Zeitschrift: Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker = Bulletin / Association des Actuaires Suisses = Bulletin / Association of Swiss Actuaries

Herausgeber: Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker

Band: - (1985)

Heft: 1

Rubrik: Kurzmitteilungen

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 16.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

D. Kurzmitteilungen

Heinz H. Müller, Zürich, und Alois Gisler, Winterthur*

Kommentar zur Anwendung der «Moral Hazard»-Theorie im Versicherungsbereich

1. Einleitung und allgemeine Resultate

In den letzten Jahren hat sich die ökonomische Literatur eingehend mit dem «Moral-Hazard»-Problem beschäftigt. Da dieser Themenkreis für die Versicherungswirtschaft von nicht zu unterschätzender Bedeutung ist, möchten wir hier kurz einige bemerkenswerte Ergebnisse aus der Literatur vorstellen.
Das «Moral-Hazard»-Phänomen beruht auf dem Zielkonflikt zwischen optimalem Risikoaustausch und optimalen Anreizstrukturen. In der Versicherung bedeutet dies, dass Individuen infolge Bestehens einer Versicherung ihr Verhalten gegenüber dem Risiko ändern. Beispielsweise ist denkbar, dass versicherte Kameras eher gestohlen werden als nicht versicherte.
In der Literatur wird «Moral-Hazard» vorwiegend im Rahmen des Principal-Agent-Problems behandelt. Dabei werden ein Principal (z. B. Eigentümer einer Farm) und ein Agent (Pächter) betrachtet. Das Ergebnis X (Ernte) hängt ab vom Verhalten e des Agent (Anstrengung des Pächters) und von einem stochastischen Element S (Witterung). X ist somit eine Zufallsgrösse $X(e, S)$. Das Ergebnis wird gemäss einem festgelegten Schema aufgeteilt, und zwar erhält der Agent $\Phi(X)$ und der Principal $X-\Phi(X)$. Die Funktion Φ ist eine Funktion nur von X, nicht auch von e, weil angenommen wird, der Principal könne e nicht direkt beobachten. Gesucht ist eine optimale Aufteilungsfunktion $\Phi(x)$. Principal und Agent verhalten sich risikoneutral oder risikoavers und beurteilen ihre Anteile aufgrund des erwarteten Nutzens $E[u(X-\Phi(X))]$ bzw. $E[v(\Phi(X), e)]$. Dabei sind u und v Neumannsche Nutzenfunktionen. Bei der Bildung des Erwartungswertes ist über die bedingte Verteilung von X, gegeben e, zu integrieren.
In diesem Kontext lässt sich das «Moral-Hazard»-Phänomen formal wie folgt erfassen:

* Wir möchten Fritz Bichsel, René Schnieper und Peter Zweifel für ihre Kommentare bestens danken.

Ein Aufteilungsschema $\Phi(x)$ heisst Pareto-optimal unter «Moral-Hazard», falls $E[u(X_e - \Phi(X_e))]$ maximiert (Maximum über Φ und e) wird unter den Nebenbedingungen

i) $E[v(\Phi(X_e), e)] \geq V^\circ$

ii) $E[v(\Phi(X_e), e)] \geq E[v(\Phi(X_{e'}), e')]$ für alle e'

Beim üblichen Pareto-optimalen Risikoaustausch wäre nur die Bedingung i) erforderlich[1]. Die Bedingung ii) trägt dem «Moral-Hazard»-Phänomen Rechnung. Dabei wird berücksichtigt, dass der Agent bei gegebenem Φ die für ihn günstigste Wahl von e trifft.

