

# Eine Tarifierungsmethode im Feuer-Industriegeschäft

Autor(en): **Wenger, Hans**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker = Bulletin / Association des Actuaire Suisses = Bulletin / Association of Swiss Actuaries**

Band (Jahr): **73 (1973)**

PDF erstellt am: **27.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-555345>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

# Eine Tarifierungsmethode im Feuer-Industriegeschäft

Von Hans Wenger, Muri bei Bern

## I. Aufgabenstellung

Von der Schweizerischen Feuer-Versicherungsvereinigung wurden die Herren Prof. H. Bühlmann, Th. Schaezle und der Verfasser beauftragt, den Bedarfsatz im Industrie-Feuergeschäft auf Grund einer vorgelegten Statistik über die Jahre 1963–1971 zu bestimmen.

Um den Auftrag näher erläutern zu können, müssen wir uns zunächst mit dem Konzept der vorliegenden Statistik befassen.

Durch einen Industrievertrag werden Fabriken, gewerbliche Anlagen, Grosslager, Lager- und Warenhäuser, Bahnbetriebe u. dgl. gegen Feuerereignisse und Elementarereignisse versichert. In der Statistik wird ein solcher Vertrag nach der vorherrschenden Betriebsart als Ganzes einer sogenannten Tarifposition zugeordnet. Die Zusammenfassung aller Verträge der gleichen Tarifposition  $k$  ergeben pro Jahr  $i$  die folgenden Statistikdaten:

- |                                                                                         |          |
|-----------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| (i) Mittlerer Versicherungskapitalbestand pro Jahr in 1000 Franken                      | $V_{ik}$ |
| (ii) Mittlerer Folgeprämienbestand in Franken                                           | $F_{ik}$ |
| (iii) Bezahlte Feuerschäden (ohne Elementarschäden) inkl. Ausmittlungskosten in Franken | $S_{ik}$ |

Unter einem mittleren Bestand ist das Mittel zwischen Anfangsbestand und Endbestand eines Jahres zu verstehen.

Die Folgeprämien sind nicht aufgeteilt in die Feuer- und Elementarkomponente.

Leider verfügen wir nur über die bezahlten und nicht über die angefallenen Feuerschäden.

Wir können die folgenden Verhältniszahlen bilden:

$$\text{Schadensatz Feuer der Tarifposition } k \text{ im Jahre } i \quad X_{ik} = \frac{S_{ik}}{V_{ik}}$$

$$\text{Erzielter Prämienatz der Tarifposition } k \text{ im Jahre } i \quad P_{ik} = \frac{F_{ik}}{V_{ik}}$$

Die insgesamt 172 Tarifpositionen werden in 9 Tarifgruppen zusammengefasst, die 7 bis 27 Tarifpositionen umfassen.

Tarifgruppe		Prozentanteil am Gesamtkapital
1	Steine, Erden	5,48
2	Metalle, Uhren	33,54
3	Holz, Kork	3,84
4	Papier, Leder, Kunststoffe, Gummi	7,62
5	Textilien	10,72
6	Nahrungsmittel, Getränke, Tabak	7,87
7	Chemie	7,58
8	Kraft, Bahnen	8,68
9	Lager, Diverse	15,12

Schematisch lassen sich die Statistikdaten der Schadensseite für eine Tarifgruppe mit  $N$  Tarifpositionen und einer Beobachtungsdauer von  $n$  Jahren wie folgt darstellen:

Pos. Jahr	1	$k$	$N$	Gruppe
1	$X_{11}, V_{11}$		$X_{1N}, V_{1N}$	$\bar{X}_{1.}, V_{1.}$
$i$		$X_{ik}, V_{ik}$		$\bar{X}_{i.}, V_{i.}$
$n$	$X_{n1}, V_{n1}$		$X_{nN}, V_{nN}$	$\bar{X}_{n.}, V_{n.}$
	$\bar{X}_{.1}, V_{.1}$	$\bar{X}_{.k}, V_{.k}$	$\bar{X}_{.N}, V_{.N}$	$\tilde{X}, V_{..}$

Jahreszeiger  $i = 1, 2, \dots, n$ ; Positionszeiger  $k = 1, 2, \dots, N$ .

