

**Zeitschrift:** Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker  
= Bulletin / Association des Actuaires Suisses = Bulletin / Association of Swiss Actuaries

**Herausgeber:** Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker

**Band:** - (1981)

**Heft:** 2

**Artikel:** Finanzierungsverfahren der Sozialversicherung in einer geschlossenen Volkswirtschaft

**Autor:** Gredig, Werner / Müller, Heinz

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-551090>

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 11.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

---

WERNER GREDIG und HEINZ MÜLLER, Zürich

## Finanzierungsverfahren der Sozialversicherung in einer geschlossenen Volkswirtschaft:

Ergebnisse einer Simulationsstudie<sup>1</sup>

In Zusammenhang mit dem Ausbau der «2. Säule» für die Alters- und Hinterlassenvorsorge ist eine Untersuchung der langfristigen gesamtwirtschaftlichen Auswirkungen von Umlage (UV)- und Kapitaldeckungsverfahren (KV) von Interesse. Mit Hilfe eines einfachen Wachstumsmodells wurden die Auswirkungen von Änderungen des Mischverhältnisses zwischen UV und KV in einer früheren Arbeit (H. Müller 1980) theoretisch untersucht. In dieser Anschlussarbeit möchten wir die Resultate einer Simulationsstudie präsentieren. Sie bezieht sich auf den Fall einer geschlossenen Volkswirtschaft, der in dem zitierten Artikel behandelt wurde.

Das erwähnte Modell hat folgende Eigenschaften:

- *Überlappendes Generationenmodell*

Jeder Konsument arbeitet während  $T_1$  Perioden und ist anschliessend während  $T - T_1$  Perioden pensioniert. In jeder Periode wird eine Generation von identischen Konsumenten geboren.

- *Zwei-Güter-Modell mit Numéraire*

Die Güter sind: Numéraire, Arbeit, Output. Das Outputgut ist als Konsum- oder als Investitionsgut verwendbar.

- *Neoklassisches Wachstumsmodell*

Bei der Produktion besteht Substituierbarkeit zwischen Arbeit und Kapital. Die Produktionsfunktion ist linear homogen, und es wird gewinnmaximierend produziert. Die Produktionsfaktoren werden nach dem Wertgrenzprodukt entschädigt und es herrscht Vollbeschäftigung. Nur dynamische Gleichgewichte («steady states») werden untersucht. Die Wachstumsrate der Bevölkerung  $g - 1$  ist exogen und kann positiv oder negativ sein. Der technische Fortschritt ist Harrod-neutral (d. h. die Arbeitsproduktivität wird erhöht).

<sup>1</sup> Wir möchten H. Bühlmann, M. Granziol, M. Janssen, J. Kupper und U. Oberhänsli für ihre hilfreichen Ratschläge bestens danken.

Die Rate des technischen Fortschritts beträgt  $s - 1$  und ist ebenfalls exogen. Wegen der Modellannahmen stimmt diese Rate mit der Wachstumsrate des Reallohnes überein.

– *Konsumseite*

Das Arbeitsangebot des Individuums ist lohnunabhängig. Die möglichen Konsumpläne eines Konsumenten während seiner Lebensdauer sind durch eine einzige Budgetrestriktion begrenzt. UV und KV wirken sich i.a. unterschiedlich auf die Budgetrestriktion aus. Hingegen unterscheiden sich KV und privates Sparen in diesem Modell nicht. Der Konsument maximiert eine linear homogene Nutzenfunktion. Bei vorgegebenen Zahlungen an das UV folgt aus der individuellen Nutzenmaximierung, wieviel privat gespart oder an das KV beigetragen wird. Die entscheidende Größe ist somit der Beitragssatz  $b_{uv}$  an das UV<sup>2</sup>. Bei gegebenem  $g, s, T_1, T$  hängt das erreichbare Nutzenniveau nur von  $b_{uv}$ , dem Realzins  $r - 1$  und dem realen Basislohn  $w$  ab und lässt sich lokal als eine Funktion  $\tilde{U}(r, w, b_{uv})$  darstellen.

