Kategorie einzeln geschätzt, zum Beispiel

- Individuelle, von Schadenspezialisten bestimmte Reserven für die grösseren Schäden
- Rückstellungen für noch nicht angemeldete oder noch nicht erkannte grössere Schäden, also "IBNR-Reserven".
- Rückstellungen für die kleineren Schäden aufgrund von Abwicklungsdreiecken von Zahlungen.

Auf die Interpretation von individuellen Reserven von Schadenspezialisten für die Tarifberechnung wurde schon im Abschnitt 3 eingegangen. In der Schweiz sind diese Reserven im allgemeinen nicht erwartungstreu und der "gesunde Pessimismus" der Schadenspezialisten wird für die Tarifierung mit einem Kürzungsfaktor korrigiert.

5.1 Anzahl IBNR-Schäden bzw. Anzahl grössere Schadenfälle

Wir interpretieren X_j als die Schadenfrequenz (der grösseren Schadenfälle) des Schadenjahres j am Ende der Abwicklung.
Die Beobachtungen für die betrachtete Tarifposition bestehen aus dem Abwicklungsdreieck

$Z_{ij} =$ Schadenfrequenz der im Abwicklungsjahr i angemeldeten (bzw. erkannten) Schadenfälle für $j = 1, \dots, n$; $i = 1, \dots, n+1-j$

$X_j = \sum Z_{ij}$

Ausgehend vom Modell von *Witting* (1986), treffen wir folgende Annahmen:

$$\begin{aligned} E[Z_{ij}/X_j, \Theta] &= q_i X_j \\ \operatorname{Var}[Z_{ij}/X_j, \Theta] &= V_j^{-1} q_i (1-q_i) X_j \\ \operatorname{Cov}[Z_{ij}, Z_{mj}/X_j, \Theta] &= -V_j^{-1} q_i q_m X_j \quad \text{für } i \neq m \end{aligned} \tag{5.1}$$

Die Modellannahmen sind im wesentlichen die folgenden:

- Zu jedem Schadenfall gehört eine Zufallsvariable $T = 1, 2, \ldots$, das Abwicklungsjahr, in welchem der Schadenfall angemeldet (bzw. erkannt) wird.
- Diese Zufallsvariablen sind unabhängig, unabhängig von der Anzahl Schäden und identisch verteilt mit $P[T = i] = q_i$. Wir nehmen an, dass die q für alle Schadenfälle aller Tarifklassen identisch sind und im Kollektiv geschätzt werden können.
- Gegeben die Anzahl Schäden $V_j X_j$ sind damit die $V_j Z_{ij}$ multinomial verteilt, was zu den Beziehungen (5.1) führt.

Sei

$$
\begin{aligned}
{}_nQ_j &= q_1 + \cdots + q_{n+1-j} \\
{}_nX_j &= {}_nQ_j^{-1}(Z_{11} + \cdots + Z_{n+1-j,j)}
\end{aligned}
$$

Es ist leicht zu verifizieren, dass die Schätzungen ${}_nX_j$ die Bedingungen (4.1) erfüllen, mit

$$
\begin{aligned}
u_j(X_j) &= [(1 -_n Q_j)/_nQ_j\,]\,X_j \\
u_j &= [(1 -_n Q_j)/_nQ_j\,]\,m
\end{aligned}
$$

Witting zeigt, dass diese Schätzungen die "lineare Markov- Eigenschaft" erfüllen, was in unserem Fall heisst, dass die Credibility- Schätzung von $m(\Theta)$ die beste Schätzung sein wird, welche linear in den beobachteten Frequenzen Z_{ij} sein wird.

5.2 *Bedarfsrückstellungen für kleinere Schadenfälle*

Wir interpretieren X_j als den Schadensatz (Zahlungen pro Volumeneinheit) des Schadenjahres j am Ende der Abwicklung.
Für die betrachtete Tarifposition bestehen die Beobachtungen aus dem Abwicklungsdreieck

$Z_{ij} =$ Satz der Schadenzahlungen im Abwicklungsjahr i
für $j = 1, \ldots, n;\ i = 1, \ldots, n + 1 - j$

$X_j = \sum Z_{ij}$

Für die Momente der Z_{ij} treffen wir folgende Annahmen:

- $E[Z_{ij}/X_j, \Theta] = q_i X_i$ (5.2)
- $\text{Var}[Z_{ij}/X_j, \Theta] = V_j^{-1} q_i(1 - q_i)((1 - p)X_j + pV_j X_j^2)$ (5.3)
- $\text{Cov}[Z_{ij}, Z_{mj}/X_j, \Theta] = -V_j^{-1} q_i q_m((1 - p)X_j + pV_j X_j^2)$ (5.4)

Ausgehend vom Modell im Abschnitt 5.1, können diese Beziehungen wie folgt interpretiert werden:

- Gegeben $V_j X_j$ (der Schadenaufwand des Jahres j) wird jede Betragseinheit im Abwicklungsjahr i mit der Wahrscheinlichkeit q_i ausbezahlt. Zu jeder Betragseinheit gehört wie im 5.1 eine Zufallsvariable $T = 1, 2, \ldots,$ das Abwicklungsjahr, in welchem dieser Betrag bezahlt wird.
- Die Zufallsvariablen T eines Schadenjahres sind nicht mehr unabhängig, sondern mit dem Korrelationskoeffizienten $p (0 < p < 1)$ korreliert.