Sehr einfach wird die Lösung des Problems, wenn v im ersten Argument linear ist. Dann ist die optimale Aufteilungsfunktion von der Form $\Phi(x) = x - k$ (k = konstant), d.h. der Principal erhält eine feste Auszahlung und der Agent trägt das volle Risiko. Bei strikter Risikoaversion des Agent sind hingegen weder $\Phi(x)$ noch $x - \Phi(x)$ konstant, d.h. weder der Principal noch der Agent tragen das volle Risiko. Shavell (1979a) führt einen Parameter λ ein, um den Begriff «Effizienz der Anstrengung e» zu erfassen. Je grösser der Parameter λ ist, desto kleiner sind die Kosten, um die Anstrengung e zu erhöhen. Shavell zeigt, dass für die Extreme $\lambda = 0$ und im limes $\lambda \to \infty$ die üblichen Pareto-optimalen Risikoaustausche zusammenfallen mit den Pareto-optimalen Lösungen unter «Moral-Hazard». Im Zwischenbereich resultiert aber wegen «Moral-Hazard» ein Wohlfahrtsverlust. Dieses Resultat lässt sich leicht interpretieren. Wachsen die Kosten für zusätzliche Anstrengungen ins Unermessliche ($\lambda = 0$), so lohnt es sich in keinem Fall, zusätzlich Anstrengungen zu unternehmen. Sind die Kosten für zusätzliche Anstrengungen extrem klein, so wird der gewählte Aufwand durch das «Moral-Hazard»-Phänomen kaum beeinträchtigt.

Das Principal-Agent-Modell ist auf zahlreiche Situationen (z.B. Vermieter/Mieter, Manager/Angestellter, Krankenkasse/Arzt) anwendbar. Im folgenden beschränken wir uns auf den Fall, wo dem Principal eine Versicherungsgesellschaft und dem Agent ein Versicherter entspricht.

[1] Unter unseren Annahmen lässt sich leicht zeigen, dass bei Weglassen der Bedingung ii) die gewohnte Pareto-Bedingung – kein Beteiligter kann besser gestellt werden, ohne dass ein anderer schlechter gestellt werden müsste – erfüllt ist.

2. Anwendung auf Versicherungsverträge

Es wird folgende einfache Versicherungssituation betrachtet:

- Das Individuum verfügt über ein Anfangsvermögen y und handelt gemäss einer Nutzenfunktion u. Verwendet es den Betrag x für Vorsichtsmassnahmen, so tritt mit Wahrscheinlichkeit $p(x)$ ein Schaden der Höhe l und mit Wahrscheinlichkeit $1-p(x)$ kein Schaden ein.
- Die Versicherungsgesellschaft ist risikoneutral. Um im Schadenfall die Entschädigung q zu entrichten, verlangt sie eine Prämie $\pi = p \cdot q$. Ein Versicherungsvertrag besteht somit aus einem Paar $(\pi, q) \in \mathbb{R}^2$.

Bei einem vorgegebenen Versicherungsvertrag (π, q) wird ein rationales Individuum versuchen, durch die Wahl von x seinen erwarteten Nutzen zu maximieren. Kennt die Versicherungsgesellschaft die Nutzenfunktion u des Individuums, so ist sie in der Lage, dessen Verhalten bei verschiedenen Verträgen (π, q) vorauszusagen. Das heisst, der Aufwand des Individuums lässt sich als Funktion $x^*(\pi, q)$ darstellen. Daraus ergibt sich die Relation

$$\pi = p(x^*(\pi, q)) \cdot q,$$

welche es erlaubt, π als Funktion von q darzustellen. Schliesslich ist der optimale Vertrag von der Form $(\pi(q^*), q^*)$, wobei q^* so zu wählen ist, dass der erwartete Nutzen des Individuums maximiert wird.
Als wichtiges Resultat wurde in der Literatur gezeigt, dass immer $q^* > 0$ gilt, d.h. trotz «Moral-Hazard» ist in einem gewissen Umfang stets eine Versicherung möglich. Wird mit r der Preis pro Einheit an Vorsichtsmassnahmen bezeichnet, so gilt zudem, dass bei einem optimalen Vertrag volle Deckung nur im limes $r \to 0$ und für r genügend gross gegeben wird.
Schliesslich möchten wir noch auf folgenden Sachverhalt hinweisen, der sich bei der Anwendung des Principal-Agent-Modells auf den Versicherungsbereich einstellt. Für ein Risiko S sieht ein unter «Moral-Hazard» optimaler Vertrag typischerweise wie folgt aus:

- Das Individuum bezahlt eine Prämie π^* und muss zudem für einen vom Schaden abhängigen Teil $\Phi^*(S)$ (z.B. Selbstbehalt, Franchise) aufkommen.
- Die Versicherungsgesellschaft übernimmt $S - \Phi^*(S) - \pi^*$.