Die Betrachtung beschränkt sich auf dynamische Gleichgewichte, die anhand der aus den Konsumplänen resultierenden individuellen Nutzenniveaus beurteilt werden. Bei der Untersuchung der dynamischen Gleichgewichte zeigt es sich, dass sich sowohl der reale Basislohn  $w$  als auch die Kapitalintensität  $k$  (Kapital pro effektive Arbeitskraft) als Funktionen des Realzinses darstellen lassen. Im Gleichgewicht muss der Kapitalstock (d.h. die Nachfrage nach Kredit) mit den gesamten Ersparnissen (d.h. dem Angebot an Kredit) übereinstimmen. Wegen dieser Bedingung lässt sich im allgemeinen der Realzins in der Form  $r(b_{uv}, g, s, T_1, T) - 1$  darstellen. Das erlaubt es, für gegebene  $g, s, T_1, T$  das erreichbare Nutzenniveau

$$\tilde{U}(b_{uv}) = \bar{U}(r(b_{uv}), w(r(b_{uv})), b_{uv})$$

lokal als eine Funktion des Beitragssatzes an das UV darzustellen. In der zitierten Arbeit wird gezeigt, dass die «Goldene Regel» gilt, d.h.

$$r(b_{uv}^*, g, s, T_1, T) = gs \rightarrow \tilde{U}(b_{uv}^*) \geq \tilde{U}(b_{uv}), \forall b_{uv}.$$

Mit anderen Worten, wird  $b_{uv}$  so gewählt, dass Zins und Wachstumsrate übereinstimmen, so wird das langfristige Nutzenniveau maximal (siehe auch Samuelson 1975).

<sup>2</sup>  $b_{uv}$  bezeichnet den zu entrichtenden Lohnanteil. Beispielsweise bedeutet  $b_{uv} = 0.10$ , dass die Beiträge an das UV 10 Lohnprozente betragen.

Im weiteren gilt allgemein für die Ableitung

$$\frac{d}{db_{uv}} \tilde{U}(b_{uv}) = \underbrace{\bar{U}_r \cdot \frac{dr}{db_{uv}}}_{\text{ZE}} + \underbrace{\bar{U}_w \cdot \frac{dw}{dr} \cdot \frac{dr}{db_{uv}}}_{\text{LE}} + \underbrace{\bar{U}_{b_{uv}}}_{\text{FE}}$$

Die direkten Auswirkungen von Änderungen des Finanzierungsverfahrens werden durch den «Finanzierungseffekt» (FE) wiedergegeben. Der «Finanzierungseffekt» beruht auf dem Unterschied der internen Ertragsraten von UV und KV.

Andererseits hat eine Änderung des Finanzierungsverfahrens auch indirekte ökonomische Auswirkungen, indem Zins- und Lohnsatz beeinflusst werden. Entsprechend tritt ein «Zins-» (ZE) und ein «Lohneffekt» (LE) auf.

In der erwähnten Arbeit wird gezeigt:

a) Unter Regularitätsbedingungen gilt

$$\begin{aligned} r(b_{uv}) &< gs \rightarrow \text{FE} > 0 \\ r(b_{uv}) &= gs \rightarrow \text{FE} = 0, \text{LE} + \text{ZE} = 0 \\ r(b_{uv}) &> gs \rightarrow \text{FE} < 0. \end{aligned}$$

b) Unter zusätzlichen Annahmen gilt

$$\text{ZE} > 0, \text{LE} < 0.$$

Um weitere Informationen zu erhalten, wurde eine Simulationsstudie durchgeführt. Dabei wurden folgende Ansätze gewählt:

- *Produktionsfunktion*

Ein Input von Arbeit und Kapital ( $L, K$ ) in der Periode  $t$  führt in der Periode  $t+1$  einerseits zu einem Output  $F_t(L, K) = (s^t L)^{0.65} K^{0.35}$ , andererseits ist ein Teil des eingesetzten Kapitals, nämlich 0.8  $K$ , weiterhin verfügbar.

