

Zeitschrift: Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker
= Bulletin / Association des Actuaires Suisses = Bulletin / Association of
Swiss Actuaries

Herausgeber: Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker

Band: - (1987)

Heft: 1

Artikel: Eine verteilungsunabhängige Selbstbehaltsbestimmung

Autor: Schmitter, Hans

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-967144>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 04.05.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

HANS SCHMITTER, Zürich

Eine verteilungsunabhängige Selbstbehaltsbestimmung

1 Einleitung

Unter den verschiedenen Prämienberechnungsprinzipien, die in der Fachliteratur besprochen werden, z.B. in [2], zeichnet sich das Varianzprinzip durch Eigenschaften aus, die es für praktische Anwendungen besonders attraktiv machen. *De Finetti* hat es in [1] vor über vierzig Jahren hergeleitet und auf die Bestimmung proportionaler Selbstbehalte angewandt. Es verlangt, dass jedes Risiko Z eine Prämie P von

$$P = E[Z] + \nu \text{Var}[Z] \quad (1)$$

bezahlt, wobei jeder Versicherer seinen eigenen Parameter $\nu > 0$ benützt. Risiken, die weniger bezahlen, kann der Versicherer nicht voll übernehmen, sondern muss sie teilweise rückversichern. \tilde{Z} bezeichne den Teil des Risikos, den er selber trägt und \tilde{P} die zugehörige Selbstbehaltsprämie. \tilde{Z} ist nach dem Varianzprinzip dann richtig bestimmt, wenn

$$\tilde{P} = E[\tilde{Z}] + \nu \text{Var}[\tilde{Z}] \quad (2)$$

gilt.

Der vorliegende Artikel behandelt die Bestimmung des Selbstbehalts nach dem Varianzprinzip für eine spezielle Rückversicherungsform, den Schadenexzedenten. Wir nehmen, wie üblich, an, die Jahresschadenlast sei die Summe von K unabhängigen, identisch verteilten Einzelschäden X_1, \dots, X_K , und K sei poissonverteilt.

Über die Einzelschadenverteilung setzen wir so wenig wie möglich voraus, da man sie in praktischen Anwendungen sowieso nur sehr mangelhaft kennt. Wir begnügen uns mit Erwartungswert, Varianz und irgendeinem Quantil.

Es sei

$$\begin{array}{ll} \lambda & \text{der Poissonparameter,} \\ X & \text{der Einzelschaden,} \\ E = E[X] & \text{sein Erwartungswert,} \end{array}$$

$V = \text{Var}[X]$ seine Varianz,
 d der Schadenexzedenten-Selbstbehalt (im folgenden bezeichnen wir ihn als Priorität)

$$(X - d)^+ = \begin{cases} 0 & \text{falls } X \leq d \\ X - d & \text{falls } X > d \end{cases} \text{ der Exzessschaden,}$$

$X - (X - d)^+$ der Selbstbehaltsschaden.

Die Prämie betrage nach Abzug aller Kosten, aber vor Rückversicherung,

$$P = \lambda E(1 + a).$$

Der erwartete Gewinn ist somit $\lambda E a$ (wobei $a > 0$). Die Schadenexzedentenprämie sei $\lambda E[(X - d)^+](1 + c)$. Die Zuschläge auf der Schadenexzedenten-Risikoprämie betragen

$$\lambda E[(X - d)^+]c \quad (c > 0 \text{ vorausgesetzt}).$$

Die Prämie, die dem Erstversicherer bleibt, ist

$$\tilde{P} = \lambda E(1 + a) - \lambda E[(X - d)^+](1 + c). \quad (3)$$

Die Varianz im Selbstbehalt wird, da die Schadenlast zusammengesetzt poissonverteilt ist,

$$\text{Var}[\tilde{Z}] = \lambda E[(X - (X - d)^+)^2]. \quad (4)$$

Die Priorität d ist nun nach dem Varianzprinzip so zu bestimmen, dass (2) erfüllt ist. Aus (2), (3) und (4) folgt:

$$E a - E[(X - d)^+]c = v E[(X - (X - d)^+)^2]. \quad (5)$$

Nicht nur der Versicherer, der Rückversicherungsdeckung kauft, muss sich für einen Selbstbehalt entscheiden, sondern auch der Versicherungsnehmer, der bereit ist, einen Anteil des Schadens, den man meist Franchise nennt, selber zu tragen. In diesem Fall sind die Parameter a und c etwas anders zu interpretieren:

$\lambda(1 + a)E$ ist jetzt die gesamte Prämie, d.h. inklusive Kostenzuschlag, und $\lambda(1 + c)E[(X - d)^+]$ die reduzierte Prämie, falls der Versicherungsnehmer die Franchise d wählt.

