

**Zeitschrift:** Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker  
= Bulletin / Association des Actuaires Suisses = Bulletin / Association of  
Swiss Actuaries

**Herausgeber:** Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker

**Band:** 77 (1977)

**Buchbesprechung:** Literatur-Rundschau

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 14.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## C. Literatur-Rundschau

*Methods of Calculating Ruin Probabilities*. 1977 Supplement to the Scandinavian Actuarial Journal (sponsored by the Filip Lundberg Foundation), 52 pages.

This volume is a collection of four papers. In his article, «Ruin probabilities prepared for numerical calculation», Olof Thorin gives an overview for results regarding the Sparre Anderson model (i. e., the classical model is generalized in the sense that the claim number process is an arbitrary renewal process). Formulae for the Double Laplace transform of the probability of ruin (considered a function of the initial surplus  $u$  and the horizon  $t$ ) are discussed. Particularly appealing results can be derived if either the times between subsequent claims or the individual claim amounts have a mixed exponential distribution.

In his paper “How to calculate Ruin Probabilities According to the Classical Risk Theory”, Nils Wikstad discusses numerical procedures for two problems that arise in Thorin’s contribution: a) The inversion of the Laplace transform, and b) The determination of the roots of the Lundberg equation. For the former, he uses a method due to Piessens; for the latter, he suggests a modification of the Newton-Raphson method that is due to Reid.

In his article, “A Rule of Thumb and Its Verification”, Harold Bohman first considers an alternative ruin criterion: for a horizon  $T$ , he is interested in the initial surplus  $U$ , such that

Maximum  $P\{\text{net loss in } (0, t) \text{ exceeds } U\}$

$0 \leq t \leq T$ .

equals  $\Phi(-4) = .00003$ . Using the  $NP$ -approximation, he obtains an explicit formula for  $U$  (a case distinction is necessary, according to whether the maximum is assumed for  $t < T$  or for  $t = T$ ). To test the compatibility with the classical ruin criterion, the corresponding ruin probabilities (using Bohman’s values for  $U$ ) were computed in an example. They were found to have the same order of magnitude as  $.00003$ .

The motivation to Jan Grandell’s paper, “A Class of Approximations of Ruin Probabilities”, is the well known explicit formula for the probability of ruin in the case where the income process is a diffusion process. He suggests that these

expressions can be used, as approximations, and discusses the nature of these approximations both theoretically (using the concept of weak convergence) and numerically.

*Hans U. Gerber*

**Horst A. Eiselt/Helmut von Frajer:** *Operations Research Handbook*, Standard Algorithms and Methods with Examples. Walter de Gruyter, Berlin, New York. Gross-Oktav. 398 Seiten. 1977. Gebunden DM 74,—. ISBN 3 11 007055 3.

Die Autoren legen eine Sammlung und Beschreibung der gängigsten Lösungsalgorithmen für Optimierungsprobleme und Projektplanung vor. Sie machen sich dabei die einheitliche Präsentationsform: Problemformulierung – Konzept des Algorithmus – Darstellung des Algorithmus – Beispiel, zu eigen. Theorie und Beweise werden mit Absicht nicht gebracht. Der Leser soll sich darüber anderweitig informieren. Es wird von ihm überdies erwartet, dass er die Grundlagen der Differential- und Integralrechnung sowie der Statistik beherrscht.

Die Hauptabschnitte sind Lineare Programmierung (allgemeine und abgekürzte Methoden), Ganzzahlige Programmierung (Schnittebenenverfahren, Branch und Bound-Methoden, Primal-Dual-Methoden), Graphen-Theorie (kürzeste Wege, Flüsse in Netzwerken, kürzeste Gerüste eines Graphen), Ablaufplanung, Spieltheorie (Nicht-Matrix-Spiele, Matrix-Spiele, Spiele gegen die Natur), Dynamische Programmierung, Wartelinien-Modelle, Nichtlineare Programmierung (Theoreme und spezielle Methoden, allgemeine Methoden), Erzeugung von Zufallszahlen, Ersatz-Modelle, Lagerbewirtschaftungsmodelle, Reihenfolgemodelle, Standortmodelle.

Das Buch erfüllt seinen Zweck und ist zweifellos ein nützliches Nachschlagewerk in der Bibliothek eines Operations Research-Fachmanns. *F. Weinberg*

**D. Steinhausen, K. Langer:** *Clusteranalyse*. Einführung in Methoden und Verfahren der automatischen Klassifikation. De Gruyter Lehrbuch, Berlin 1977. 206 S. mit 63 Abbildungen und 4 Tabellen.

Die Clusteranalyse ist zur Zeit eines der meistbeachteten Teilgebiete der Datenanalyse. Sie befasst sich mit einer möglichst objektivierten und weitgehend automatisierten Klassifizierung von Objekten in disjunkte Gruppen oder Hierarchien von Gruppen. Während im angelsächsischen Sprachraum (in dem die meisten der Methoden und Algorithmen der Clusteranalyse entwickelt wurden)

das Angebot an Büchern zu diesem Thema sehr gross ist und verschiedensten Ansprüchen zu genügen mag, fehlte bis anhin eine einfache, sowohl die Anwendung wie den theoretischen Hintergrund berücksichtigende Einführung in deutscher Sprache. Diese Lücke zu füllen war offenbar die Absicht der Autoren des vorliegenden Buches. Leider ist dieses Vorhaben nur teilweise gut gelungen.