Als Randwerte erscheinen die folgenden mit der Versicherungssumme  $V_{ik}$  gewogenen Mittelwerte der  $X_{ik}$ :

Das Jahresmittel für das Jahr  $i$  
$$\bar{X}_{i.} = \frac{1}{V_{i.}} \sum_{k=1}^N X_{ik} V_{ik},$$

das Positionsmittel für die Position  $k$  
$$\bar{X}_{.k} = \frac{1}{V_{.k}} \sum_{i=1}^n X_{ik} V_{ik} \text{ und}$$

das Gruppenmittel 
$$\tilde{X} = \frac{1}{V_{..}} \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^N X_{ik} V_{ik}.$$

Das Gruppenmittel lässt sich auch als gewogenes Mittel der Jahresmittel bzw. der Positionsmittel darstellen:

$$\tilde{X} = \frac{1}{V_{..}} \sum_{k=1}^N \bar{X}_{.k} V_{.k} = \frac{1}{V_{..}} \sum_{i=1}^n \bar{X}_{i.} V_{i.}.$$

Im Gegensatz zu den  $X$  bedeutet bei den  $V$  der statt einem Index auftretende Punkt nicht Mittelbildung sondern Summation, also

$$V_{.k} = \sum_{i=1}^n V_{ik}, V_{i.} = \sum_{k=1}^N V_{ik} \text{ und } V_{..} = \sum_{k=1}^N V_{.k} = \sum_{i=1}^n V_{i.}.$$

Bei der Datenmatrix der Prämienseite sind die  $X_{ik}$  durch die  $P_{ik}$  zu ersetzen. Hier interessieren uns nur die Positionsmittel

$$\bar{P}_{.k} = \frac{1}{V_{.k}} \sum_{i=1}^n P_{ik} V_{ik}; \quad k = 1, 2, \dots, N.$$

Die gestellte Aufgabe kann nun wie folgt formuliert werden:

Auf Grund der Statistikdaten ist eine Aussage über den zukünftigen Feuer-Schadenbedarf pro 1000 Franken Versicherungssumme der  $k$ . Tarifposition einer Tarifgruppe zu machen.

Darunter verstehen wir die Summe

$$\hat{\mu}_k^* + \Delta$$

$\hat{\mu}_k^*$  ist eine Schätzung für den Erwartungswert des Schadensatzes der  $k$ . Tarifposition im nächsten Jahr, beruhend sowohl auf der Erfahrung der Position als auch auf der Erfahrung der Gruppe.

$\Delta$  ist der Schwankungszuschlag.

Mit dem Kostensatz  $\beta$  ergibt sich dann der Bedarfssatz Feuer zu

$$P_k^{(F)} = \frac{1}{1-\beta} \left[ \hat{\mu}_k^* + \Delta \right]$$

Der Bedarfssatz Elementar wurde in einer früheren Untersuchung [1] ermittelt zu

$$P^{(E)} = 0,20.$$

Er ist für alle Positionen  $k$  gleich.

Der Prozentsatz

$$\frac{P_k^{(F)} + P^{(E)}}{\bar{P}_{.k}} 100$$

gibt dann Hinweise für die zukünftige Tarifgestaltung.

Zunächst befassen wir uns mit der Ermittlung der oben erwähnten beiden Komponenten  $\hat{\mu}_k^*$  und  $\Delta$  des Feuer-Schadenbedarfs.

## II. Berechnung der Schätzwerte $\hat{\mu}_k^*$ mit Hilfe der Credibility-Theorie

Die Credibility-Theorie unterlegt den Statistikdaten unter Verwendung eines zweistufigen Urnenmodells den folgenden Stichprobenraum:

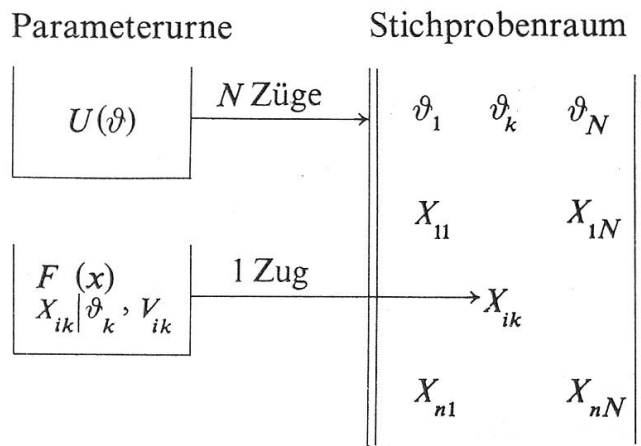
- (i) Aus der Parameterurne mit der Anschrift  $U(\vartheta)$  wird der Parameter  $\vartheta$  mit der Wahrscheinlichkeit  $dU(\vartheta)$  gezogen.  
Es erfolgen  $N$  Züge, und die Zufallsvariable  $\vartheta_k$  sei das Ergebnis des  $k$ . Zuges.