$\lambda(Ea - E[(X - d)^+]c)$ ist der Erwartungswert des Betrags, den der Versicherungsnehmer einspart. Die Anwendung des Varianzprinzips heisst für den Versicherungsnehmer, dass das Verhältnis zwischen eingesparten Versicherungsprämien und Varianz im Selbstbehalt die Schranke v nicht unterschreiten darf.

2 Lösungsweg

Wir beschränken uns darauf, den Lösungsweg nur zu skizzieren, da die detaillierte Herleitung der Lösungen eine etwas längliche Fleissarbeit ist. Der Autor wäre aber gerne bereit, eventuellen Interessenten die Beweise zuzustellen. Die Ergebnisse sind im Abschnitt 3 zusammengestellt.

Y bezeichne die Menge aller Zufallsvariablen X mit dem Erwartungswert E , der Varianz V und der Wahrscheinlichkeit $p = \text{Prob}\{X > s\}$:

$$Y = \{X \mid E[X] = E, \text{Var}[X] = V, \text{Prob}\{X > s\} = p\}$$

Zuerst halten wir d und $E[(X - d)^+]$ fest und bestimmen

$$w(d, E[(X - d)^+]) = \inf_{X \in Y} \frac{Ea - E[(X - d)^+]c}{E[(X - (X - d)^+)^2]}.$$

Dann variieren wir $E[(X - d)^+]$ und bestimmen

$$w(d) = \inf_{E[(X - d)^+]} w(d, E[(X - d)^+]).$$

$w(d)$ ist die grösste untere Schranke für das Verhältnis zwischen erwartetem Gewinn und Varianz des Selbstbehalts zu einer gegebenen Priorität d .

Schliesslich bestimmen wir d als Lösung von $w(d) = v$. Dann ist für alle $X \in Y$

$$\frac{Ea - E[(X - d)^+]c}{E[(X - (X - d)^+)^2]} \geq v.$$

Betrachten wir zuerst den Fall $d \leq s$: Zu gegebenem $E[(X - d)^+]$ kann die Varianz des Selbstbehaltsschadens (und mit ihr $E[(X - (X - d)^+)^2]$) nicht grösser sein, als wenn $X - (X - d)^+$ nur die beiden Werte 0 und d annimmt. Abbildung 1 zeigt eine Verteilung mit dieser Eigenschaft.

Für sie ist also

$$\frac{E a - E[(X - d)^+] c}{E[(X - (X - d)^+)^2]} = w(d, E[(X - d)^+]).$$

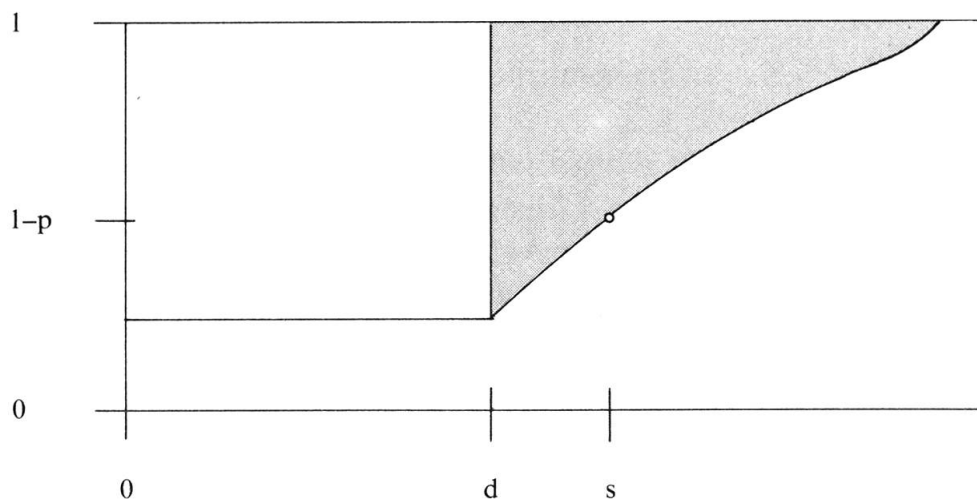


Abbildung 1

Die dunkle Fläche stellt $E[(X - d)^+]$ dar.

Die Selbstbehaltsvarianz kann allerdings nur dann so gross sein wie in Abbildung 1, wenn die gegebene Varianz V genügend hoch ist. Andernfalls ist der grösstmögliche Wert der Selbstbehaltsvarianz durch die kleinstmögliche Exzessschadenvarianz $\text{Var}[(X - d)^+]$ bestimmt. Einen solchen Fall zeigt Abbildung 2.