Das Buch gliedert sich (neben einer Einleitung und einer Zusammenfassung) in die Kapitel «Grundzüge multivariater Verfahren», «Ähnlichkeits- und Distanzfunktionen», «Clusteranalysealgorithmen» und «Spezielle Probleme». Die kurzen Beschreibungen der Zwecke und wesentlichsten Eigenschaften der gebräuchlichsten multivariaten Verfahren sind sehr informativ. Sie setzen zu ihrem Verständnis aber Grundkenntnisse in mathematischer Statistik voraus. Auch Distanz- und Ähnlichkeitsmasse (deren Wahl die Eigenschaften einer darauf aufbauenden Clusteranalyse oft beeinflusst) sind übersichtlich dargestellt. Einige Angaben und Definitionen scheinen hier aber zumindest überflüssig zu sein. Bei der Definition einer metrischen Ähnlichkeitsfunktion muss das Ungleichheitszeichen umgedreht werden, und die (einzige) damit in Zusammenhang stehende Behauptung in Aufgabe 10 ist falsch.

Richtigerweise beschränken sich die Autoren auf die Darstellung von nur zwei Klassen von Clusterverfahren: die agglomerativen Methoden zur Konstruktion von hierarchischen Klassifikationen und Austauschverfahren zur Konstruktion von (sub-)optimalen Partitionen. Die hinter den Algorithmen stehenden Ideen sind klar herausgeschält. Zu sämtlichen besprochenen Verfahren sind von den Autoren entwickelte FORTRAN-Subroutinen gelistet, die anhand von Beispielen aus verschiedensten Anwendungsgebieten illustriert werden. Neben nützlichen und hilfreichen Angaben über die Eigenschaften der verschiedenen Algorithmen werden leider auch recht verschwommene oder nichtssagende Aussagen gemacht. Der Beweis der Monotonie des iterierten Minimaldistanzverfahrens ist nicht korrekt.

Wer sich rasch über die Grundzüge der Clusteranalyse informieren will, ist mit diesem Buch – sofern er es mit der nötigen Skepsis liest – trotzdem gut beraten. Jemand, der clusteranalytische Verfahren wirklich anwenden möchte, sollte aber auf das Studium der (im vorliegenden Buch erwähnten) weiterführenden Literatur (insbesondere der Werke von H. H. Bock und J. A. Hartigan) nicht verzichten.

*W. Maurer*

*Schriftenreihe Angewandte Versicherungsmathematik*, Herausgeber: Deutsche Gesellschaft für Versicherungsmathematik, Köln. Bezug der Hefte: Verlag Versicherungswirtschaft e. V., Klosestr. 22, D-7500 Karlsruhe.

«Die Schriftenreihe Angewandte Versicherungsmathematik hat dasselbe Ziel wie die Blätter der Deutschen Gesellschaft für Versicherungsmathematik, nämlich das Schliessen von Lücken und das Schlagen von Brücken.» So lautet in einem Satz das Programm des Herausgebers.

Die bisher vorliegenden fünf Hefte zeigen, dass man auf gutem Wege ist, zunächst auf dem Felde der Lebensversicherung, dieses Ziel zu erreichen:

So wirft Heft 1 («Deckungsrückstellung») einen Blick über die Grenzen der Bundesrepublik; Heft 2 («EDV-Technik und Versicherungsmathematik») dringt in eine Lücke ein und Heft 3 («Mathematische Grundlagen der Lebensversicherung», Teil I: Von der Versicherungsfunktion zum Leistungsbarwert) stösst bereits bis an die Grenze des von der Deutschen Gesellschaft für Versicherungsmathematik gezogenen Rahmens vor: mit der dankenswerten finanziellen Unterstützung des Deutschen Vereins für Versicherungswissenschaft ist der erste Teil (von fünf) eines theoretischen, aber die Probleme der Praxis nicht vergessenden, Lehrbuchs über die mathematischen Grundlagen der Lebensversicherung erschienen, welches sich würdig in die Reihe der Veröffentlichungen verwandter Art, insbesondere von Schweizern und Österreichern, eingliedern wird. Heft 4 («Rentabilität von Lebensversicherungen») stellt die interessante Vorhut weiterer Veröffentlichungen über dieses und verwandte Gebiete dar. Schliesslich finden wir in Heft 5 («Mathematische Grundlagen der Lebensversicherung», Teil II: Vom Versicherungsspiel zum Äquivalenzbeitrag) bereits die Fortsetzung des in Heft 3 begonnenen Lehrbuchs.

*Helmut Kracke*

Heft 1: **Hans Peter Bender**, Hannover: *Deckungsrückstellung*. DM 5,50

Das erste Heft der Schriftenreihe «Angewandte Versicherungsmathematik» ist der Deckungsrückstellung, einer der zentralen Grössen der Versicherungsmathematik, gewidmet.

