

# Zum Begriff der Solvenz

Autor(en): **Pesonen, Erkki**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer  
Versicherungsmathematiker = Bulletin / Association des Actuaire  
Suisses = Bulletin / Association of Swiss Actuaries**

Band (Jahr): - **(1986)**

Heft 1

PDF erstellt am: **27.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-967044>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

## B. Wissenschaftliche Mitteilungen

ERKKI PESONEN, Helsinki

### Zum Begriff der Solvenz\*

In den Gesetzgebungen verschiedener Länder gibt es unterschiedliche Definitionen darüber, wann eine Versicherungsgesellschaft als solvent gilt. Von den Aktuaren haben vor allem die Risikotheoretiker die Solvenzfrage in erster Linie vom Gesichtspunkt der Schaden- und Rückversicherungsgesellschaften aus untersucht. Die Definitionen können – grob gesagt – in zwei Klassen eingeteilt werden:

1. in solche, die einer oder mehreren Kennzahlen eine formelle, numerische Definition geben (zum Beispiel das Solvenzkriterium der EG), und
2. in solche, die die Solvenzbedingung abstrakt definieren (zum Beispiel das finnische Gesetz über die Versicherungsgesellschaften).

Die Näherungsweise der letztgenannten Klasse zielt darauf, mit approximativen Methoden zu errechnen, wie wahrscheinlich die Versicherungsgesellschaft ihren Leistungsverpflichtungen nachkommen kann. Die Überlegung, die nun anzustellen ist, geht von dieser Näherungsweise aus, weil eine Definition der Kennzahlen meiner Auffassung nach erst dann aktuell wird, wenn abstrakt präzisiert wird, was mit den jeweiligen Kennzahlen approximiert werden soll.

Als Beispiel für ein Solvenzkriterium könnte unter anderem die Wahrscheinlichkeit gelten, daß das Aktivvermögen  $A$  der Versicherungsgesellschaft im Laufe der folgenden  $n$  Jahre ständig ihre Leistungsverpflichtungen  $L$  im Wert übersteigt:

$$\text{Prob}\{A_t > L_t \mid 0 < t < n\}$$

\* Vortrag, gehalten anlässlich der 76. Jahresversammlung der Vereinigung schweizerischer Versicherungsmathematiker am 21. September 1985 in Neuenburg.

Diese Wahrscheinlichkeit haben auch die Risikotheoretiker als Solvenzkriterium verwendet. Nach einer Definition gilt eine Versicherungsgesellschaft als solvent, wenn diese Wahrscheinlichkeit mehr als 99% beträgt bzw. – wenn man es “konservativer“ ausdrücken will – mehr als 99,9%.

Diese Definition läßt auf jeden Fall einige Fragen offen: Was versteht man hier unter Aktivvermögen der Gesellschaft? Was versteht man unter Leistungsverpflichtungen der Gesellschaft? Wie kann man Faktoren mit einkalkulieren, auf die man noch in der Zukunft einwirken kann?

Sowohl das Aktivvermögen als auch die Verbindlichkeiten einer Versicherungsgesellschaft stehen in einem komplizierten Kausalverhältnis zueinander. Wenn man nur zum Betrachtungszeitpunkt 0 an die bisher eingegangenen Leistungsverbindungen denkt und sich ausschließlich auf Versicherungsleistungsverpflichtungen konzentriert, ist das Risiko ziemlich eindeutig definierbar, aber daraus resultiert kein Zahlenwert, sondern ein stochastischer Prozess. Der Begriff kann graphisch mit einer stochastischen Fächerkurve dargestellt werden bzw. heuristisch mit einer durch obere und untere Grenzwerte bestimmten Zone, innerhalb der der ausfließende Kassenstrom (cash-flow) zum Beispiel mit einer Wahrscheinlichkeit von 99,9% verbleibt (Abb. 1 im Anhang). Die wichtigsten stochastischen Faktoren sind folgende:

1. Bei bereits ausgezahlten Versicherungen tritt zusätzlich ein Schaden ein, zu dessen Ersatz die Versicherungsgesellschaft verpflichtet ist,
2. bei schon entstandenen Schäden (und eventuell auch bei Schäden, die der Versicherungsgesellschaft noch nicht gemeldet wurden), für die aber noch nicht Ersatz geleistet wurde, weil über die Ersatzleistungssumme eine (zum Beispiel gerichtliche) Entscheidung noch aussteht, aber auch in den Fällen, wo die Höhe der Ersatzleistungssumme aus anderen Gründen der Versicherungsgesellschaft unbekannt ist, und
3. bei Devisenkursschwankungen in Schadenersatzfällen, bei denen die Ersatzsumme in einer anderen als der Buchführungswährung zu leisten ist.

Das Bild wird komplizierter, wenn die zukünftigen Leistungsverpflichtungen berücksichtigt werden. Nur in sehr extremen Ausnahmefällen kann eine Versicherungsgesellschaft ohne vorwarnende Anzeichen in eine derart ungünstige Lage geraten, daß die Aufsichtsbehörden gezwungen sind, der

Versicherungsgesellschaft zu verbieten, neue Leistungsverpflichtungen einzugehen. Wenn die Versicherungsaufsicht gut organisiert ist, wird der Versicherungsgesellschaft die Weisung, bei ihrer Solvenzpolitik Abhilfe zu schaffen, schon in der Phase erteilt, wo die Versicherungsgesellschaft noch imstande ist, neue Leistungsverpflichtungen einzugehen. Damit eine deartige Weisung genau zum richtigen Zeitpunkt erteilt werden kann, muß bei der Solvenzpolitik das Eingehen neuer Leistungsverpflichtungen – zum Beispiel für ein Jahr im voraus (gerechnet vom Betrachtungszeitpunkt an) – mit einbezogen werden.

Das Problem kann im Grunde genommen mit einer ähnlichen stochastischen Fächerkurve dargestellt werden wie in Abbildung 1. Der einzige Unterschied besteht darin, daß sich diese neue Kurve im Koordinatensystem höher befindet. Dieser letzte Fächer ist insofern weitaus problematischer, als man sich hier nicht mehr auf eine rein aktuarielle Analyse beschränken kann, weil die Form des Fächers von den in nächster Zukunft einzugehenden Leistungsverpflichtungen bestimmt wird. Man kann dadurch zu einer Lösung kommen, wenn man annimmt, daß die neuen Leistungsverpflichtungen von ihren risikotheorietischen Eigenschaften her gesehen den früheren gleichen, aber diese Annahme ist mit Vorsicht zu betrachten.

Mit prinzipiell viel schwierigeren – aber in der Praxis meistens leichteren – Problemen wird man konfrontiert, wenn es um Fragen des Aktivvermögens geht. Wie ich vorhin erklärte, führt die Ermittlung des Risikos einer Versicherungsoperation zu einem ziemlich genau definierbaren stochastischen Prozeß, wobei das Hauptproblem darin besteht, diesen Prozeß numerisch zu schätzen und zu berechnen. Was das Aktivvermögen betrifft, ist ein entscheidender Teil der Unsicherheitsfaktoren durch die künftigen Entscheidungen und das Abhängigkeitsverhältnis zwischen Aktivvermögen und dem durch die Leistungsverpflichtungen gegebenen Kassenstrom bedingt. In den meisten risikotheorietischen Betrachtungen gilt das Aktivvermögen als eine deterministische Größe. Genauer gesagt gilt das Aktivvermögen zum Betrachtungszeitpunkt als deterministische Größe; vom Betrachtungszeitpunkt an zeitlich nach vorn gesehen, wird als einziger stochastischer Faktor der negative – weil eben das Aktivvermögen verringernde – Kassenstrom angenommen, der durch die Leistungsverpflichtungen bedingt ist.