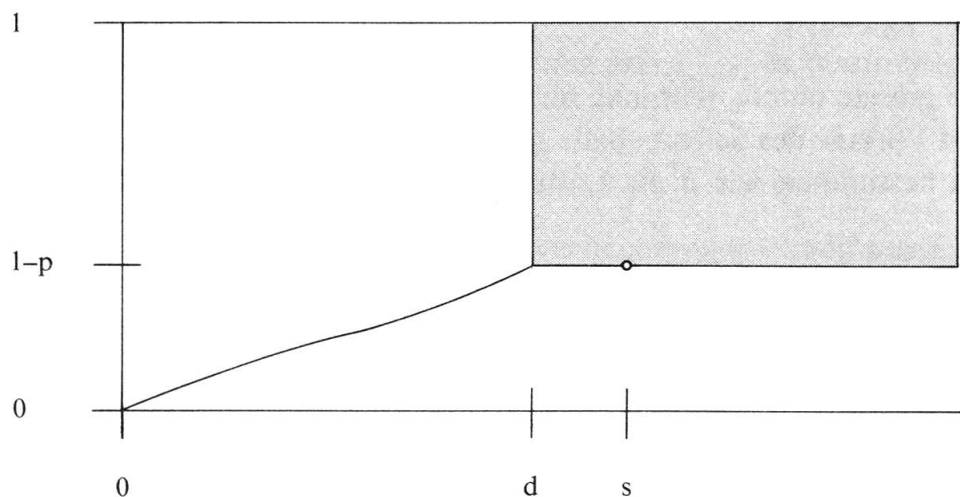


Abbildung 2

Nun suchen wir

$$w(d) = \inf_{E[(X-d)^+]} w(d, E[(X-d)^+]).$$

Für welche Werte von $E[(X-d)^+]$ $w(d, E[(X-d)^+])$ klein wird, hängt von der Höhe von c ab: Ist c klein, so muss auch $E[(X-d)^+]$ klein sein, damit $w(d, E[(X-d)^+])$ klein wird; ist hingegen c gross, so muss $E[(X-d)^+]$ gross sein.

Aus den Abbildungen 1 und 2 ist unmittelbar ersichtlich, wie klein $E[(X-d)^+]$ für $d \leq s$ überhaupt werden kann:

$E[(X-d)^+] = E - d$ ist ein möglicher Grenzfall von Abbildung 1 und führt auf die Lösung d_5 in Tabelle 1 (Abschnitt 3). Der andere Grenzfall ist $E[(X-d)^+] = p(s-d)$; er führt auf die Lösung d_3 .

$E[(X-d)^+] = p(s-d)$ ist auch ein Grenzfall von Abbildung 2; die zugehörige Lösung ist d_2 . Aus Abbildung 1 liest man auch eine obere Grenze von $E[(X-d)^+]$ ab:

$E[(X-d)^+] = E - p d$ führt auf die Lösung d_8 , die allerdings nur für $p \geq E^2/(E^2 + V)$ möglich ist. Abbildung 3 zeigt die Verteilung mit $E[(X-d)^+] = E - p d$ und $p = E^2/(E^2 + V)$.

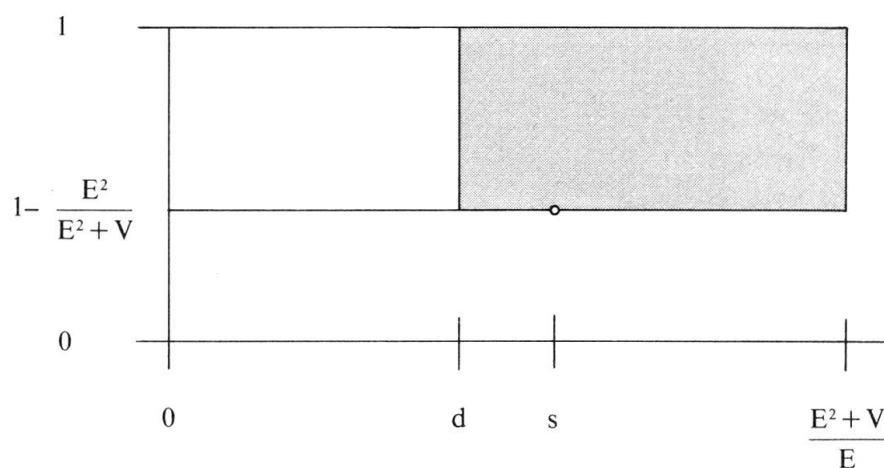


Abbildung 3

Für $p \leq E^2/(E^2 + V)$ zeigt Abbildung 4 das grösstmögliche $E[(X - d)^+]$ als Grenzfall von Abbildung 1.