- *Nutzenfunktion*

Die Konsumpläne  $(q_1, \dots, q_T) \in R_+^T$  werden mit der Nutzenfunktion  $U(q_1, \dots, q_T)$

$$= \prod_{\tau=1}^T (q_\tau)^{\frac{1}{\tau}} \text{ bewertet.}$$

Setzt man zusätzlich

$$g = 1.00, s = 1.02, T_1 = 45, T = 60^3, 4,$$

so ergibt sich

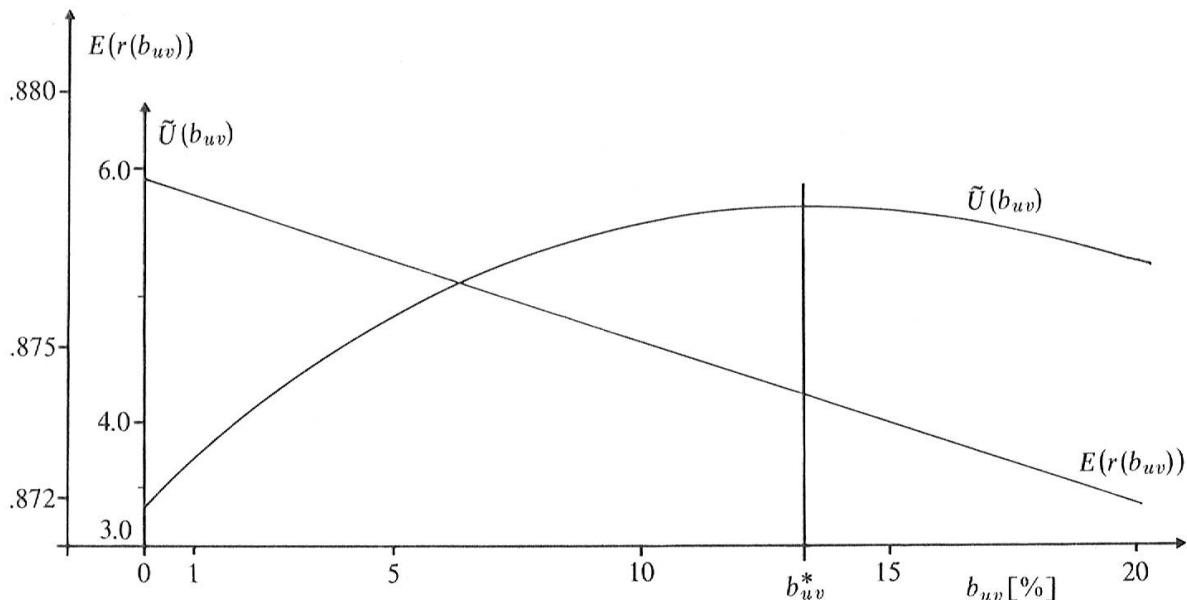


Fig. 1

$E$  stellt das Durchschnittseinkommen pro Kopf dar. Wie auf Grund der Theorie zu erwarten ist, verlaufen  $\tilde{U}(b_{uv})$  und  $E(r(b_{uv}))$  im Bereich  $1 < r(b_{uv}) < gs$  entgegengesetzt<sup>5</sup>. Der Verlauf der beiden Kurven dürfte typisch sein. Allerdings sollte dem Wert  $b_{uv}^* = 0.133$  keine praktische Bedeutung beigemessen werden, da die Nutzenfunktion  $U$  willkürlich gewählt wurde.

<sup>3</sup>  $T$  misst die Zeitspanne von Beginn der Erwerbstätigkeit bis zum Tod des Individuums.

<sup>4</sup> Diese Daten und die Produktionsfunktion entsprechen weitgehend den schweizerischen Verhältnissen. Die Wahl der Nutzenfunktion erfolgte jedoch willkürlich, da in der Schweiz keine ausreichenden Informationen über das Konsumentenverhalten vorhanden sind.

<sup>5</sup> Intuitiv ist dieser Sachverhalt leicht einzusehen. Eine Zunahme von  $r$  führt zu einem tieferen Kapitalstock. Für  $r > 1$  wird dann ein kleinerer Output und damit auch ein tieferes Durchschnittseinkommen erreicht.

Die Grenzproduktivität des Kapitals beträgt  $r - 1$ . Um den Kapitalstock an den Wachstumspfad anzupassen, sind fortlaufend Investitionen in der Höhe  $(gs - 1) K$  erforderlich. Deshalb wirkt sich im Bereich  $r < gs$  eine Abnahme des Kapitalstocks positiv auf den Konsum (Output minus Investitionen) aus. Der Verlauf der Nutzenfunktion  $\tilde{U}$  ist auf diese Tatsache zurückzuführen.