Dabei ist im Unterschied zu den üblichen Pareto-optimalen Risikoaustauschen Φ^* nicht notwendigerweise monoton wachsend (siehe *Grossman/Hart* [1983]). Die Begründung ist darin zu finden, dass die Verteilung der Schadenhöhe von

den getroffenen Vorsichtsmassnahmen e abhängen kann. Die Höhe eines Schadens kann somit Information hinsichtlich der getroffenen Vorsichtsmassnahmen enthalten.

3. Schlussbemerkungen

Während die Praktiker in der Versicherung das «Moral-Hazard»-Problem bei der Ausgestaltung der Versicherungsverträge schon lange berücksichtigen, hat sich die Versicherungsmathematik bisher nur am Rande mit diesem Themenkreis befasst. Von besonderem Interesse dürfte der Einfluss der Erfahrungstarifierung auf das «Moral-Hazard»-Verhalten sein. Ein Modellansatz könnte etwa wie folgt aussehen: das Risiko S hängt von der Charakteristik a des Versicherten und dessen Aufwand e an Vorsichtsmassnahmen ab. Bei der Erfahrungstarifierung werden die zukünftigen Prämien in Abhängigkeit der beobachteten Schäden $s(a, e)$ angesetzt. Ein rationales Individuum wird nicht nur den direkten Einfluss von e auf seine gegenwärtige Einkommens- und Vermögenssituation, sondern auch den indirekten Einfluss auf die zukünftigen Prämien in Betracht ziehen. Deshalb ist zu erwarten, dass durch die Erfahrungstarifierung das «Moral-Hazard»-Phänomen reduziert wird. Eine theoretische Analyse dieses Zusammenhanges scheint uns vielversprechend.

Heinz H. Müller
Universität Zürich
Kleinstrasse 15
8008 Zürich

Alois Gisler
Winterthur-Versicherungen
General-Guisan-Strasse 42
8400 Winterthur

Literaturangaben

Shavell, Steven: Risk sharing and incentives in the principal and agent relationship. The Bell Journal of Economics **10**, 1979, 55–73.

Shavell, Steven: On Moral Hazard and Insurance. Quarterly Journal of Economics **93**, 1979, 541–562.

Grossman, S.J./Hart, O.D.: An Analysis of the Principal-Agent Problem. Econometrica, Vol. 51, Nr. 1, 1983, 7–45.

ANTONIO PARDO-VIVERO, Madrid

Stein's Paradox and Pure Premiums

Introduction

There is a big gap between actuarial research and the application of its results not only by non-actuaries but even by most of the actuarial profession. We are so engaged in considering premium's principles involving moments of the n-th order ($n > 2$), that we frequently ignore that most of the underwriting in the very important branches of Insurance business is done disconsidering variances and even mean values other than those obtained by obsolescent data.
This note intends to introduce in actuarial circles the results of some non-actuarial research which refer to our essence – the MEAN and the VARIANCE. The approach is very simple and refers to the Stein Paradox and to the James-Stein estimators.

The Paradox

From Gauss and Legendre to R. A. Fisher and others, as is very well known, the best estimation of «inobservable» quantities is the mean of the observed means. Charles Stein as far back as 1955 has shown that when there are more than 3 collections of data there is a better estimator of the *ideal* mean than the extrapolation of the mean of the means. If m_i is the «individual» mean for the collection i ($0 \leq m_i \leq 1$) and $\bar{m}$ is the «global» mean ($0 \leq \bar{m} \leq 1$), there is a better estimator than $\bar{m}$ for m_i, bigger or smaller than such $\bar{m}$ depending on the relationship between both ($\bar{m} \lesseqgtr m_i$).
We can also express the Paradox by saying that when the number of means to estimate is over two their estimation is not acceptable by means of their own mean. What is a better estimator?

The James-Stein estimator

In 1961 James and Stein show that when there are more than two means to estimate the best estimator of m_i is not $\bar{m}$ but,

$$z_i = \bar{m} + c(m_i - \bar{m}),$$

where $c(\leq 1)$ is an adjustment factor determined by

$$c = 1 - \frac{(k-3)\cdot\sigma^2}{\sum_i (m_i - \bar{m})^2}.$$

In this formula,

k	=	Number of means to estimate;
σ^2	=	Variance of the distribution; and
$\sum_i (m_i - \bar{m})^2$	=	Square of the estimation error.