In *Hesselager/Witting* (1988) wird gezeigt, wie ein solches Modell (als eine über eine Dirichlet-Verteilung gewichtete Multinomial-Verteilung) genau definiert werden kann.
Wie im 5.1 betrachten wir

$$
\begin{aligned}
{}_nQ_j &= q_1 + \cdots + q_{n+1-j} \\
{}_nX_j &= {}_nQ_j^{-1}(Z_{11} + \cdots + Z_{n+1-j,j})
\end{aligned}
$$

Es lässt sich verifizieren, dass diese Schätzungen ${}_nX_j$ die Bedingungen (4.1) erfüllen, mit

$$u_j(X_j) = [(1 - {}_nQ_j)/{}_nQ_j]\,[(1 - p)X_j + pV_j X_j^2]$$

6. Schlussbemerkung

Das Credibility-Modell (oder mindestens dessen Idee) wurde mehrmals im Rahmen der Tarifberechnung, erstmals 1918 (siehe *Whitney/Michelbacher*, 1918), umgesetzt. Bei fast all diesen Anwendungen wird die Methode auf gestutzte Schadenhöhen angewandt.

Gisler (1980) hat gezeigt, dass durch optimales Stutzen die Genauigkeit der Schätzung verbessert werden kann. Unabhängig davon erlaubt das Stutzen vor allem, die Problematik der Schadenreserven zu entschärfen.

André Dubey
Bruggstrasse 32
8942 Oberrieden

Literatur

Bühlmann, H./Straub, E. (1970): Glaubwürdigkeit für Schadensätze. MVSVM *70/1*, 111–133.
Bühlmann H./Schnieper, R./Straub, E. (1980): Claims reserves in casualty insurance based on a probabilistic model. MVSVM *80/1*, 21–46.
Bühlmann, H./Jewell, W. (1987): Hierarchical credibility revisited. MVSVM, *87/1*, 35–54.
De Vylder, F. (1976): Geometrical credibility. Scandinavian Actuarial Journal *76/3*, 121–149.
Gisler, A. (1980): Optimales Stutzen von Beobachtungen im Credibility-Modell. Diss. ETHZ Nr. 6556.
Gisler, A. (1987): Einige Bemerkungen zum hierarchischen Credibility-Modell. MVSVM *87/1*, 91–98.
Hesselager, O./Witting, T. (1988): A credibility model with random fluctuations in delay probabilities for the prediction of IBNR claims. Astin Bulletin *18/1, 79–90.*
Lemaire, J. (1985): Automobile Insurance – Actuarial Models. Kluwer-Nijhoff Publishing.
Loss reserving methods (1981): Surveys of actuarial studies Nr. 1. A publication of Nationale-Nederlanden N.V.
Michelbacher, G. (1918): The practice of experience rating. Proceedings of the Casualty Society *4/II*, 293–324.
Whitney, A. (1918): The theory of experience rating. Proceedings of the Casualty Society *4/II*, 274–292.
Witting, T. (1986): Über Kredibilitätsschätzungen von reinen IBNR- Schäden. Diss. ETHZ Nr. 8042.

Zusammenfassung

Das Credibility Modell stellt einen mathematischen Rahmen für die Prämienberechnung dar: unter Modellannahmen über Erwartungswert und Varianz der beobachteten Schadensätze wird die "credibleste" Einschätzung des Risikos hergeleitet. In der Schadenversicherung sind diese Schadensätze infolge der Schadenabwicklung selbst zum Teil Schätzungen. Im Artikel wird die Frage angegangen, ob und wie beide Schätzungen gleichzeitig im gleichen Modell realisiert werden können.

Résumé

Le modèle de la crédibilité définit un cadre mathématique pour le calcul des primes: sous certaines hypothèses concernant l'espérance et la variance du montant des sinistres observés, le modèle permet de déduire l'estimation la plus crédible du risque. En assurance non-vie le montant des sinistres doit en partie être lui-même estimé par des provisions. Dans l'article la question est posée, si et comment les deux problèmes d'estimation peuvent être réalisés simultanément dans le même modèle.

Summary

The credibility model sets a mathematical framework for the premium calculation: Under some assumptions about the expected value and variance of the observed claim rates the most credible estimate of the risk is deduced. In non-life insurance the claim rates are in part themselves estimates as a result of claims development. In the article the question is raised if, and how, both estimates can be realised simultaneously in the same model.