Die Wirklichkeit sieht natürlich völlig anders aus. Beim Investieren und bei der Handhabung des Investitionsportefeuilles entsteht ein positiver Kassenstrom, der – berichtigt durch den durch die Versicherungsoperationen oder andere Ursachen bedingten Kassenstrom – in neue Anlagegegenstände in-

vestiert wird. Es gibt also mehrere Zukunftsfaktoren, die auf das Aktivvermögen einwirken, zum Beispiel

1. wie sich der ausfließende Kassenstrom entwickeln wird,
2. wie der zukünftige Anlagemarkt aussehen wird und
3. für welche Anlagegegenstände sich die Versicherungsgesellschaft zukünftig entscheiden und welche sie aufgeben wird.

Wenn man an die Wirklichkeit denkt, liegt der Nettokassenstrom der Versicherungsgesellschaft fast immer bei Null, weil sie kaum über mehr Bargeld oder sonstiges voll liquides (und unproduktives) Aktivvermögen verfügen möchte, als unbedingt notwendig ist. Dies kann mit einer leichten Approximationsgleichung dargestellt werden, deren Größen (Abb. 2) sich aus zwei Kassenströmen ergeben, nämlich einem positiven  $CF_A$ , gebildet vom Aktivvermögen und von den neuen Versicherungsprämien, und einem negativen  $CF_L$ , gebildet von den Ersatzleistungen und sonstigen Ausgaben:

$$CF_A \approx CF_L$$

Nehmen wir an, die Kurven entsprechen nun der Situation, die vom Betrachtungszeitpunkt 0 an zeitlich nach vorn gesehen vorhanden ist, und die Versicherungsgesellschaft geht noch innerhalb eines Jahres neue Leistungsverpflichtungen ein. Erschöpfen sich die Mittel, bevor alle Verbindlichkeiten erfüllt sind, ist die erstgenannte Kurve kürzer. Die Wahrscheinlichkeit, daß dieser Fall nicht eintritt, kann auch als Maßstab für die Solvenz gelten. Dieser neue Maßstab kann in abstrakter Hinsicht für genauer angesehen werden, wenn wir ihn mit dem anderen, schon früher von mir genannten Maßstab vergleichen, der in der Risikotheorie angewandt wird: Er setzt nämlich keine Definition für den tatsächlichen Kapitalwert des Vermögens voraus.

In der Praxis können die durch das Aktivvermögen bedingten Probleme besser als die risikobezogenen Probleme unter Kontrolle gehalten werden, weil das Aktivvermögen für eine erheblich stabilere Größe angesehen werden kann als die Verbindlichkeiten. Das Aktivvermögen wird unter anderem mit Größen wie Anschaffungswert, Liquidationswert, Marktwert usw. approximiert. Diese Begriffe sind nicht ganz unproblematisch. Der Marktwert ist einmal zu optimistisch, dann wieder zu pessimistisch, weil die Verbindlichkeiten nicht im Handumdrehen liquidiert werden können. Statt des Marktwertes wird unter anderen in den Vereinigten Staaten bei Obliga-

tionen ein sogenannter “amortized cost“-Wert verwendet: Die Idee dabei besteht darin, daß der Marktwert keine Relevanz hat, wenn die Obligationen erst nach Ablauf ihrer Laufzeit eingelöst werden.

Der Anschaffungswert bzw. der historische Wert ist nur für die Buchführung und die Steuerveranlagung relevant. Der Betrag, den man seinerzeit für den Erwerb eines Vermögensgegenstandes geleistet hat, hat keinen Einfluß auf dessen Effektivwert – was man nun darunter auch immer verstehen mag. Ein Vermögenszuwachs stellt einen typischen Markov’schen Prozeß dar: Die Zukunft hängt ausschließlich von der heutigen Sachlage ab, und nicht davon, wie diese Sachlage erreicht worden ist.

Bei den Solvenz betrachtungen hat man in der letzten Zeit – neben dem Schadenrisikoprozeß – zusehends mehr Aufmerksamkeit dem Aktivvermögensrisiko (Assets related risks) gewidmet. Bei dieser Betrachtungsweise geht es gewöhnlich darum, zuerst den Risikoprozeß und das Aktivvermögensrisiko – jeweils voneinander separat – zu untersuchen und erst danach die daraus abgeleiteten Solvenzmarginalien einfach zu summieren. Aber wie ich schon früher festgestellt habe, besteht zwischen dem Aktivvermögen und den Verbindlichkeiten ein weitgehendes Abhängigkeitsverhältnis. Dieses Abhängigkeitsverhältnis sollte ein Teil der Solvenzanalyse sein. Die Solvenzanalyse wiederum sollte nicht von den angewandten Buchführungsprinzipien abhängen.