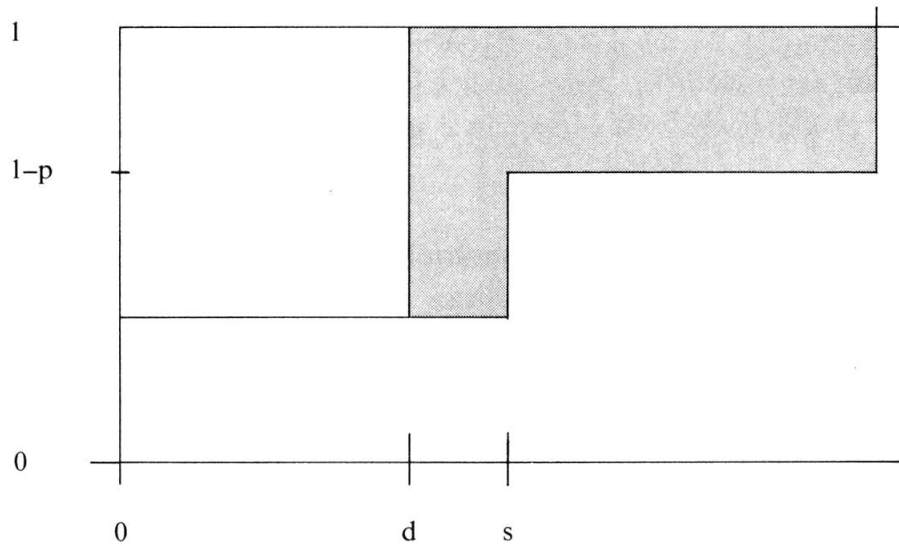


Abbildung 4

Die zugehörige Lösung ist d_7 . Sie existiert nur für $s \leq (E^2 + V)/E$. (Die Bedeutung von $(E^2 + V)/E$ illustriert Abbildung 3.)

Im Fall von $s \geq (E^2 + V)/E$ zeigt Abbildung 5 den Grenzfall von Abbildung 1 für grosse $E[(X - d)^+]$. Die zugehörige Lösung ist d_{11} .

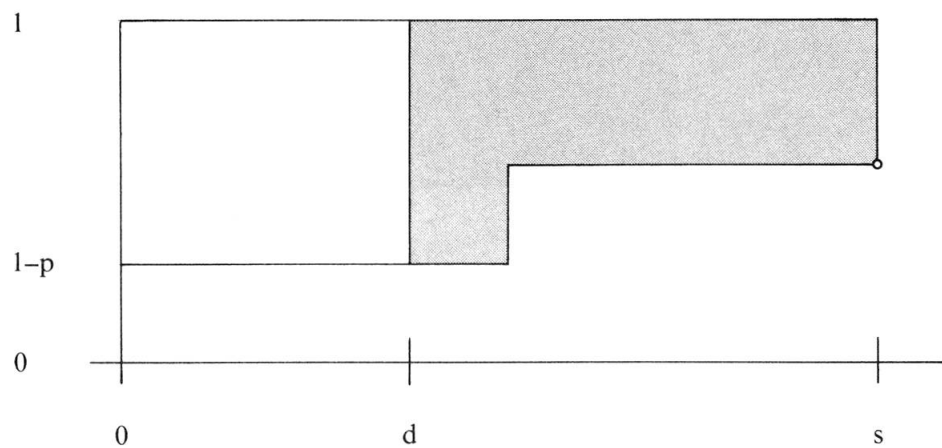


Abbildung 5

Betrachten wir nun den Fall $d \geq s$: Zuerst halten wir wieder $E[(X - d)^+]$ fest und klären ab, wie die Verteilung im unteren Bereich aussehen muss, damit die Selbstbehaltsvarianz möglichst gross wird. Eine mögliche Lösung zeigt Abbildung 6.

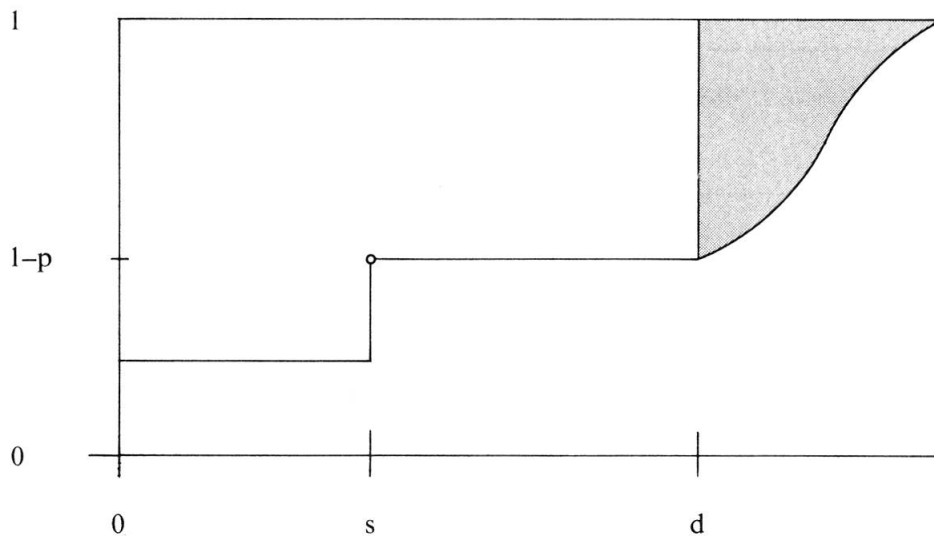


Abbildung 6

Als Infimum von $E[(X - d)^+]$ kommen zwei Kandidaten in Frage:

$$\begin{array}{ll} E[(X - d)^+] = E - s - p(d - s) & \text{führt auf die Lösung } d_1 \text{ und} \\ E[(X - d)^+] = 0 & \text{führt auf } d_4. \end{array}$$