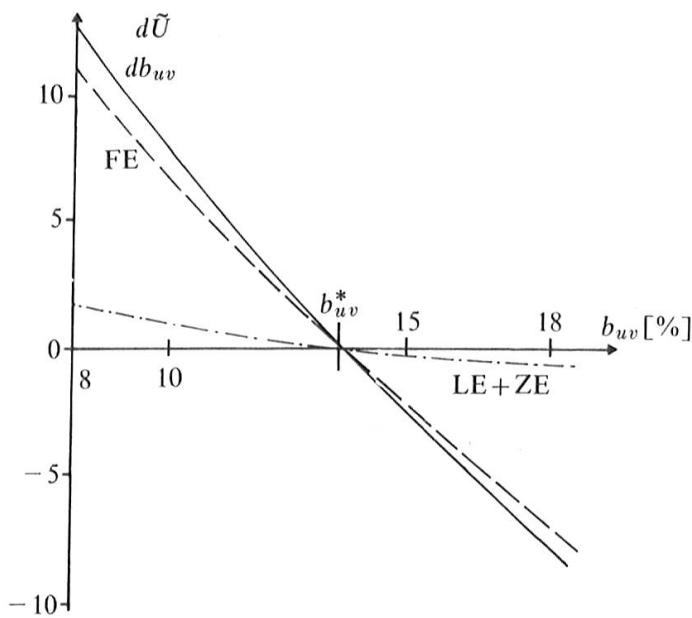


Fig. 2

In Figur 2 wird  $\frac{d\tilde{U}}{db_{uv}}$  in den «Finanzierungseffekt» FE und in die Summe der indirekten ökonomischen Effekte ZE+LE aufgeteilt. Dabei dominiert der «Finanzierungseffekt». Bei einer separaten Betrachtung von «Zins-» und «Lohneffekt» in Figur 3 zeigt sich allerdings, dass diese recht grosse Werte annehmen.

In Figur 4 wird der Einfluss von  $b_{uv}$  auf den Realzins  $r$ , den realen Basislohn  $w$  und die Kapitalintensität  $k$  untersucht. Es ist nicht überraschend, dass der Realzins in  $b_{uv}$  monoton wachsend ist, währenddem der reale Basislohn und