Vorhin habe ich versucht, Begriffsdefinitionen zu betrachten. Die Tatsache, wie eine numerische Analyse anhand der Begriffe in einer wirklichen Versicherungsgesellschaft durchgeführt werden kann, habe ich dabei außer acht gelassen. Ich beschränke mich darauf, den Lösungsprozeß des Problems in Umrissen darzustellen, ohne auf die auch mir unbekanntesten Einzelheiten einzugehen.

Ich teile meine Betrachtung gewissermaßen in unmittelbar aufeinanderfolgende Module ein, wovon jeder mit dem vorhergehenden kombiniert werden kann.

### *Modul 1*

Betrachtet wird der ausschließlich aus den *schon eingegangenen Leistungsverpflichtungen* entstehende Risikoprozeß. In der Risikotheorie sind zu einer qualitativ ziemlich hohen numerischen Kontrolle ausreichende theoretische und numerische Methoden entwickelt worden. An das jeweils anzupassende risikotheorietische Modell müssen diejenigen Kassenströme eingebunden werden, die durch die Schadenreserven bedingt sind.

Für den Versicherungspraktiker ist das Simulieren bei der Solvenzbehandlung am zweckmäßigsten, weil dabei die Anwendung vieler komplizierter Formeln vermieden werden kann, obwohl aus praktischen Gründen zahlreiche außenweltbedingte Faktoren in das Modell einbezogen werden müssen. Das Simulieren erleichtert auch in maßgebender Weise das Kombinieren dieses Moduls mit den anderen Modulen, die ich nun erläutern werde.

### *Modul 2*

Ich betrachte zunächst den Risikoprozeß, der *ausschließlich* von den während einer kürzeren *zukünftigen Periode einzugehenden Leistungsverpflichtungen* abhängt. Diese Periode könnte zum Beispiel einen Zeitraum von einem Monat umfassen. Über die Struktur und das Volumen der zukünftigen Leistungsverpflichtungen müssen nun Hypothesen aufgestellt werden. Am einfachsten ist es natürlich anzunehmen, daß die neuen Leistungsverpflichtungen dieser Periode mit den Leistungsverpflichtungen der unmittelbar vorhergehenden, ebenso langen Periode identisch sind, aber der Prozeß wird nicht dadurch nennenswert komplizierter, daß man die neuen Leistungsverpflichtungen jeweils von dem bisherigen Ergebnis der einzelnen Module abhängig sein läßt.

### *Modul 3*

Als Ausgangspunkt dient ein bereits vorhandener Investitionsbestand mit seinen Maturitätsprofilen, wobei ein Operationsmodell darüber erstellt wird, wie im Laufe des Prozesses während einer kurzen Periode (zum Beispiel monatlich) das Maturitätsprofil des Investitionsbestandes aktiv verändert werden kann, so daß die Approximationsgleichung

$$CF_A \approx CF_L$$

für die nahe Zukunft Gültigkeit hat. Es ist leicht festzustellen, daß eine Änderung des Maturitätsprofils keine eindeutige Maßnahme ist, sondern daß es dafür immer mehrere Lösungen gibt. Die Priorität dieser verschiedenen Lösungen kann auf eine sehr komplizierte Weise von Zukunftsereignissen bestimmt sein. Aber wenn man sich nicht auf allzu komplizierte Optimierungsaufgaben einläßt, ist der Änderungsprozeß beim Portefeuille verhältnismäßig einfach, vor allem dann, wenn eine ausreichend hohe Liquidität vorhanden ist.