(ii) Jedem  $\vartheta_k$  sind  $n$  Urnen zugeordnet, wobei die  $i$ . die Anschrift  $F(x)$  trägt, wofür wir kurz  $F_{ik}(x)$  schreiben. Die  $V_{ik}$  sind Konstanten.

$$X_{ik} | \vartheta_k, V_{ik}$$

Aus jeder dieser  $nN$  Urnen erfolgt ein Zug.

Mit der Wahrscheinlichkeit  $dF_{ik}(x)$  wird für die Variable  $X_{ik}$  ein Wert  $x$  gezogen.



Unter Annahme der entsprechenden Unabhängigkeiten ergibt sich die Dichte zu

$$dP = \prod_{i,k} dF_{ik}(x_{ik}) dU(\vartheta_k)$$

Für jede der auftretenden Verteilungsfunktionen  $F_{ik}(x)$  soll gelten:

$$\int x dF_{ik}(x) = \mu(\vartheta_k) \quad \text{und}$$

$$\int (x - u(\vartheta_k))^2 dF_{ik}(x) = \frac{\sigma^2(\vartheta_k)}{V_{ik}}$$

Die beiden Voraussetzungen lassen sich leicht wie folgt interpretieren:

Bedeutet  $\xi_{ik,m}$  die Zufallsvariable des Schadens der  $m$ . Einheit der Versicherungssumme  $V_{ik}$ , so wird

$$X_{ik} = \frac{1}{V_{ik}} \sum_{m=1}^{V_{ik}} \xi_{ik,m}$$

Sind die Variablen  $\xi_{ik,m}$  unabhängig und gilt für jedes  $m$

$$E[\xi_{ik,m}] = \mu(\vartheta_k) \text{ und } \text{Var}[\xi_{ik,m}] = \sigma^2(\vartheta_k),$$

so ergeben sich sofort die angegebenen Relationen.

Es stellt sich folgendes Problem:

Wir betrachten eine neue Variable  $X_{n+1,k}$  mit der Verteilungsfunktion  $F_{n+1,k}(x)$ .

Für den Erwartungswert  $\mu(\vartheta_k) = \int x dF_{n+1,k}(x)$

ist eine lineare Schätzfunktion

$$\hat{\mu}_k^* = \sum_{1,h} \alpha_{1h,k} X_{1h}$$

derart zu bestimmen, dass neben der geforderten Erwartungstreue die mittlere quadratische Abweichung minimalisiert wird; also

$$(i) \quad E\left[\left(\sum_{1,h} \alpha_{1h,k} X_{1h} - \mu(\vartheta_k)\right)^2\right] = \text{Min.},$$

$$(ii) \quad E\left[\sum_{1,h} \alpha_{1h,k} X_{1h}\right] = E\left[\mu(\vartheta_k)\right].$$

Die Lösung dieses Schätzungsproblems bezeichnen wir als Credibility-Schätzensatz.

Nach [2], [3] ergibt sich mit Hilfe der Lagrange-Methode bei bekannter Struktur des Kollektivs:

$$\text{Credibility-Schadensatz: } \hat{\mu}_k^* = \alpha_k \bar{X}_{.k} + (1-\alpha_k) {}^c\bar{X}$$

$$\text{Credibility-Faktor: } \alpha_k = \frac{V_{.k}}{\frac{v}{w} + V_{.k}}; \quad 1-\alpha_k = \frac{\frac{v}{w}}{\frac{v}{w} + V_{.k}}; \quad 0 \leq \alpha_k \leq 1$$

$$\text{Credibility-Mittel: } {}^c\bar{X} = \frac{\sum_{k=1}^N \alpha_k \bar{X}_{.k}}{\sum_{k=1}^N \alpha_k} = \frac{\sum_{k=1}^N (1-\alpha_k) V_{.k} \bar{X}_{.k}}{\sum_{k=1}^N (1-\alpha_k) V_{.k}}$$

$$\text{A-priori-Informationen: } v = E[\sigma^2(\vartheta)]; \quad w = \text{Var}[u(\vartheta)]$$

Mit  $v/w$  und den Daten  $(\bar{X}_{.k}, V_{.k})$ ,  $k = 1, 2, \dots, N$  sind alle  $\hat{\mu}_k^*$  bestimmt. Sind die A-priori-Informationen  $v$  und  $w$  nicht bekannt, so bilden wir die erwartungstreuen Schätzwerte  $\hat{v}$  und  $\hat{w}$ :

$$\hat{v} = V, \quad \hat{w} = \frac{W-V}{\pi}, \quad \text{wobei}$$

$$V = \frac{1}{N(n-1)} \sum_{i,k} V_{ik} (X_{ik} - \bar{X}_{.k})^2, \quad W = \frac{1}{Nn-1} \sum_{i,k} V_{ik} (X_{ik} - \bar{X})^2$$

$$\text{und} \quad \pi = \frac{1}{Nn-1} \sum_{i,k} V_{.k} \left(1 - \frac{V_{.k}}{V_{..}}\right).$$

Treten für  $\hat{w}$  negative Werte auf, so wird  $\hat{w} = 0$  gesetzt. Die Statistik stützt nämlich dann die Hypothese, dass die Positionen einem homogenen Kollektiv entnommen sind.