Im ersten Kapitel wird die Netto-Deckungsrückstellung behandelt. Die Herleitung der Formeln für die prospektive und die retrospektive Darstellung geschieht anhand einfacher Beispiele: zahlenmässige Entwicklungen gestatten auch dem Nicht-Versicherungsmathematiker einen Nachvollzug der Berechnungen. Die Zerlegung der Prämie in Spar- und Risikoprämie wird dargestellt.

Auf die Möglichkeit negativer Deckungsrückstellungen bei abnehmendem Risiko, etwa bei temporären Todesfallversicherungen mit fallender Versicherungssumme, wird hingewiesen. Der Abschnitt «Deckungsrückstellungen zu gebrochenen Zeitpunkten und bei unterjährlichen Prämien» enthält auch Ausführungen zur Bilanzdeckungsrückstellung. Hier stellt der Verfasser heraus, dass die in Deutschland übliche Methode, die auf das folgende Geschäftsjahr entfallenden Prämienteile nicht mit der «mathematischen Reserve» zusammenzufassen, sondern ausserhalb der Deckungsrückstellung als Prämienübertrag zu passivieren, von der Praxis in anderen Ländern abweicht. Der Verfasser zeigt an diesem Beispiel die Auswirkung des Aufsichtssystems (materielle Staatsaufsicht/Solvenzaufsicht) auf, wie er auch an anderen Stellen immer wieder auf die unterschiedlichen Entwicklungen in Deutschland und den angelsächsischen Ländern hinweist.

Das zweite Kapitel ist der Deckungsrückstellung unter Einbeziehung von Kosten gewidmet. Nach Skizzierung der Zillmerschen Ideen werden die unterschiedlichen Methoden der Berücksichtigung der Abschlusskosten bei der Deckungsrückstellung gegenübergestellt:

Die in Deutschland übliche Methode der Zillmerung mit einem festen Satz und der Interpretation der Abschlusskosten als selbständige Forderung an den Versicherungsnehmer einerseits sowie den in Ländern mit Solvenzaufsicht üblichen, von der « $x + 1$ »-Methode ausgehenden Verfahren der Zillmerung andererseits.

Das letzte Kapitel enthält nach Definition einer Reserve zweiter Ordnung und Beispielrechnungen hierzu Ausführungen über Garantiewerte. Neben den in Deutschland üblichen Verfahren werden die Methoden in den angelsächsischen Ländern dargestellt. Die einzelnen Abschnitte behandeln:

Rückkaufswert – Prämienfreie Versicherungssumme – Versicherungsverlängerung (Verwendung der Deckungsrückstellung im Zeitpunkt der Einstellung der Prämienzahlung als Einmalprämie für eine Risikoversicherung in Höhe der bisherigen Versicherungssumme) – Automatisches Prämien Darlehen (Verbuchung der nicht bezahlten Prämien als Policendarlehen mit der Folge, dass der Vertrag erlischt, wenn der Rückkaufswert durch die Prämien und Zinsen aufgezehrt ist). Ein Schönheitsfehler der vorliegenden Arbeit besteht darin, dass eine Reihe von Druckfehlern vorkommen. Den besonderen Reiz der Abhandlung macht aus, dass der Verfasser seine Erfahrungen und Erkenntnisse, die er durch seine Tätigkeit im Ausland erworben hat, in diese Schrift mit einfliessen liess.

*Manfred Helbig*



Heft 2: **Henning Meier**, München: *EDV-Technik und Versicherungsmathematik*. DM 7,50.

Die Arbeit will eine Lücke in der Literatur schliessen und dem interessierten jungen Versicherungsmathematiker sowohl die theoretischen Grundlagen für die Schaltalgebra der Computer als auch die maschinen-technischen Voraussetzungen und die betriebsorganisatorischen Probleme des EDV-Einsatzes näherbringen.

Um diesen Vorstellungen gerecht zu werden, ist das Heft in vier Abschnitte eingeteilt. Im ersten sind die mathematischen und theoretischen Grundlagen (Ausagenlogik, Boolesche Algebra, Schaltalgebra, duales Zahlensystem) dargestellt. Dabei wird auch auf die schalttechnischen Möglichkeiten eingegangen. Die einzelnen logistischen Schaltungen sind anhand von Relaisschaltungen erläutert, können aber ohne weiteres auf Schaltungen mit Elektronenröhren oder Transistoren sowie – bei Zusammenfassung mehrerer Schaltungen – auf moderne Mikroelemente übertragen werden.

Der zweite Abschnitt behandelt die EDV-Organisation. Nach Darstellung der Gliederung der EDV (Programmierung, Datenerfassung, Rechenzentrum) wird zunächst auf das Rechenzentrum und seine Hardware eingegangen. Es wird die Entwicklung der verschiedenen Generationen von Elektronenrechnern dargestellt, die heute mit der dritten Generation sowie Multiprogramming und virtuellem Speichersystem zu einem beachtlich hohen Niveau der EDV-Technik geführt hat. Sodann werden die zum Betrieb der Anlagen notwendige Software und die dazu gehörigen Programmiersprachen abgehandelt, wobei neben den Benutzerprogrammen insbesondere die Funktionen der einzelnen Teile des Betriebssystems (Organisations- und Systemprogramme) erläutert werden.