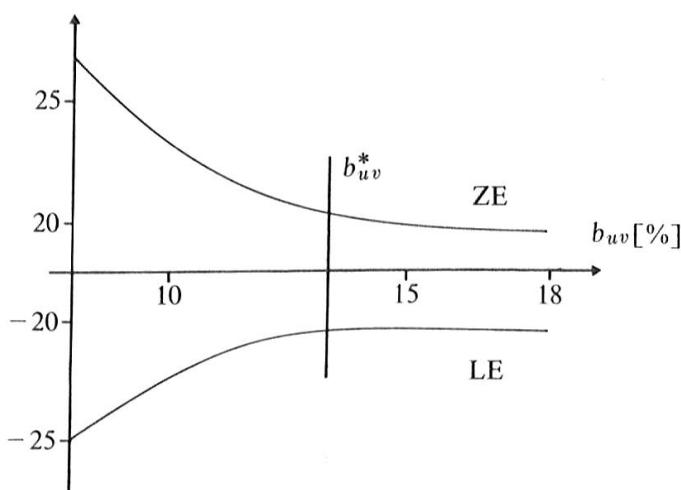


Fig. 3

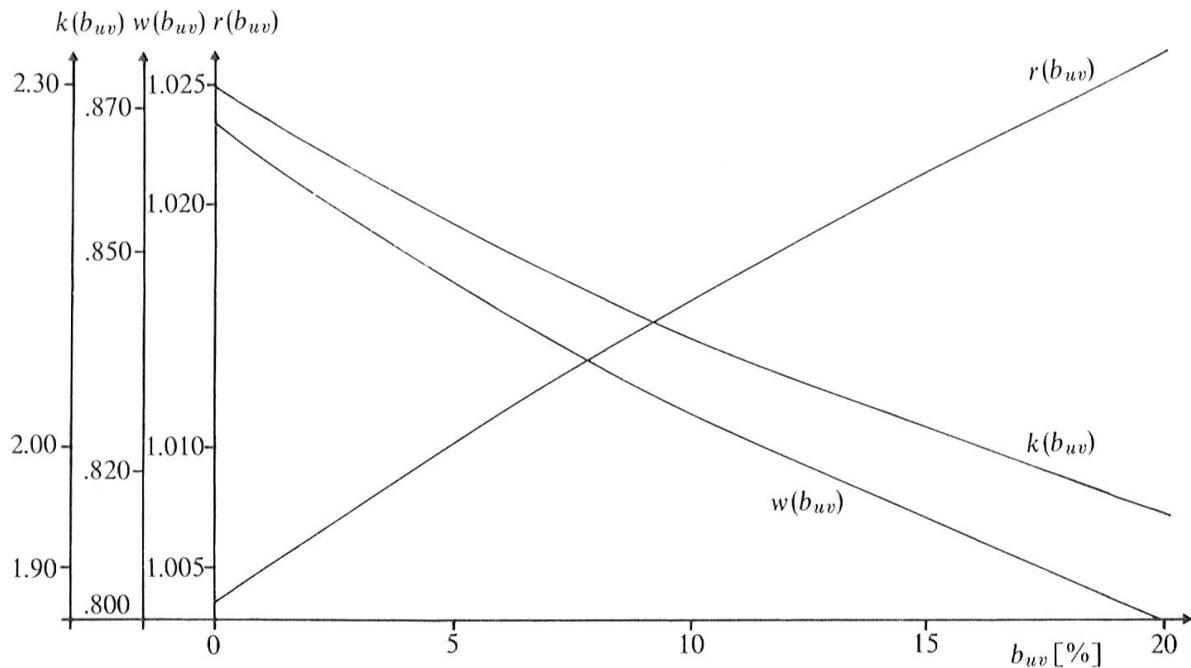


Fig. 4

die Kapitalintensität monoton fallen. Das ist darauf zurückzuführen, dass eine Erhöhung von  $b_{uv}$  sich auf die gesamtwirtschaftlichen Ersparnisse und damit auch auf den Kapitalstock negativ auswirkt.

Die «Goldene Regel»

$$r(b_{uv}^*, g, s, T_1, T) = gs$$

erlaubt es im allgemeinen, den optimalen Beitragssatz  $b_{uv}^*$  an das UV für verschiedene Werte von  $g, s, T_1, T$  zu berechnen.

Zuerst wird  $g = 1.00, s = 1.02$  gesetzt und  $T_1, T$  variiert. Für  $b_{uv}^*$  ergibt sich dann

$T_1 \backslash T$	58	60	62	$b_{uv}^* [\%]$ <sup>6</sup>
47	$6\frac{3}{4}$	$10\frac{1}{4}$	$12\frac{3}{4}$	
45	$10\frac{1}{4}$	$13\frac{1}{4}$	$16\frac{1}{4}$	
43	$13\frac{3}{4}$	$16\frac{3}{4}$	$19\frac{1}{4}$	

Tabelle 1

<sup>6</sup> Es sei noch einmal betont, dass Tabelle 1 lediglich die Sensitivität des optimalen Beitragsatzes  $b_{uv}^*$  bezüglich  $T$  und  $T_1$  wiedergibt. Die angegebenen absoluten Werte haben keine praktische Bedeutung. (Vgl. Kommentar zu Fig. 1.)

Es lässt sich leicht begründen, dass  $b_{uv}^*$  in  $T$  monoton wachsend und in  $T_1$  monoton fallend ist.

- Bei einer Zunahme von  $T$  bleibt die Anzahl der Erwerbstätigen unverändert. Wird die «Goldene Regel» eingehalten, so bleibt der Realzins ( $r = gs$ ) ebenfalls fest. Somit müssen auch der Kapitalstock und die gesamtwirtschaftlichen Ersparnisse fest bleiben. Es entspricht nun der Intuition, dass die längere Pensionierungsdauer zu einer Zunahme von  $b_{uv}^*$  führt (siehe Janssen, Müller 1981).
- Eine Erhöhung der Lebenserwartung bei festem Pensionierungsalter führt also bei Einhaltung der «Golden Regeln» zu höheren Beiträgen an das UV, währenddem die gesamtwirtschaftlichen Ersparnisse konstant bleiben. Somit findet eine relative Verschiebung des optimalen Mischverhältnisses zugunsten des Umlageverfahrens statt.
- Eine Senkung von  $T_1$  führt zu einer geringeren Anzahl Erwerbstätiger. Wegen der konstanten Kapitalintensität nimmt somit der Kapitalstock bei Einhaltung der «Golden Regeln» ab. Die Verlängerung der Pensionierungsdauer und die Abnahme des Kapitalstocks führen nun typischerweise zu einer Erhöhung von  $b_{uv}^*$  und es ergibt sich wieder eine Verschiebung des optimalen Mischverhältnisses zugunsten des UV.