Diskussion der Lösung:

- (i) Der Credibility-Schadensatz erscheint als gewichtetes Mittel der Positionserfahrung  $\bar{X}_{.k}$  und der Gruppenerfahrung  ${}^c\bar{X}$ . Das der Positionserfahrung zugeordnete Gewicht  $\alpha_k$  heisst Credibility-Faktor. Es ist zu beachten, dass beim Credibility-Mittel  ${}^c\bar{X}$  die  $\alpha_k$  als Gewicht auftreten anstelle der  $V_{.k}$  beim Gruppenmittel  $\bar{X}$ .
- (ii) Falls  $\hat{v} \neq 0$ ,  $\hat{w} \neq 0$  liegt  $\hat{\mu}_k^*$  zwischen den Werten  ${}^c\bar{X}$  und  $\bar{X}_{.k}$ .  
 $\hat{\mu}_k^*$  liegt um so näher bei  $\bar{X}_{.k}$ , je grösser  $V_{.k}$  ist, da  $\alpha_k$  mit  $V_{.k}$  monoton wächst.
- (iii) Ist  $\hat{v} = 0$ , so wird  $\hat{\mu}_k^* = \bar{X}_{.k}$ . Es liegt der Fall des vollständig heterogenen Kollektivs vor.  
 Ist  $\hat{w} = 0$ , so wird  $\hat{\mu}_k^* = {}^c\bar{X} = \bar{X}$ . Es liegt der Fall des vollständig homogenen Kollektivs vor.
- (iv) Es gilt

$$\sum_{k=1}^N V_{.k} \hat{\mu}_k^* = \sum_{k=1}^N V_{.k} \bar{X}_{.k} = V \bar{X}$$

Das Gruppenmittel bleibt sich also gleich, ob mit den  $\bar{X}_{.k}$  oder den  $\hat{\mu}_k^*$  ermittelt. Dies kann gezeigt werden, indem in der Formel für den Credibility-Schadensatz

$${}^c\bar{X} = \frac{\sum_{k=1}^N (1-\alpha_k) V_{.k} \bar{X}_{.k}}{\sum_{k=1}^N (1-\alpha_k) V_{.k}}$$

gesetzt wird.

- (v) Gehen alle  $X_{ik}$ ,  $i = 1, 2 \dots n$ ,  $k = 1, 2 \dots N$  über in  $X_{ik} + \Delta$  ( $\Delta > 0$ ), so folgt:  
 Die  $\alpha_k$  bleiben unverändert, da sich  $V$  und  $W$  nicht ändern.  
 Somit geht  $\hat{\mu}_k^*$  über in  $\hat{\mu}_k^* + \Delta$

Die Herren J. Hofmann und E. Straub von der Schweizerischen Rückversicherungsgesellschaft haben uns in freundlicher Weise ein auf Band übertragenes Fortran-Programm zur Verfügung gestellt, mit dem sich folgende Resultate ergaben:

Tarif: Gruppe	$\tilde{X}$	${}^c\bar{X}$	$10^2 \frac{\hat{v}}{\hat{w}}$
1	1.33	1.06	5 190
2	0.52	0.53	1 177 000
3	2.28	1.36	1 142
4	0.68	1.02	11 660
5	0.67	0.66	70 790
6	0.67	0.70	8 781
7	0.73	1.18	1 708
8	0.37	0.37	$\hat{w} = 0$
9	0.43	0.47	229 600

Bei der Tarifgruppe 8 wurde  $\hat{w} < 0$ ; daher setzten wir  $\hat{w} = 0$ .

Bemerkenswert ist die unterschiedliche Abweichung des Credibility-Mittels vom Gruppenmittel.

In analoger Weise wie in der nicht veröffentlichten Notiz [4] lassen sich die Ergebnisse der einzelnen Tarifgruppen bildlich veranschaulichen. In der hier gezeigten Graphik der Tarifgruppe 1 kann jede Position  $k$  als Gefäß interpretiert werden, dessen Grundfläche der Versicherungssumme  $V_{.k}$  und dessen Inhalt dem Schaden  $\bar{X}_{.k} V_{.k}$  entspricht. Bei Kommunikation wird sich der Pegelstand der einzelnen Gefäße von  $\bar{X}_{.k}$  (dargestellt durch xxx-Linie) über  $\hat{\mu}_k^*$  (dargestellt durch \*\*\*-Linie) zum Pegelstand  $\tilde{X}$  (dargestellt durch --- -Linie) ausgleichen. Praktisch zusammenfallende Linien werden durch Mischung der entsprechenden Zeichen dargestellt.