Im dritten Abschnitt wird dargestellt, wie sich die Aufgaben des Versicherungsmathematikers durch den Einsatz von EDV-Anlagen gewandelt haben. So muss der heutige Versicherungsmathematiker neben den versicherungsmathematischen Kenntnissen auch entsprechende Kenntnisse in der EDV-Technik haben, damit das Zusammenwirken von Versicherungstechnik und EDV optimal gestaltet werden kann. Am Beispiel der Geschäftspläne, der Berechnung der Deckungsrückstellung, der Prämienüberträge und des Deckungsstocks sowie der Gewinnbeteiligung werden die Möglichkeiten aufgezeigt, die für einen nutzbringenden Einsatz der EDV gegeben sind.

Der letzte Abschnitt ist dem Teleprocessing gewidmet. Damit wird auch die modernste Form der Bearbeitung von Geschäftsvorfällen, nämlich die weitgehend aktenlose Bearbeitung über Terminals (Bildschirme) in den Fachabteilun-

gen angesprochen, die durch ein Beispiel für einen Datensatz in der Lebensversicherung und mögliche Bildschirm-Ausgaben veranschaulicht wird.

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass mit diesem Heft versucht wurde, dem jungen Versicherungsmathematiker – ausgehend von den mehr akademisch interessierenden theoretischen Grundlagen der EDV – durch zahlreiche Hinweise und Beispiele einen Einblick in die Praxis zu geben und ihm zu zeigen, welche Möglichkeiten mit den modernen Hilfsmitteln der EDV gegeben sind. Besonderes Gewicht wurde darauf gelegt, dem Interessenten klarzumachen, dass der heutige Versicherungsmathematiker sowohl die konventionelle Versicherungsmathematik (wie das Aufstellen von Geschäftsplänen, das Erstellen der mathematischen Bilanz einschliesslich der Gewinnanalyse) als auch die Techniken der Betriebsorganisation mittels Einsatz von EDV beherrschen muss. Das mag ihn anregen, weiterführende Literatur zu studieren und praktische Erfahrungen in der EDV-Arbeit zu sammeln.

*Horst Becker*

**Heft 3: Georg Reichel**, Göttingen: *Mathematische Grundlagen der Lebensversicherung*, Teil I: Von der Versicherungsfunktion zum Leistungsbarwert. DM 15,—.

Der erste Teil dieser fünfteiligen Einführung in die mathematischen Grundlagen der Lebensversicherung, die aus Vorlesungen, die der Autor an der Universität Göttingen gehalten hat, entstanden ist, beginnt mit einem Aufbau der Lebensversicherungsmathematik, der folgende Ziele hat:

1. Als zulässige Funktionen werden die Versicherungsfunktionen gewählt, d. h. einseitig stetige Funktionen mit beschränkter Schwankung, die höchstens endlich viele Sprungstellen aufweisen können. Diese Funktionenklasse enthält als Spezialfälle sowohl die Treppenfunktionen als auch die differenzierbaren Funktionen. Damit kann sie Grundlage für eine Betrachtung sein, die sowohl die diskontinuierliche als auch die kontinuierliche Methode, aber auch alle «gemischten» Methoden benutzt.
2. Grundsätzlich wird von einem stochastischen Modell ausgegangen ohne jedoch das deterministische Modell aus dem Auge zu verlieren.

Damit fusst diese Einführung auf den Gedankengängen von Henryk Schärf (Über links- und rechtsseitige Stieltjes-Integrale und deren Anwendungen, Mitt. Verein schweiz. Versicherungsmath., Bd 43, S. 127–179 [1943]), die auch im zweiten Band der Versicherungsmathematik von Walter Saxer enthalten sind.



Der Autor versucht trotz eines mathematisch exakten Aufbaus die Verbindung mit der Praxis zu behalten, um auf diese Weise eine Belebung verschiedener Problemkreise zu erzielen.

Der erste Teil befasst sich zunächst mit den Versicherungsfunktionen und ihrer Integrierbarkeit (Kap. 1). Nachdem die Erwartungswerte von Versicherungsverteilungsfunktionen behandelt worden sind (Kap. 2), werden nun die Erwartungswerte allgemeiner Versicherungsleistungen besprochen (Kap. 3). Dabei wird insbesondere der allgemeine Zusammenhang zwischen den Barwerten von Verbleibs- und von Ausscheideleistungen untersucht. Das letzte Kapitel dieses Teils schlägt dann die Brücke zum deterministischen Modell in diskontinuierlicher Betrachtungsweise.

Georg Reichel

Heft 4: **Karl-Heinz Brommler**, Stuttgart: *Rentabilität von Lebensversicherungen*, DM 9,50.

Für die Bewertung von Leistungen und Gegenleistungen einer Lebensversicherung spielt heute der Zins eine entscheidende Rolle, z. B. aus der Sicht des Kunden beim Vergleich der Rentabilität einer Lebensversicherung mit derjenigen anderer Geldanlageformen und aus der Sicht des Versicherungsunternehmens bei der Prüfung der Finanzierbarkeit der deklarierten Gewinnanteile.