Nun wird die Sensitivität von  $b_{uv}^*$  bezüglich  $g$  und  $s$  untersucht. Für  $T_1 = 45$ ,  $T = 60$  gilt:

$g \backslash s$	1.00	1.01	1.02	1.03	$b_{uv}^* [\%]$
.99	7.0	7.4	7.8	8.1	
1.00	12.7	13.0	13.3	13.6	
1.01	17.7	18.0	18.3	18.6	

Tabelle 2

Änderungen der Wachstumsrate der Bevölkerung  $g - 1$  wirken sich auf den optimalen Beitragssatz  $b_{uv}^*$  wesentlich stärker aus als Änderungen der Rate des technischen Fortschritts  $s - 1$ .

Die Schwierigkeiten, die sich bei der Anwendung dieses theoretischen Modells ergeben, werden in einer anderen Arbeit besprochen (Janssen, Müller 1981). Dabei wird insbesondere auf die Probleme eingegangen, die sich bei einer ungünstigen demographischen Entwicklung für das UV ergeben können.

<sup>7</sup> Siehe Fussnote 6.

## Literatur

- Janssen, M., Müller, H.*: Der Einfluss der Demographie auf die Aktivitäten des Staates: die Finanzierung der 1. und 2. Säule der Altersvorsorge, Schweizerische Zeitschrift für Volkswirtschaft und Statistik, September 1981.
- Müller, H.*: Finanzierungsverfahren der Sozialversicherung in einem offenen und einem geschlossenen System, Mitteilungen der Vereinigung schweizerischer Versicherungsmathematiker, Heft 1, 1980, S. 105–134.
- Samuelson, P.A.*: Optimum Social Security in a Life-Cycle Growth Model, International Economic Review, Bd. 16, Nr. 3, Oktober 1975, S. 539–544.

Werner Gredig  
Bundesamt für  
Sozialversicherung  
Effingerstrasse 33  
3003 Bern

Heinz Müller  
Institut für empirische  
Wirtschaftsforschung  
Zollikerstrasse 137  
8008 Zürich

## Zusammenfassung

In einem früheren Artikel in dieser Zeitschrift (H. Müller, MVSVM 1980, Heft 1) wurden Umlage- und Kapitaldeckungsverfahren im Rahmen eines neoklassischen Wachstumsmodells analysiert. Dabei wurde u.a. die «Goldene Regel» hergeleitet, d.h. stimmt für einen Beitragssatz an das Umlageverfahren der Zinssatz mit der Wachstumsrate überein, so ist dieser Beitragssatz langfristig optimal. In dieser Arbeit wird nun anhand einer Simulationsstudie gezeigt, wie der optimale Beitragssatz an das Umlageverfahren von Bevölkerungswachstum, technischem Fortschritt, Pensionierungsalter und Lebenserwartung abhängt.

## Résumé

Dans le cahier 1/1980 de la présente publication, H. Müller a analysé le financement par répartition et par capitalisation dans le cadre d'un modèle de croissance néo-classique. La «règle d'or» y fut établie: si, pour un taux de cotisation «par répartition», le taux d'intérêt est identique au taux de croissance, ledit taux de cotisation est alors optimal à long terme. Le présent article montre, au moyen d'une simulation, la dépendance du taux de cotisation optimal en fonction de la croissance de la population, du progrès technique, de l'âge de la retraite et de l'espérance de vie.

## Summary

In an earlier article (Heinz Müller, ASA-Bulletin 1980, Heft 1) both the funded and unfunded financing systems were analyzed within the framework of a neoclassical growth model. In this analysis the “golden rule” was deduced to the effect that if interest and growth rates coincide within the pay as you go system (= unfunded system) then the corresponding contribution rate is optimal in the long run. The present paper shows by means of simulations how the optimal contribution rate within the unfunded system depends on population growth, technological progress, retirement age and life expectancy.