### III. Berechnung der Schwankungszuschläge

Wir gehen aus von den Statistikdaten der Gruppe, nämlich von den Jahresmitteln  $(\bar{X}_i, V_i)$  wofür wir vereinfachend schreiben  $(X_i, V_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ .

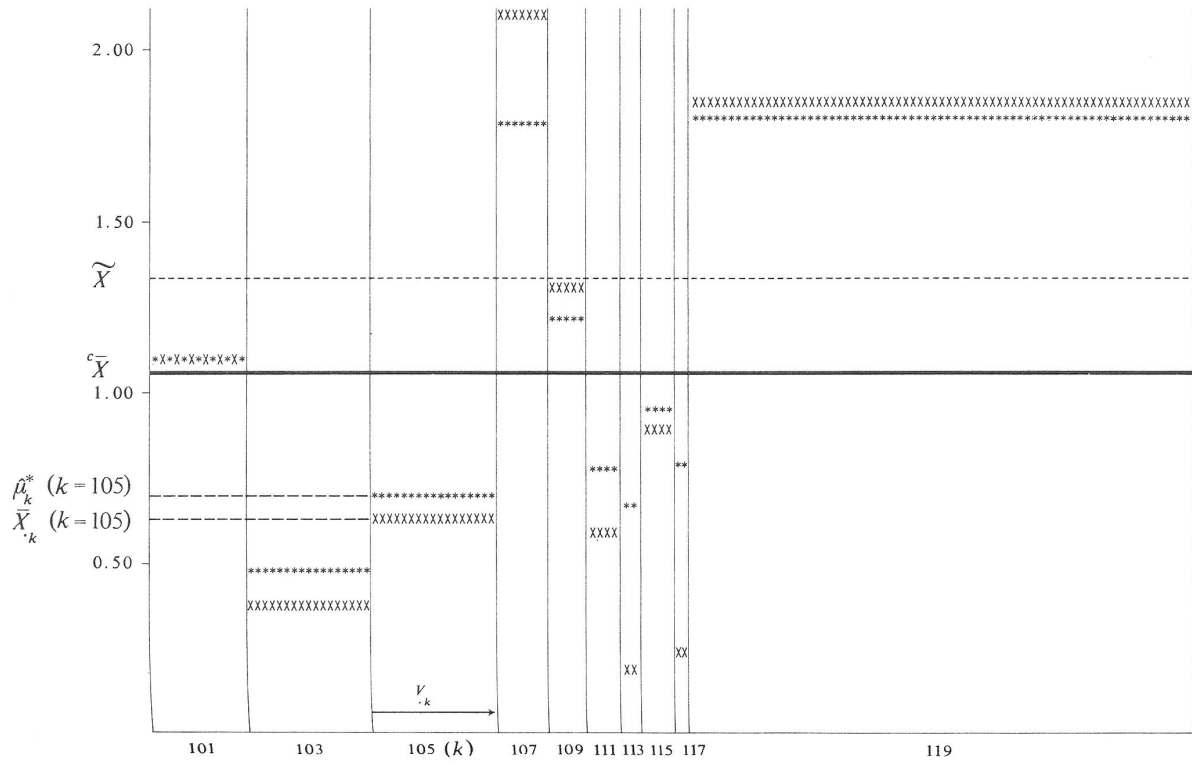
Diesen Statistikdaten unterstellen wir wie folgt einen Stichprobenraum:

Sei  $F(x)$  die Verteilungsfunktion der Variablen  $X_i$ , so soll gelten für  $i = 1, 2, \dots, n$ :

$X_i | V_i$

- (i)  $E[X_i] = \mu,$
- (ii)  $\text{Var}[X_i] = \frac{\sigma^2}{V_i},$
- (iii)  $E[(X_i - \mu)^3] = \frac{a_3}{V_i^2}.$

Tarifgruppe 1



Diese Voraussetzungen lassen sich gleich wie beim Credibility-Verfahren leicht interpretieren:

Bedeutet  $\xi_m$  die Zufallsvariable des Schadens der  $m$ . Einheit der Versicherungssumme  $V_i$ , so wird

$$X_i = \frac{1}{V_i} \sum_{m=1}^{V_i} \xi_m$$

Gilt für jedes  $m$

$$E[\xi_m] = \mu, \text{Var}[\xi_m] = \sigma^2 \text{ und } E[(\xi_m - \mu)^3] = \alpha_3,$$

so ergeben sich bei Annahme der Unabhängigkeit sofort die Relationen (i)–(iii).