Bezeichnet man mit  $a_k$  ( $k = 0, 1, \dots, n$ ) den Erwartungswert des Saldos aus Einnahmen (Beiträge) und Ausgaben (Leistungen) nach  $k$  Jahren bei einer einzelnen Lebensversicherung oder bei einem Versicherungsbestand – wobei vereinfachend angenommen wird, dass Einnahmen und Ausgaben jeweils nach vollen Jahren anfallen –, so stellt

$$f(i) = \sum_{k=0}^n a_k \left( \frac{1}{1+i} \right)^k$$

den Barwert der Gewinnerwartungen des Versicherungsunternehmens zum Zeitpunkt  $k = 0$  als Funktion des Zinsfußes  $i$  dar. Negative Werte von  $f(i)$  bedeuten Verlusterwartungen. Die Nullstelle von  $f(i)$  ist derjenige Zinsfuß, bei dem die erwarteten Ausgaben gerade durch die erwarteten Einnahmen finanziert werden können.

Der Verfasser bezieht sich auf die grundlegenden Untersuchungen von Parthier (vgl. Ausarbeitung seines Vortrages vom 6. 2. 1939 in Bd. V, S. 7 ff., der Blätter der Deutschen Gesellschaft für Versicherungsmathematik) und bezeichnet als

«*Rentabilität einer Lebensversicherung*» denjenigen Zinsfuss, «der einheitlich über die gesamte Versicherungsdauer erzielt werden müsste, damit für einen Bestand von Versicherten die Leistungen des Versicherungsunternehmens genau aus der verzinslichen Ansammlung der gezahlten Versicherungsbeiträge finanziert werden können», d. h. die Nullstelle von  $f(i)$ . Je nachdem, welche Leistungen und Beiträge in die Betrachtung einbezogen werden, ergeben sich spezielle Rentabilitätsbegriffe, die im übrigen von den gewählten «Wirklichkeitsgrundlagen» (Grundlagen 2. Ordnung) für Sterblichkeit, Kosten und Storno abhängig sind:

- Bei der *Erlebensfallrendite* werden nur die Erlebensfalleleistungen einschliesslich Gewinnbeteiligung mit Sterbenswahrscheinlichkeiten = 0 berücksichtigt. Sie zeigt, welche Verzinsung seiner Beiträge der Versicherungsnehmer erwarten kann, wenn er den Ablauf der Versicherung erlebt.
- Beim Vergleich mit anderen Geldanlageformen ist auch der Todesfallschutz mit den darauf entfallenden Kosten und den «wirklichen» Sterbenswahrscheinlichkeiten zu berücksichtigen. Die so ermittelte *Gesamtrendite* wird – ebenso wie die Erlebensfallrendite – auch unter Berücksichtigung der Steuersparnisse (Vorsorgeaufwendungen, Steuerfreiheit der Erträge) angegeben.
- Die *Todesfall-, Rückkaufs- und Fortführungsrenditen*, die analog zur Erlebensfallrendite für bestimmte Abschnitte der Versicherungsdauer definiert werden (bis zum Tod bzw. Rückkauf zurückgelegte Versicherungsdauer, bei der Entscheidung über Rückkauf oder Fortführung noch ausstehende Versicherungsdauer) geben weitere Anhaltspunkte für die Bewertung einer Lebensversicherung.
- Beim *Effektivzins* werden neben den eigentlichen Versicherungsleistungen (Todesfall, Erlebensfall, Rückkauf) einschliesslich Gewinnbeteiligung die gesamten «wirklichen» Kosten (Abschluss, Inkasso, Verwaltung) mit den «wirklichen» Sterbens- und Stornowahrscheinlichkeiten berücksichtigt. Es ist derjenige Zinsfuss, den das Versicherungsunternehmen für die angelegten Beiträge netto erzielen muss, um die vollständigen Versicherungsleistungen über die gesamte Laufzeit erfolgsneutral finanzieren zu können.

Es wird gezeigt, dass die Berechnung der verschiedenen Rentabilitäten mit Hilfe von einfachen EDV-Programmen zur Ermittlung der Nullstelle von  $f(i)$  nach dem Newtonschen Iterationsverfahren rationell durchgeführt werden.

Die zahlreichen Berechnungsbeispiele für die gemischte Versicherung geben u. a. Aufschluss über die Zinsspanne, die für Todesfallschutz (*Gesamtrendite* – *Erlebensfallrendite*) und Kosten (*Effektivzins* – *Gesamtrendite*) benötigt wird. Der Effektivzinsfuss wird zur Prüfung verschiedener Gewinnbeteiligungssy-

steme auf ihre Finanzierbarkeit herangezogen. Mit den Grössen «Versicherungskonto» (vollständiges retrospektives Deckungskapital 2. Ordnung), «Gewinnkonto» (Differenz zwischen Versicherungskonto und geschäftsplanmässigen Rückstellungen) und «Stornogewinn» (Differenz zwischen Versicherungskonto und Rückkaufswert) wird gezeigt, welchen Beitrag eine Lebensversicherung bei angenommenem konstantem Zinsfuss 2. Ordnung im Laufe der Versicherungsdauer zum Aufbau der Gewinnreserve leistet. Dieser Beitrag kann zeitweise auch dann negativ sein, wenn der zugrunde gelegte Zinsfuss 2. Ordnung über dem Effektivzinsfuss liegt. Bei der praktischen Anwendung der dargestellten Untersuchungsmethoden wird man der Auswahl der «Wirklichkeitsgrundlagen», insbesondere den Prognosen über die Entwicklung der tatsächlichen Kosten, besondere Aufmerksamkeit schenken müssen. Dabei sollte auch die Auswirkung unterschiedlicher Prognosen auf den Effektivzinsfuss untersucht werden.