Der Grenzfall für grosse $E[(X - d)^+]$ ist wieder die Verteilung der Abbildung 4. Sie führt auf die Lösung d_6 , allerdings nur im Fall $p \leq E^2/(E^2 + V)$. Für $p \geq E^2/(E^2 + V)$ kann $E[(X - d)^+]$ noch grösser sein. Die Grenze ist durch den kleinstmöglichen Selbstbehaltsschaden gegeben, wie ihn Abbildung 7 zeigt. Die zugehörige Lösung ist d_{10} .

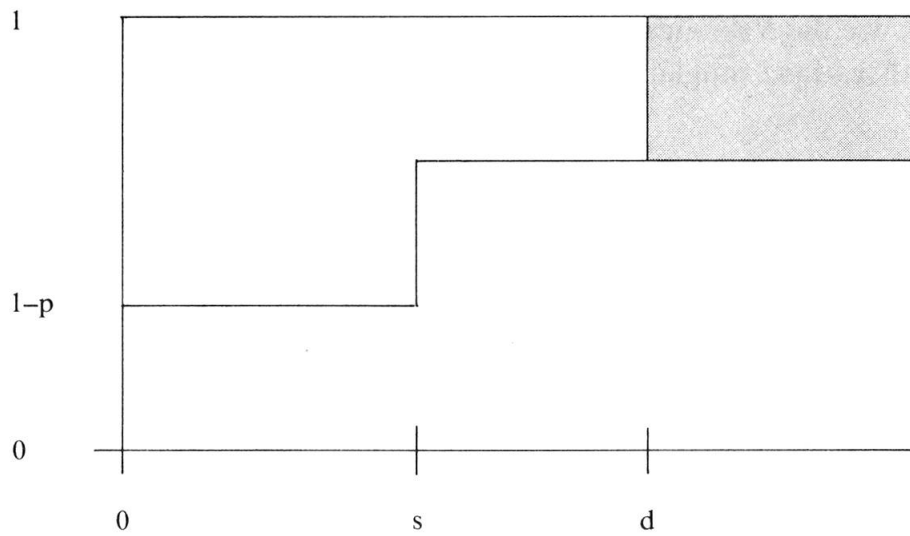


Abbildung 7

Schliesslich liefert Abbildung 7 auch noch die Verteilung, die zu $E[(X - d)^+] = 0$ die Selbstbehaltswarant maximiert und auf d_0 führt.

3 Ergebnisse

Abschnitt 2 hat gezeigt, dass folgende Fälle zu unterscheiden sind:

$$0 \leq s \leq E$$

$$E \leq s \leq \frac{E^2 + V}{E}$$

$$\frac{E^2 + V}{E} \leq s$$

und

$$0 < p \leq \frac{E^2}{E^2 + V} \quad (\text{wir setzen } 0 < p \text{ voraus})$$

$$p \geq \frac{E^2}{E^2 + V}.$$

Ausser von E , V , s und p hängt d von den Parametern a und c ab. Je nach ihrer Höhe hat unser Problem eine der Lösungen d_1 bis d_{11} , die in Tabelle 1 angegeben sind, oder dann hat es keine Lösung.

Die Definitionsbereiche der Parameter a und c werden durch a_1 bis a_{12} in Tabelle 2 und c_1 bis c_{11} in Tabelle 3 voneinander abgegrenzt. Schliesslich ordnen die Tabellen 4 bis 10 jedem Paar a , c die Lösung d zu, falls eine solche existiert. Dabei ist

$$0 < a < v \frac{E^2 + V}{E} \quad (\text{für grössere } a \text{ ist keine Rückversicherung nötig})$$

und

$$0 \leq c.$$

Die Lösungen des Spezialfalls $s = 0$, $p = 1$ wurden schon in [3] hergeleitet, wo der Selbstbehalt allein aufgrund von E und V bestimmt wird.