Für die Parameter  $\mu, \sigma^2, \alpha_3$  lassen sich mit der Dichte

$$dP = \prod_{i=1}^n dF(x_i | V_i)$$

erwartungstreue Schätzwerte bestimmen zu:

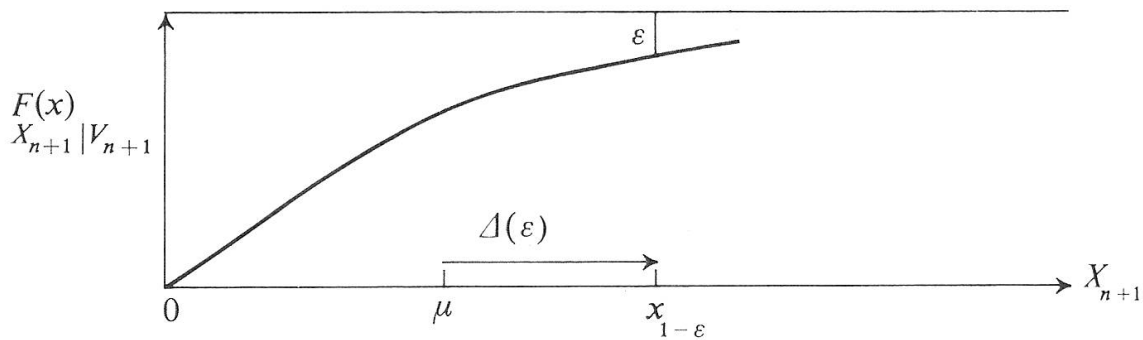
$$(i)' \quad \hat{\mu} = \bar{X},$$

$$(ii)' \quad \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n V_i (X_i - \bar{X})^2,$$

$$(iii)' \quad \hat{\alpha}_3 = \frac{1}{n-3 + \frac{2 \sum V_i^2}{(\sum V_i)^2}} \sum_{i=1}^n V_i (X_i - \bar{X})^3$$

Sei nun  $(X_{n+1}, V_{n+1})$  die Zufallsvariable des Jahresmittels der Gruppe im Jahre  $n+1$ . Die voraussichtliche Versicherungssumme  $V_{n+1}$  der Gruppe ist dabei aus den Werten  $V_1, V_2, \dots, V_n$  zu schätzen. Die Verteilungsfunktion  $F(x)$  erfülle die Voraussetzungen (i)–(iii).

Auf Grund von (i)'–(iii)' verfügen wir dann über Schätzungen des Erwartungswertes sowie des zweiten und dritten Zentralmomentes von  $X_{n+1}$ . Unsere Aufgabe besteht nun darin, den Abstand  $\Delta(\varepsilon)$  des  $(1-\varepsilon)$ -Quantils  $x_{1-\varepsilon}$  vom Erwartungswert  $\mu$  zu bestimmen.



Erheben wir nämlich den Prämiensatz  $\mu + \Delta(\varepsilon) = x_{1-\varepsilon}$ , so wird dieser nur mit der Wahrscheinlichkeit  $\varepsilon$  vom Schadensatz übertroffen. Bei vorgegebenem  $\varepsilon$  stellt daher  $\Delta(\varepsilon)$  den gesuchten Schwankungszuschlag dar.

Für die Quantilbestimmung bedienen wir uns der sogenannten NP-Approximation [5], [6].

Allgemein lässt sich diese Methode wie folgt beschreiben:

Sei  $F_X(x)$  die Verteilungsfunktion des Schadensatzes. Durch eine Variablentransformation  $x = f(y)$  wird zu erreichen versucht, dass die transformierte Verteilungsfunktion  $F_Y(y)$  – wenigstens in einem gewünschten Variablenbereich – durch die standardisierte Normalverteilung  $\Phi(y)$  hinreichend genau approximiert wird.

Es gilt dann

$$F_X(x) = F_Y(y) \simeq \Phi(y)$$

und somit für  $y = y_{1-\varepsilon}$  eingesetzt

$$1 - \varepsilon = F_X(x_{1-\varepsilon}) = F_Y(y_{1-\varepsilon}) \simeq \Phi(y_{1-\varepsilon})$$

Aus der Tabelle für  $\Phi(y)$  bestimmen wir  $y_{1-\varepsilon}$ , so dass gilt  $1 - \varepsilon = \Phi(y_{1-\varepsilon})$ . So wird z. B. für  $\varepsilon = 0.20$   $y_{0.80} = 0.842$ .