To demonstrate this, all that is necessary is to assume that we know the «ideal» mean, ϑ, something impossible as per our starting conditions; nevertheless, in practical terms we can obtain improvements in our m_i observing more data (time) than for this value. If ϑ_i is such a result, it is clear in the James-Stein demonstration that:

$$\sum_i (\vartheta_i - m_i)^2 > \sum_i (\vartheta_i - z_i)^2.$$

As a matter of fact the James-Stein estimator is 3.5 times better than the other and *can be used mixing heterogeneous data.*

The characteristic trait of the James-Stein estimator is c, which can be easily analysed:

- For k and σ^2 fixed we verify that c is reduced if the denominator is reduced, the means being also affected; on the other hand, $c \to 1$ when $\sum_i (m_i - \bar{m})^2$ is increasing. In this case: $z_i \to m_i$.
- After James-Stein all the «inobservable» means are near to $\bar{m}$: If the data confirm this assumption, the «individual» estimations are near to the «global» estimation; otherwise there is no adjustment.
- When k is big the approximation is very strong, because it is not reasonable to expect chance fluctuations.
- Calculated c, the risk function as defined by the «Decision Theory» is inferior for z_i than for m_i, independently of the «ideal» means. For $k \geq 5$ the risk is minimum and z_i is *always a better estimator.*
- There are many expressions for z_i; we have «fixed» the m_i with their $\bar{m}$, but this is not necessary and we can drop $\bar{m}$ (The observed means do not depend on the origin).

The Bayes's Rule

It is a fact that when we know the distribution «a priori» it is possible to estimate ϑ_i, improving m_i and also their $\bar{m}$. In this case the Bayes's Rule can be written in a similar way to the James-Stein estimator:

$$z_{B_i} = \mu + c_B(m_i - \mu).$$

In this formula μ is the mean of the distribution «a priori» and c_B depends in this case on the variance of the same distribution.
It is clear that when k is big enough the James-Stein estimator and the Bayes' Rule expression are equivalent with $c \to c_B$ and $\bar{m} \to \mu$. *Nevertheless the James-Stein estimator has the advantage that it can be used without knowledge of the «a priori» distribution and even without the requirement of normality (Laplace-Gauss)*. Obviously this advantage is weighed against a disadvantage: The James-Stein estimator has a bigger risk function proportional to $3/k$, but such a disadvantage is negligible for $k \geq 20$ and acceptable for $k \geq 9$. This result was shown by Herbert Robbins in 1951 qualifying the James-Stein estimator as an *empirical* Bayes' Rule, to be used for $0 < c \leq 1$, because when $c < 0$ the z_i are going to be different from the means to be estimated. In this case it is recommended to take $c = 0$.

The Pure Premium Principles

It will be very useful in practical terms to consider the advantages of the James-Stein estimator as a Pure Premium Principle. Evidently a lot of applications to current data from different portfolios must be done before having a final opinion, considering that at the time being we do not have clear rules to apply the already consacrated principles:

- Expected value, level $\lambda > 0$;
- Standard deviation, level $\alpha > 0$;
- Variance, level $\beta > 0$; and
- Zero utility.

Can we unify criteria through the James-Stein estimator?
Is it useful to remain slaves of the distribution «a priori» when reality is changing so quickly?

Conclusion

It is necessary to work further on the matter and I am inviting people with more facilities to collect current data to investigate all this more deeply. *To work without the normality requirement is a considerable practical advantage in a world VARIUM ET MUTABILE.*

A. Pardo-Vivero
Cristobal Bordiu, 33
Madrid-3

Bibliography

[1] An Empirical Bayes Approach to Statistics by *Herbert Robbins*, Proceedings of the Third Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability, Vol. 1, 1956.
[2] Empirical Bayes Methods Applied to Estimate Fire Alarm Probabilities by *Grace M. Carter* and *John E. Rolph*, Journal of the American Statistical Association, Vol. 69, Nr. 348, 1974.
[3] Data Analysis Using Stein' Estimators and its Generalizations by *Bradley Efron* and *Carl Morris*, Journal of the American Statistical Association, Vol. 70, Nr. 350, 1975.
[4] Statistics for Decisions by *Gerald E. Thompson*, Little Brown and Co., Boston, 1972.
[5] Mathematical Methods in Risk Theory by *Hans Bühlmann*, Springer-Verlag, Berlin, 1970.