Tabelle 1 Priorität d

$$d_1 = \frac{c}{2v} \left(1 + \sqrt{1 - 4 \frac{v[E(c-a) + (1-p)s(vs-c)]}{pc^2}} \right)$$

$$d_2 = \frac{c}{2v} \left(1 + \sqrt{1 - 4 \frac{v[(v(E^2+V) - Ea)/p - s(vs-c)]}{c^2}} \right)$$

$$d_3 = \frac{c}{2v} \left(1 - \frac{v(E-ps)}{pc} + \sqrt{1 + v \frac{v(E-ps)^2 + 2p[E(a-c) + Ea - pcs]}{p^2 c^2}} \right)$$

$$d_4 = \frac{s}{2} \left(1 + \sqrt{1 - 4 \frac{E(vs-a)}{vps^2}} \right) \quad d_5 = \frac{c}{2v} \left(1 + \sqrt{1 - 4 \frac{vE(c-a)}{c^2}} \right)$$

$$d_6 = \frac{c}{2v} \left(1 + \sqrt{1 - 2 \frac{vs(c-vs)(1+t)}{c^2} - 4 \frac{vE(vs-a)}{c^2 p}} \right)$$

$$\text{wo } t = \sqrt{1 + 4 \frac{E^2 + V - Es}{ps^2}}$$

$$d_7 = \frac{c}{2v} \left(1 + \sqrt{1 - 4 \frac{vE(c-a)}{c^2 [E/s - (p/2)(t-1)]}} \right)$$

$$d_8 = \frac{c}{2v} \left(1 + \sqrt{1 - 4 \frac{vE(c-a)}{c^2 p}} \right) \quad d_9 = \frac{Ea/v - ps^2}{E - ps} - s$$

$$d_{10} = \frac{c}{2v} \left(1 + \right.$$

$$\left. \sqrt{1 - 4 \frac{v[E(c-a)((E-s)^2 + V - (1-p)s^2) + s(vs-c)(V - (1-p)(E^2 + V))]}{c^2 (E-ps)^2}} \right)$$

$$d_{11} = \frac{c}{2v} \left(1 + \sqrt{1 - 4 \frac{vE(c-a)(E^2 + V - ps^2)}{c^2 [(E-ps)^2 + p(E^2 + V - ps^2)]}} \right)$$

Tabelle 2 Grenzen des Parameters a

$$a_1 = v \frac{s^2}{E}$$

$$a_2 = v \frac{(E - ps)^2}{(1 - p)^2 E}$$

$$a_3 = v \frac{E - ps}{1 - p}$$

$$a_4 = vs$$

$$a_5 = vs \left(1 + \frac{sp(t-1)}{2E} \right) \quad (t \text{ wie in Tab. 1})$$

$$a_6 = vs \left(2 - p \frac{s}{E} \right)$$

$$a_7 = vE \left(1 + \frac{1-p}{p} \left(1 - \frac{s}{E} \right)^2 \right)$$

$$a_8 = v \frac{E}{p}$$

$$a_9 = v \frac{E^2 + V - ps^2 + p(E^2 + V - ps^2)^2 / (E - ps)^2}{E}$$

$$a_{10} = v \frac{E^2 + V - ps^2}{E - ps}$$

$$a_{11} = v \frac{E^2 + V - p(E^2 + V - Es)^2 / (E - ps)^2}{E}$$

$$a_{12} = v \frac{E^2 + V}{E}$$

Tabelle 3 Grenzen des Parameters c als Funktionen von a

$$c_1 = \frac{Ea - vs^2}{E - s}$$

$$c_2 = \frac{Ea(1-p) - v(E-ps)^2/(1-p)}{p(s-E)}$$

$$c_3 = \frac{Ea - vps^2}{E - ps}$$

$$c_4 = \frac{2vE}{p} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{pa}{vE}} \right)$$

$$c_5 = \frac{2v}{E-ps} \left(E^2 + V - Es - \sqrt{((E-s)^2 + V - (1-p)s^2) \left(E^2 + V - \frac{Ea}{v} \right)} \right)$$

$$c_6 = vs + \frac{2E(a-vs)}{sp(t-1)} \quad (t \text{ wie in Tab. 1})$$

$$c_7 = \frac{2vE}{E/s - (p/2)(t-1)} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{a(E/s - (p/2)(t-1))}{vE}} \right) \quad (t \text{ wie in Tab. 1})$$

$$c_8 = v \left(s(1+t) - 2 \sqrt{\frac{E^2 + V - Ea/v}{p}} \right) \quad (t \text{ wie in Tab. 1})$$

$$c_9 = \frac{Ea - v[E^2 + V - ps^2 + p(E^2 + V - ps^2)^2/(E-ps)^2]}{p(Es - (E^2 + V))} (E - ps)$$

$$c_{10} = \frac{2vE}{p + (E-ps)^2/(E^2 + V - ps^2)} \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{a(p + (E-ps)^2/(E^2 + V - ps^2))}{vE}} \right)$$