Diesen Wert setzen wir in die Transformationsgleichung ein und erhalten das gesuchte Quantil zu

$$x_{1-\varepsilon} = f(y_{1-\varepsilon})$$

Bewährt hat sich die Transformationsgleichung

$$\frac{x - E[X]}{\sqrt{\text{Var}[X]}} = y + \frac{1}{6} \gamma[X] (y^2 - 1), \quad \text{wobei } \gamma[X] = \frac{E[(X - E[X])^3]}{\sqrt{\text{Var}[X]}^3} \text{ die Schiefe}$$

von  $X$  bedeutet.

Die darin auftretenden Momente haben wir durch die entsprechenden Schätzwerte der Momente der Variablen  $X_{n+1}$  zu ersetzen; wir setzen also für

$$E[X] = \hat{\mu}, \quad \text{Var}[X] = \frac{\hat{\sigma}^2}{V_{n+1}}, \quad \gamma[X] = \frac{\frac{\hat{\alpha}_3}{V_{n+1}^2}}{\left(\frac{\hat{\sigma}^2}{V_{n+1}}\right)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\hat{\alpha}_3}{\hat{\sigma}^3 \sqrt{V_{n+1}}}$$

Mit  $y = y_{1-\varepsilon}$  erhalten wir dann nach einer leichten Umformung

$$\Delta(\varepsilon) = x_{1-\varepsilon} - \hat{\mu} = y_{1-\varepsilon} \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{V_{n+1}}} + \frac{1}{6} \frac{\hat{\alpha}_3}{\hat{\sigma}^2 V_{n+1}} (y_{1-\varepsilon}^2 - 1)$$

Für die einzelnen Gruppen ergab die Rechnung mit  $\varepsilon = 0.20$ :

Tarifgruppe	$\Delta$
1	0.21
2	0.15
3	0.31
4	0.16
5	0.47
6	0.34
7	0.27
8	0.07
9	0.23

Anstatt den Schwankungszuschlag für jede Gruppe einzeln zu ermitteln, könnte man für jede Gruppe den gleichen Schwankungszuschlag wählen, der sich aus der Zusammenfassung aller Gruppen ergibt. In diesem Fall würde man aber  $\varepsilon$  kleiner ansetzen. Der gemeinsame Schwankungszuschlag würde dann betragen:

$\varepsilon$	$\Delta$
0.20	0.12
0.10	0.19
0.05	0.26

#### IV. Resultate

Die gewonnenen Resultate fassen wir für jede Tarifgruppe in einer Tabelle zusammen.

Bei der nachstehenden Tabelle der Tarifgruppe 1 wurde ein Kostensatz von  $\beta = 0,35$  angenommen. Diese Annahme wird für die Durchführung einer Tarifrevision noch überprüft werden müssen.

*Tarifgruppe 1*

Tarifposition	$k$	101	103	105	107	109	111	113	115	117	119	121	123	125	127	Gruppe
Positionsmittel	$\bar{X}_{.k}$	1.07	0.36	0.62	2.10	1.30	0.58	0.17	0.87	0.23	1.84	2.28	0.10	0.20	3.13	1.33
Credibility-Schadensatz	$\hat{\mu}_k^*$	1.07	0.48	0.69	1.77	1.21	0.77	0.66	0.95	0.79	1.80	1.08	1.05	1.01	1.47	1.33
Schwankungszuschlag	$\Delta$	0.21	0.21	0.21	0.21	0.21	0.21	0.21	0.21	0.21	0.21	0.21	0.21	0.21	0.21	0.21
Schadenbedarf Feuer	$\hat{\mu}_k^* + \Delta$	1.28	0.69	0.90	1.98	1.42	0.98	0.87	1.16	1.00	2.01	1.29	1.26	1.22	1.68	1.54
Bedarf Feuer	$P_k^{(F)}$	1.97	1.06	1.38	3.05	2.18	1.51	1.34	1.78	1.54	3.09	1.98	1.94	1.88	2.58	2.37
Bedarf Elementar	$P^{(E)}$	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20
Gesamtbedarf	$P_k^{(F)} + P^{(E)}$	2.17	1.26	1.58	3.25	2.38	1.71	1.54	1.98	1.74	3.29	2.18	2.14	2.08	2.78	2.57
Prämienpositionsmittel	$\bar{P}_{.k}$	1.79	0.83	1.13	1.69	1.15	1.23	1.28	1.03	1.18	3.49	2.56	0.93	1.42	3.49	2.34
$(P_k^{(F)} + P^{(E)}) / \bar{P}_{.k} \%$		121	152	140	192	207	139	120	192	147	94	85	230	146	80	110