Die vorliegende Arbeit kann wegen der Aktualität der behandelten Probleme jedem in der Praxis der Lebensversicherung tätigen Mathematiker besonders empfohlen werden.

Der interessierte Leser sei darüber hinaus auf weiterführende neuere Untersuchungen von Gessner und Helbig hingewiesen. Gessner (vgl. Blätter der DGVM Bd. XII, S. 317 ff.) untersucht am Modell eines am Bilanzstichtag vorhandenen Versicherungsbestandes die Nullstelle von  $f(i)$ , wobei als Einnahmen neben den Beiträgen die geschäftsplanmässige Rückstellung und die vorhandene Gewinnreserve zum Bilanzstichtag ( $k = 0$ ) berücksichtigt und bei den Ausgaben auch die ausserrechnungsmässigen Abschlusskosten des künftigen Neuzugangs anteilig dem Bestand entsprechend seiner Summe belastet werden. Das Ergebnis wird als «innerer Zins» des Bestandes bezeichnet. Es wird vorgeschlagen, die Entwicklung des inneren Zinses im Vergleich zur Durchschnittsnettoverzinsung der Vermögensanlagen als Massstab für die relative Stärkung oder Schwächung der Gewinnreserve zu verwenden. Auch hier ist naturgemäss die Problematik der «Wirklichkeitsgrundlagen» zu beachten. Aufschlussreich sind dazu die angegebenen numerischen Werte für den inneren Zins bei verschiedenen Variationen der Prognosen für Kosten, Sterblichkeit und Storno, sowie der vorhandenen Gewinnrückstellung. Eine ausführliche Darstellung der Modellrechnungen von Gessner wird demnächst ebenfalls in der Schriftenreihe für angewandte Versicherungsmathematik erscheinen.

Helbig hat in einem Vortrag in der Jahresversammlung der Deutschen Gesellschaft für Versicherungsmathematik am 29. April 1977, der demnächst in den Blättern erscheinen wird, als «Teilertragswert» einer Versicherung bzw. eines

Teilbestandes des Neuzugangs den Wert der Funktion  $f_t(i)$  bei vorgegebenem Rechnungszinsfuß 2. Ordnung bezeichnet. Dabei unterscheidet sich  $f_t(i)$  dadurch von  $f(i)$ , dass Einnahmen und Ausgaben einschliesslich der geschäftsplanmässigen Rückstellungen zum Zeitpunkt  $t$  jeweils für die ersten  $t$  Versicherungsjahre berücksichtigt werden. Wegen der Abschlusskosten ist der Teilertragswert in den ersten Versicherungsjahren in der Regel negativ, auch bei positivem Gesamtertragswert  $f_n(i) = f(i)$ . Je nachdem, ob bei den Kostenprognosen nur die unmittelbar zurechenbaren variablen Kosten oder auch die Fixkosten berücksichtigt werden, liefern die Teil- und Gesamtertragswerte den Beitrag der einzelnen Versicherung oder des Teilbestandes zur Deckung der Fixkosten bzw. zum Aufbau der Gewinnrückstellung. Sie können damit als Entscheidungsgrundlagen zur Freigabe der entsprechenden Versicherungen für den Vertrieb (oder zur Festsetzung der Abschlussprovision oder gegebenenfalls zur Änderung der Gewinnbeteiligung) dienen.

Hans Storck

Heft 5: **Georg Reichel**, Göttingen: *Mathematische Grundlagen der Lebensversicherung*, Teil II: Vom Versicherungsspiel zum Äquivalenzbeitrag. DM 23.—.

Auch dieser Teil befasst sich im wesentlichen nur mit den Erwartungswerten versicherungsmathematischer Funktionen, um auf diese Weise das übliche Lehrgebäude der praktischen Versicherungsmathematik ausführlich zu begründen.

Zunächst werden äquivalente Versicherungsspiele definiert (Kap. 5). Diese entstehen aus Versicherungsspielen zwischen zwei Partnern unter dem Einfluss des Äquivalenzbegriffs (= Gleichheit der Erwartungswerte der Barwerte beider Spielpartner). Verlangt man diese Äquivalenz für die gesamte Spieldauer, so erhält man aus der Berücksichtigung der während des Spiels möglichen Zustände der Spielpartner die Deckungsrückstellungen äquivalenter Versicherungsspiele. Sie sind Verallgemeinerungen der herkömmlichen Deckungsrückstellungen. Sie genauer zu betrachten, würde sicherlich zu interessanten Resultaten führen. Es kann dann eine allgemeine Thielesche Gleichung bewiesen werden, die als Spezialfall z. B. die Thielesche Differentialgleichung in sich enthält. Auch die sogenannte Theorie von Cantelli wird in einer umfassenderen Gültigkeit abgeleitet. Das nächste Kapitel (Kap. 6) bestimmt nun den Äquivalenzbeitrag und befasst sich mit der diskontinuierlichen Methode. Dabei werden die gebräuchlichen Versicherungsformen näher betrachtet.