$$c_{11} = 2vs \left(1 - \sqrt{\frac{E^2 + V - Ea/v}{ps^2}} \right)$$

Tabelle 4

$$p \geq \frac{E^2}{E^2 + V}, \quad s \leq \frac{E}{1 + \sqrt{p(1-p)}}$$

<i>a</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
$a \leq a_1$	$c \leq a$ $a \leq c \leq c_4$	d_5 d_8
$a_1 \leq a \leq a_4$ ($s < E$)	$c \leq c_1$ $c_1 \leq c \leq a$ $a \leq c \leq c_4$	d_1 d_5 d_8
$a_4 \leq a \leq a_6$	$c \leq a_4$ $a_4 \leq c \leq c_4$	d_1 d_8
$a_6 \leq a \leq a_7$	$c \leq a_4$ $a_4 \leq c \leq c_3$ $c_3 \leq c \leq c_5$	d_1 d_8 d_{10}
$a_7 \leq a < a_8$	$c \leq a_4$ $a_4 \leq c \leq c_3$ $c_3 \leq c \leq c_5$	d_4 d_8 d_{10}
$a_8 \leq a < a_{12}$	$c \leq c_3$ $c_3 \leq c \leq c_5$	d_9 d_{10}
$a \leq a_6$	$c > c_4$	keine Lösung
$a \geq a_6$	$c > c_5$	keine Lösung

Tabelle 5

$$p \geq \frac{E^2}{E^2 + V}, \quad \frac{E}{1 + \sqrt{p(1-p)}} \leq s \leq E$$

<i>a</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
$a \leq a_1$	$c \leq a$ $a \leq c \leq c_4$	d_5 d_8
$a_1 \leq a \leq a_4 \quad (s < E)$	$c \leq c_1$ $c_1 \leq c \leq a$ $a \leq c \leq c_4$	d_1 d_5 d_8
$a_4 \leq a \leq a_7 \quad (s < E)$	$c \leq a_4$ $a_4 \leq c \leq c_4$	d_1 d_8
$a_7 \leq a \leq a_6$	$c \leq a_4$ $a_4 \leq c \leq c_4$	d_4 d_8
$a_6 \leq a < a_8$	$c \leq a_4$ $a_4 \leq c \leq c_3$ $c_3 \leq c \leq c_5$	d_4 d_8 d_{10}
$a_8 \leq a < a_{12}$	$c \leq c_3$ $c_3 \leq c \leq c_5$	d_9 d_{10}
$a \leq a_6$	$c > c_4$	keine Lösung
$a \geq a_6$	$c > c_5$	keine Lösung

Tabelle 6

$$p \geq \frac{E^2}{E^2 + V}, \quad s \geq E$$

<i>a</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
$a \leq a_2$	$c \leq a \quad (s > E)$ $a \leq c \leq c_4$	d_5 d_8
$a_2 \leq a \leq a_3 \quad (s > E)$	$c \leq c_2$ $c_2 \leq c \leq a$ $a \leq c \leq c_4$	d_3 d_5 d_8
$a_3 \leq a \leq a_4 \quad (s > E)$	$c \leq a$ $a \leq c \leq c_4$	d_3 d_8
$a_4 \leq a \leq a_6$	$c \leq a_4$ $a_4 \leq c \leq c_4$	d_4 d_8
$a_6 \leq a < a_8$	$c \leq a_4$ $a_4 \leq c \leq c_3$ $c_3 \leq c \leq c_5$	d_4 d_8 d_{10}
$a_8 \leq a < a_{12}$	$c \leq c_3$ $c_3 \leq c \leq c_5$	d_9 d_{10}
$a \leq a_6$	$c > c_4$	keine Lösung
$a \geq a_6$	$c > c_5$	keine Lösung

Tabelle 7

$$p \leq \frac{E^2}{E^2 + V}, \quad s \leq E, \quad t \leq \frac{(E - (1 - p)s)^2 + (E - s)^2}{p^2 s^2} \quad (t \text{ wie in Tab. 1})$$

<i>a</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
$a \leq a_1$	$c \leq a \quad (s < E)$ $a \leq c \leq c_7$	d_5 d_7
$a_1 \leq a \leq a_4 \quad (s < E)$	$c \leq c_1$ $c_1 \leq c \leq a$ $a \leq c \leq c_7$	d_1 d_5 d_7
$a_4 \leq a \leq a_5$	$c \leq a_4$ $a_4 \leq c \leq c_6$ $c_6 \leq c \leq c_7$	d_1 d_6 d_7
$a_5 \leq a \leq a_7$	$c \leq a_4$ $a_4 \leq c \leq c_8$	d_1 d_6
$a_7 \leq a < a_{12} \quad (s < E)$	$c \leq a_4$ $a_4 \leq c \leq c_8$	d_4 d_6
$a \leq a_5$	$c > c_7$	keine Lösung
$a \geq a_5$	$c > c_8$	keine Lösung