Es ist kaum denkbar, daß sich diese drei Module ohne Simulation in unmittelbarer Aufeinanderfolge praktisch anwenden lassen. Durch Simulation ergibt

sich – wie ich schon erwähnt habe – die Möglichkeit, in die Module zahlreiche, durch Umweltveränderungen bedingte Zusatzfaktoren und durch die Prozeßentwicklung bedingte Entscheidungsparameter mit einzubeziehen, ohne dabei den Kalkulationsprozeß wesentlich zu erschweren.

Die Prozedur könnte folgendermaßen ablaufen: Zu Beginn (z.B. im heutigen Zeitpunkt) wird Modul 1 angewandt, doch der vom Risikoprozeß verursachte Nettokassenstrom muß nur für einen oder zwei Monate im voraus berechnet werden. Danach wird Modul 2 angewandt, für den der Kassenstrom für die gleiche Zeit berechnet wird wie für Modul 1 (Abb. 3).

In Hinsicht auf die Gesamtwirkung dieser zwei Nettokassenströme wird Modul 3 angewandt, um das Investitionsportefeuille an den bekannten Risikoprozess-Nettokassenstrom anzupassen und danach eine ausreichende Liquidität zu sichern. Danach rückt man auf einen um einen Monat späteren Zeitpunkt vor und beginnt dabei wieder mit Modul 1. Wenn man diese Prozedur ein ganzes Jahr hindurch aufrechterhalten hat, wendet man Modul 2 nicht mehr an (so berücksichtigt man, daß bei der Solvenzbetrachtung angenommen wird, daß die Versicherungsgesellschaft noch während eines Jahres Leistungsverpflichtungen eingeht). Der Prozeß wird solange aufrechterhalten, bis sich einer der beiden Restmodule (Modul 1 oder 3) “erschöpft“. Zum Schluß kann man dann den letzten Modul “auslaufen“ lassen (Abb. 2). Jedenfalls lohnt es sich, nach herkömmlichen Methoden den positiven oder negativen Kapitalwert der Versicherungsgesellschaft in der Phase zu berechnen, wo nur mehr ein Modul zur Verfügung steht, und diesen Kapitalwert auf eine angemessene Weise auf den Anfangszeitpunkt des ganzen Prozesses zu “diskontieren“.

Wenn der Prozeß in seiner Ganzheit oft genug wiederholt wird, erhält man eine approximative Wahrscheinlichkeit dafür, daß Modul 1 als letzter übrigbleibt bzw. die Versicherungsgesellschaft in Konkurs geht. Man erhält dabei auch noch viele andere Fakten, wie zum Beispiel die Verteilungsfunktion für den diskontierten Nettovermögensstand der Versicherungsgesellschaft (dieser als Zufallsvariable interpretiert).