Die folgenden Kapitel behandeln nun einige spezielle Probleme der Praxis, um mit ihnen zu zeigen, dass es reizvolle Fragestellungen gibt, die zwar einfach zu stellen, aber wegen der spröden Natur der diskontinuierlichen Methode (Differenzenrechnung statt Differentialrechnung!) nicht leicht zu beantworten sind und die dennoch auf exakte Weise betrachtet werden können. Kapitel 7 betrachtet nach einfachen Änderungen (Abkürzung der Versicherungsdauer, Aussetzen der Beitragszahlung) einen komplexen allgemeinen Änderungsprozess ausführlich. Ferner wird die Versicherung anomaler Risiken kurz angesprochen und ein Problem exakt beantwortet.

Kapitel 8 untersucht die totale Verbleibswahrscheinlichkeit bei mehreren Ausscheideursachen. Dabei befasst sich die Betrachtung eingehend mit der Frage, ob es neben den abhängigen Ausscheidewahrscheinlichkeiten (die aus der Möglichkeit, wegen eines aus mehreren Gründen aus einem Bestand auszuschcheiden, folgen) auch sogenannte unabhängige Wahrscheinlichkeiten der Art gibt, dass eine multiplikative Verknüpfung zu einer weiteren Darstellung der totalen Verbleibswahrscheinlichkeit führt. Dabei wird Wert auf exakte Ableitungen gelegt, um u. a. den Einfluss von Hypothesen bei diesem klassischen Problemkreis besser erkennen zu können.

*Georg Reichel*

Heft 6: **Carl Boehm**† / **Dieter Flach**, München: *Versicherungsmathematische Aufgabensammlung*, 1. Folge. Erscheint in Kürze.

In der ersten Folge der versicherungsmathematischen Aufgabensammlung der Schriftenreihe Angewandte Versicherungsmathematik werden die Grundzüge der Lebensversicherungsmathematik auf ein Leben in Aufgaben, Beispielen und Formeln behandelt. Den weiteren Folgen werden die Versicherung mehrerer Leben, die Versicherung anomaler Risiken, die Invaliditätsversicherung und die Pensionsversicherung vorbehalten. Die Definitionen, Erläuterungen, Aufgaben, Lösungen und Formeln sind so geordnet, dass sich eine vollständige Darstellung der behandelten Teile der Finanz- und Versicherungsmathematik ergibt. Soweit in Ausnahmefällen die Beweise nicht bei den Lösungen der Aufgaben und den Beispielen angegeben sind, wird mindestens eine Lehrbuch- oder eine Literaturfundstelle angegeben, so dass sich auch der speziell in Versicherungsmathematik noch Unkundige selbständig einarbeiten kann. Für die eingestreuten Zahlenbeispiele wird die im Anhang mitgegebene und erläuterte in Deutschland gebräuchliche «modifizierte Allgemeine Deutsche Sterbetafel



1960/62, Männer», mit dem Rechnungszins von 3 % p. a. verwendet. Das Inhaltsverzeichnis gibt einen Überblick über die behandelten Bereiche.

Der erste Abschnitt «Zeitrenten» enthält Formeln, Beweise und Zahlenbeispiele zur Zinseszinsrechnung; die Aufstellung der Formeln und das Finden der Beweise wird als Aufgabe gestellt, und so wird echte mathematische Leistung verlangt.

Der zweite Abschnitt «Sterblichkeitsfunktionen» behandelt verschiedene Überlebensfunktionen und Wachstumsfunktionen. Die Methoden bei Sterblichkeitsuntersuchungen in der Praxis werden erörtert und durch Rechen- und Zahlenbeispiele nahegebracht.

Die Abschnitte «Leibrenten, Kommutationswerte, Prämienberechnung, Modifikation der Rechnungsgrundlagen» verschaffen einen Eingang in die Versicherungstechnik der Leibrenten- und der Kapitalversicherung auf ein Leben. Die Formeln für Leibrenten auf ein Leben werden als Grundlage der Versicherungstechnik sehr ausführlich dargestellt und mit zahlreichen Rechenbeispielen belegt. In dem Abschnitt «Kommutationswerte» sind Formeln für Beitragsberechnung und Deckungskapitalberechnung kurz behandelt. Zahlenbeispiele sind hier selten eingestreut; sie können aber leicht selbst gefunden werden, zumal sie die Praxis im Lebensversicherungsbetrieb zur Genüge liefert.