Tabelle 8

$$p \leq \frac{E^2}{E^2 + V}, \quad s \leq E, \quad t \geq \frac{(E - (1 - p)s)^2 + (E - s)^2}{p^2 s^2} \quad (t \text{ wie in Tab. 1})$$

<i>a</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
$a \leq a_1$	$c \leq a$ $a \leq c \leq c_7$	d_5 d_7
$a_1 \leq a \leq a_4 \quad (s < E)$	$c \leq c_1$ $c_1 \leq c \leq a$ $a \leq c \leq c_7$	d_1 d_5 d_7
$a_4 \leq a \leq a_7$	$c \leq a_4$ $a_4 \leq c \leq c_6$ $c_6 \leq c \leq c_7$	d_1 d_6 d_7
$a_7 \leq a \leq a_5$	$c \leq a_4$ $a_4 \leq c \leq c_6$ $c_6 \leq c \leq c_7$	d_4 d_6 d_7
$a_5 \leq a < a_{12} \quad (s < E)$	$c \leq a_4$ $a_4 \leq c \leq c_8$	d_4 d_6
$a \leq a_5$	$c > c_7$	keine Lösung
$a \geq a_5$	$c > c_8$	keine Lösung

Tabelle 9

$$p \leq \frac{E^2}{E^2 + V}, \quad E \leq s \leq \frac{E^2 + V}{E}$$

<i>a</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
$a \leq a_2$	$c \leq a \quad (s > E)$ $a \leq c \leq c_7$	d_5 d_7
$a_2 \leq a \leq a_3 \quad (s > E)$	$c \leq c_2$ $c_2 \leq c \leq a$ $a \leq c \leq c_7$	d_3 d_5 d_7
$a_3 \leq a \leq a_4 \quad (s > E)$	$c \leq a$ $a \leq c \leq c_7$	d_3 d_7
$a_4 \leq a \leq a_5$	$c \leq a_4$ $a_4 \leq c \leq c_6$ $c_6 \leq c \leq c_7$	d_4 d_6 d_7
$a_5 \leq a < a_{12}$	$c \leq a_4$ $a_4 \leq c \leq c_8$	d_4 d_6
$a \leq a_5$	$c > c_7$	keine Lösung
$a \geq a_5$	$c > c_8$	keine Lösung

Tabelle 10

$$p \leq \frac{E^2}{E^2 + V}, \quad \frac{E^2 + V}{E} \leq s$$

<i>a</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
$a \leq a_2$	$c \leq a \quad (s > E)$ $a \leq c \leq c_{10}$	d_5 d_{11}
$a_2 \leq a \leq a_3 \quad (s > E)$	$c \leq c_2$ $c_2 \leq c \leq a$ $a \leq c \leq c_{10}$	d_3 d_5 d_{11}
$a_3 \leq a \leq a_9$	$c \leq a$ $a \leq c \leq c_{10}$	d_3 d_{11}
$a_9 \leq a \leq a_{10}$	$c \leq c_9$ $c_9 \leq c \leq a$ $a \leq c \leq c_{10}$	d_2 d_3 d_{11}
$a_{10} \leq a \leq a_{11}$	$c \leq c_9$ $c_9 \leq c \leq c_{10}$	d_2 d_{11}
$a_{11} \leq a < a_{12}$	$c \leq c_{11}$	d_2
$a \leq a_{11}$	$c > c_{10}$	keine Lösung
$a \geq a_{11}$	$c > c_{11}$	keine Lösung

Hans Schmitter
Schweizer Rück
Postfach 172
8022 Zürich

Literatur

- [1] *Finetti, B. de* (1940): Il problema dei "pieni". Giornale dell'Istituto Italiano degli Attuari, Roma, Anno XI, No. 1, 1–88.
- [2] *Gerber, H. U.* (1979): An Introduction to Mathematical Risk Theory. Huebner Foundation for Insurance Education, Philadelphia.
- [3] *Schmitter, H.* (1984): Untere Grenzen für Selbstbehalte von Schadenexzedenten. MVSM, Heft 1, 89–103.

Zusammenfassung

Für die Bestimmung einer unteren Grenze des nichtproportionalen Selbstbehalts werden folgende Grössen benützt: der Erwartungswert, die Varianz und ein Quantil des Einzelschadens, die Gewinnmargen von Erst- und Rückversicherung und das tolerierbare Verhältnis zwischen Gewinn und Varianz im Selbstbehalt.

Résumé

Une limite inférieure du plein de conservation par sinistre est déterminée à partir des informations suivantes: l'espérance mathématique, la variance et un quantile de la distribution des sinistres, les marges de profit de l'assurance et de la réassurance ainsi que le rapport tolérable entre le profit et la variance pour propre compte.

Abstract

A lower limit for the non proportional retention is determined based on the following information: the expected value, the variance and a quantile of the claims distribution, the profit margins of the direct insurer and the reinsurer and the tolerable ratio between profit and variance of the retention.