Dr. Erkki Pesonen  
Kansa Corporation Ltd.  
Hämeentie 33  
Helsinki



Abbildung 1

**Ausfließender Cash-Flow**  
(Simulierte Realisationen)

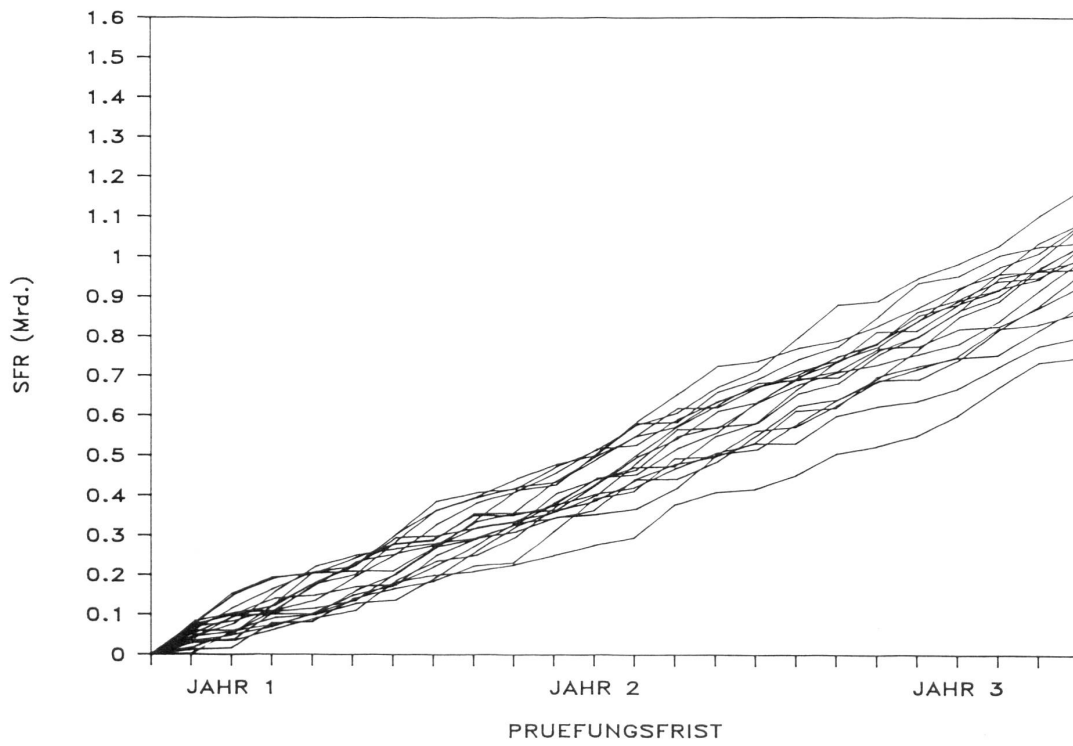


Abbildung 2

**Cash-Flow**  
Aus- und Einfließender

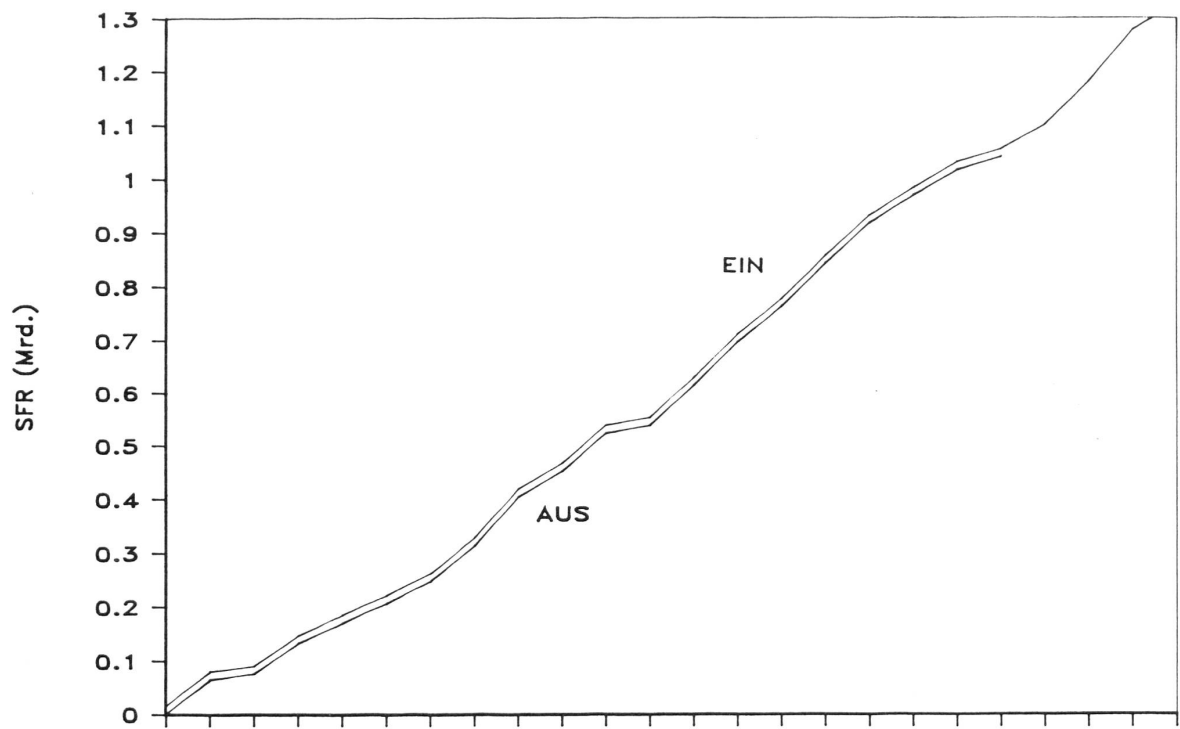
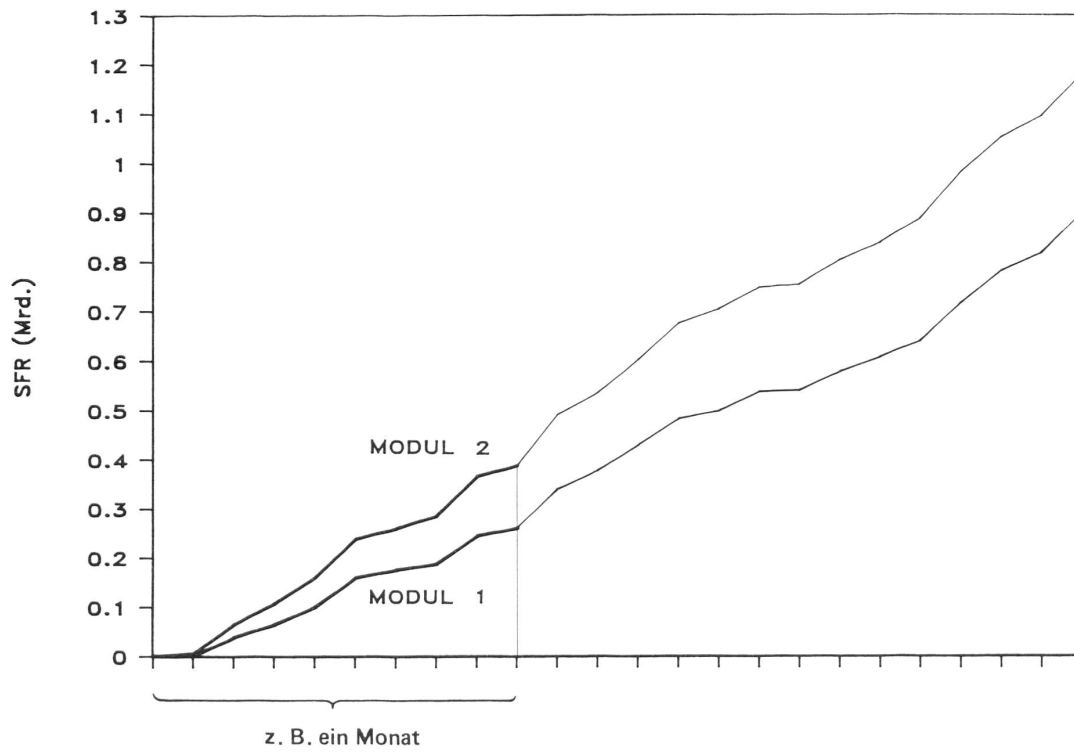


Abbildung 3

Anfang der Simulation  
Module 1 und 2



## **Zusammenfassung**

Ausgehend von einer risikotheorietischen Definition der Solvenz einer Versicherungsgesellschaft werden zunächst die hier verwendeten Begriffe Aktivvermögen und Leistungsverpflichtungen diskutiert. Dann wird die praktische numerische Analyse umrissen, wobei ein Modell mit drei gestaffelten Modulen entwickelt wird.

## **Résumé**

L'auteur propose, à partir d'une définition de la solvabilité d'une institution d'assurance tirée de la théorie du risque, les notions de capital actif et d'engagement technique et en discute les propriétés. Il esquisse ensuite l'analyse pratique des éléments numériques en développant un modèle comportant trois modules échelonnés dans le temps.

## **Summary**

Starting with a risk theoretical definition of solvency the author first discusses the meaning of assets and liabilities as they are used in the present context. Then the actual numerical analysis is described, whereby a model with three components that are shifted in time is developed.