## Literatur

- [1] *David Baumgartner*: «Die Kalkulation bei der Sanierung der Elementarschadenversicherung». Schweizerische Versicherungszeitschrift Heft 2, Jahrgang 40 (1972).
- [2] *Hans Bühlmann*: «Credibility Procedures», in: Proceedings of the Sixth Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability, University of California Press.
- [3] *H. Bühlmann und E. Straub*: «Glaubwürdigkeit für Schadensätze». Mitt. Verein. Schweiz. Versich.-Math., Band 70, Heft 1.
- [4] *E. Straub*: «Credibility Rating for Excess of Loss Treaties in Casualty».
- [5] *Beard, Pentikaeinen, Pesonen*: «Risk Theory». Methuen, London.
- [6] *Josef Kupper*: «Methoden zur Berechnung der Verteilungsfunktion des Totalschadens». Mitt. Verein. Schweiz. Versich.-Math., Band 71, Heft 2.

## Zusammenfassung

Auf Grund einer vorgelegten Statistik über das Feuer-Industriegeschäft sind der Totalschaden und die Versicherungssummen für eine Reihe von Jahren bekannt. Die Statistikdaten sind gegliedert nach Tarifgruppen, welche ihrerseits nach Tarifpositionen unterteilt sind.

Um den Schadenbedarf einer Tarifposition pro 1000 Franken Versicherungssumme zu ermitteln, wird zunächst der zukünftige Erwartungswert des Schadensatzes jeder Tarifposition einer Tarifgruppe mit der Credibilitymethode geschätzt. Dadurch ergibt sich dieser als gewichtetes Mittel der Gruppenerfahrung und der individuellen Erfahrung der Position.

Zu diesen Werten wird dann ein Schwankungszuschlag addiert. Dieser ergibt sich durch Quantilbestimmung mit der Methode der NP-Approximation, angewendet auf die Verteilungsfunktion des jährlichen Schadensatzes aller zusammengefassten Tarifgruppen. Es wird gezeigt, wie die dazu benötigten Momente geschätzt werden können.

## Summary

On the basis of statistical data at one's disposal relating to Fire business, it is possible to know the total loss and the sum insured for a certain number of years in advance. The statistical particulars are ordered in rubrics which are, as far as they are concerned, subdivided into different categories of the tariff.

In order to establish the requisite amount in 1,000 francs needed for the coverage of the burden of losses of a tariff's category, one starts estimating the future presumed value of the rare of damages per tariff's category by means of the credibility method. This value is found to be a weighted average of the rubric's experience, on one hand, and the individual categories' experience on the other. A coefficient of fluctuation must be added to these values. This coefficient is obtained through the «Quantil disposition» by means of the NP approximation applied to the ratio of distribution of the yearly loss rate of all tariff's rubrics. It is also demonstrated how the moments can be estimated.

### Résumé

Sur la base de statistiques à disposition concernant les affaires Incendie industrielles, il est possible de connaître le sinistre total et les sommes d'assurance pour un certain nombre d'années. Les données statistiques sont ordonnées en rubriques qui, de leur côté, se subdivisent en positions du tarif.

Afin d'établir le montant nécessaire pour la satisfaction des sinistres d'une position du tarif et par 1000 francs de somme d'assurance, on commence par estimer la future valeur présumée du taux des sinistres par position du tarif au moyen de la méthode dite de «credibility». Cette valeur apparaît comme une moyenne pondérée entre la statistique des rubriques et celle des positions du tarif prises individuellement.

Un coefficient de fluctuation vient s'ajouter à ces valeurs. Le coefficient s'obtient par «disposition Quantil» grâce à la méthode de l'approximation NP appliquée à la fonction de répartition du taux de sinistres annuel de toutes les rubriques du tarif. On procède à la démonstration de la manière dont les moments peuvent être estimés.

### Riassunto

Basandosi su una statistica concernente l'assicurazione incendi industriali, si conoscono il danno totale e gli importi assicurativi per un certo numero d'anni. I dati statistici sono divisi in gruppi di tariffe, i quali sono a loro volta suddivisi in diverse posizioni.

Per calcolare il fabbisogno di una posizione di tariffa per ogni 1000 franchi assicurati, si stima dapprima la speranza matematica del tasso di sinistro di tutte le posizioni di un gruppo di tariffa con il metodo detto di «credibility». Si trova che questo valore è la media ponderata dell'esperienza di gruppo e dell'esperienza individuale. A questi valori si aggiunge un supplemento di fluttuazione che si ottiene determinando i quantili con il metodo di approssimazione NP, applicato alla funzione di ripartizione del tasso di tutti i gruppi riuniti. Infine si indica come si possono ottenere i momenti necessari per questo metodo.