Der Abschnitt «Kalender-Formeln, Altersberechnung» enthält Berechnungsverfahren und Formeln für Laufzeiten, Fristen und Eintrittsalter, wie sie bei den Banken und den Lebensversicherungsunternehmen verwendet werden können. Die Formelsammlung endet mit einer Zusammenstellung von Formeln zur Berechnung von Nettoeinmalbeiträgen und Nettojahresbeiträgen zu Lebensversicherungen auf ein Leben.

Die Schrift dient gleichermassen der Einführung in die Versicherungsmathematik wie der Vertiefung des Wissens. Auch dem erfahrenen Versicherungsmathematiker liefert sie viel mathematische Anregung, fordert zu weiterem Fragen und zum Suchen der Zusammenhänge und Beweise auf. Sie ist eine hervorragende Formelsammlung und eignet sich zum Nachschlagen. Die Mischung von leichten und schwierigeren Aufgaben lässt keine Langeweile aufkommen. Die Schrift ist daher geeignet zur Durcharbeit für den Einzelnen wie für Gruppen von Mathematikern, und sie zeigt, dass man viel Freude an der Versicherungsmathematik haben kann. Die weiteren Folgen dieser Aufgabensammlung kann man mit Spannung erwarten.

*Lebrecht Göritz*



Heft 7: **Peter Gessner**, Stuttgart: *Überschusskraft und Gewinnbeteiligung in der Lebensversicherung*. Erscheint in Kürze.

Ausführlich und gut verständlich behandelt der Autor das Problem der Gewinnbeteiligung in der Lebensversicherung sowohl unter rein mathematischen als auch unter versicherungswirtschaftlichen Aspekten. Versicherungsverträge oder genauer die dabei entscheidenden Zahlungsvorgänge werden konsequent in Form von Gleichungssystemen beschrieben, welche die laufenden Verpflichtungen (Leistungen bei Erleben, Tod, Rückkauf, Aufwendungen für Kosten) den eingehenden Beiträgen und angesammelten Guthaben (z. B. Deckungsrückstellung, Gewinnreserve) gegenüberstellen. Bei Vorgabe gewisser Daten sind die übrigen in den Gleichungssystemen auftretenden Grössen bestimmt. Dieser Ansatz gestattet nicht nur die elegante Berechnung des Deckungskapitals und der Nettoprämie, sondern auch der angesammelten Gewinn Guthaben bzw. des erreichten Gesamtbonus, womit bereits die vorgestellten «Idealmodelle» für die Gewinnbeteiligung der Versicherungsnehmer, nämlich das System der Gewinnansammlung sowie das Bonussystem, erwähnt sind. Der Autor beschreibt im 1. Kapitel seiner Arbeit ferner in der Praxis verwirklichte Gewinnbeteiligungen mit laufenden Gewinnanteilen und Schlussgewinnanteilen und er geht darauf ein, wie sich das Finanzierungsverfahren in der Bilanz niederschlägt.

Das 2. Kapitel ist der detaillierten Analyse der Gewinnreserve gewidmet, und zwar sowohl für einen einzelnen Versicherungsvertrag als auch für einen ganzen Versicherungsbestand. Der theoretisch erforderliche Zins zur Finanzierung aller Auszahlungen aus den Einzahlungen wird innerer Zins genannt. Die Gewinnreserve und den inneren Zins erhält man wieder als Lösung eines entsprechenden Gleichungssystems. Der innere Zins wird als Masszahl für die Beurteilung der Entwicklung der Gewinnreserve vorgeschlagen. Je mehr er steigt, um so grösser sind die Verpflichtungen gemessen am Kapitalvermögen und den zu erwartenden Einnahmen. Die Berechnung des inneren Zinses ist jährlich für den jeweils vorliegenden Bestand einschliesslich Neuzugang vorgesehen.

In den letzten beiden Kapiteln werden die zur Analyse der Gewinnreserve wesentlichen Eingabedaten (Rechnungsgrundlagen etc.) kritisch untersucht. Zur Vorausschätzung der Kostenentwicklung dient eine Kostenformel für die Kostenunterdeckung in Promille der Versicherungssumme. Der Autor berichtet über die praktischen Ergebnisse der Analyse der Gewinnreserve eines Lebensversicherungsunternehmens: die durch Weiterentwicklung eines Anfangsbestandes errechneten wichtigsten Kenngrössen (Beitragseinnahmen,

Auszahlungen, Kosten, Zinsen) werden mit den später tatsächlich beobachteten Werten verglichen und die auftretenden Abweichungen diskutiert. Lässt man schliesslich Rechnungsgrundlagen im erweiterten Sinne d.h. Intervalle zu, innerhalb deren sich Sterbe-, Stornowahrscheinlichkeiten und die jährlichen Veränderungsrate für die Kostenentwicklung bewegen dürfen, so führt die Lösung einer Optimierungsaufgabe auf ein Garantie-Intervall für den inneren Zins. Durch Linearisierung kann man die Optimierungsaufgabe vereinfachen und erhält eine «einfache Faustformel» zur Berechnung eines fast optimalen d.h. kleinstmöglichen Garantie-Intervalls. Der Richtwert für die Beurteilung der Gewinnreserve ist in diesem Fall die obere Intervallgrenze. *Edgar Neuburger*

