

Der Einfluss des vorzeitigen Abganges auf die Überschussbildung

Autor(en): **Stauber, Kurt**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer
Versicherungsmathematiker = Bulletin / Association des Actuaire
Suisses = Bulletin / Association of Swiss Actuaries**

Band (Jahr): **72 (1972)**

PDF erstellt am: **27.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-967081>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Der Einfluss des vorzeitigen Abganges auf die Überschussbildung

Von Kurt Stauber, Zürich

Der Preis für eine Lebensversicherung von vorgegebener Form und Grösse wird durch die Prämie und die im Verlauf der Versicherungsdauer zur Ausrichtung gelangenden Gewinnanteile bestimmt. In der Berechnung der Tarifprämie wird der Storno üblicherweise nicht berücksichtigt. Dagegen stellt sich bei der Festsetzung der Gewinnanteile die Frage, inwieweit der vorzeitige Abgang auf die Gewinnerwartung einwirkt. Die rechnerische Durchführung unter Berücksichtigung der Stornierung ist recht umständlich, besonders wenn die Berechnungen mit veränderten Grundlagen mehrfach durchgeführt werden müssen. Ausserdem fehlt es oft an zuverlässigen Unterlagen über die Stornierungswahrscheinlichkeiten, zumal diese je nach Versicherungsbestand und den allgemeinen wirtschaftlichen Verhältnissen empfindlich schwanken können. Für die Gewinnermittlung wird deshalb in der Praxis auf den Einbezug des Stornos häufig verzichtet.

Die vorliegende Untersuchung bezweckt, den Einfluss der Stornierung auf mechanische Gewinnsysteme am Beispiel der gemischten Versicherung systematisch zu analysieren. Die rechnerischen Schwierigkeiten können durch den Einsatz eines Computers überwunden werden, während der Unsicherheit bei der Wahl der Stornierungsgrundlagen durch geeignete Variation innerhalb eines zweckmässig gewählten Bereiches begegnet werden soll. Die Berechnungen werden für die beiden häufig vorkommenden Gewinnpläne des Bonussystems und der gleichbleibenden Dividende durchgeführt.

Untersuchungsmethode

Die Gewinnerwartung wird nach der Kontributionsformel berechnet, wobei der wirkliche Ablauf der Ereignisse durch ein mathemati-

sches Modell nach Grundlagen 2. Ordnung dargestellt sei. Im Sinne unserer Zielsetzung wird dabei die Stornierungswahrscheinlichkeit als Funktion der verflossenen Versicherungsdauer t und des Parameters λ aufgefasst und in der Form $\lambda \cdot s(t)$ geschrieben. Als Grenzfall kann durch Nullsetzen des Parameters λ das vereinfachte Rechnungsmodell unter Wegfall des Stornos erzeugt werden.

Die Dekremententafel wird mit Hilfe der Beziehung

$$D'_{x+t+1} = D'_{x+t} \cdot (1 - q'_{x+t} - \lambda \cdot s(t)) \cdot v$$

aufgestellt, wobei q'_{x+t} und $\lambda \cdot s(t)$ als abhängige Ausscheidewahrscheinlichkeiten 2. Ordnung aufgefasst werden (siehe z. B. E. Zwinggi, Versicherungsmathematik, Basel 1945, S. 122); t durchläuft alle ganzzahligen Werte von Null bis zum Ablauf der Versicherungsdauer.

Der Barwert des Kontributionsgewinnes sei in Abhängigkeit vom Stornierungsgrad einfachheitshalber mit $G(\lambda)$ bezeichnet, obwohl er und die in den nachfolgenden Formeln (2) und (3) auftretenden Größen auch Funktionen des Eintrittsalters und der Vertragsdauer sind.

Wir setzen

$$G(\lambda) = \ddot{a}'_{x\overline{n}|} \cdot \pi_{x\overline{n}|} \cdot (1 - \beta') - \alpha' - \ddot{a}'_{x\overline{n}|} \cdot \gamma' - R - T - E. \quad (1)$$

Der Rentenbarwert $\ddot{a}'_{x\overline{n}|}$ wird nach der Dekremententafel ermittelt; $\pi_{x\overline{n}|}$ ist die vertragliche Prämie, α' , β' und γ' sind die effektiven Kostensätze, und R , T und E bedeuten die Barwerte der nach Grundlagen 2. Ordnung zu erwartenden Zahlungsverpflichtungen des Versicherers für Rückkäufe, Todesfälle und Abläufe. Diese werden wie folgt berechnet:

$$R = \frac{1}{D'_x} \cdot \sum_{t=0}^{n-1} D'_{x+t} \cdot \lambda \cdot s(t) \cdot R(t+1) \cdot v.$$

Der Rückkaufswert $R(t)$ wird gewährt, sobald ein Zehntel der Versicherungsdauer abgelaufen ist, spätestens aber nach drei Versicherungsjahren. Also ist

$$R(t) = 0 \quad \text{für} \quad t < \frac{n}{10} \leq 3 \quad \text{und}$$

$$R(t) = {}_tV_{x\overline{n}|} \cdot 1,04 - 0,04 \geq \frac{2}{3} \cdot {}_tV_{x\overline{n}|} \quad \text{für} \quad t \geq \frac{n}{10} \quad \text{oder} \quad t \geq 3.$$

${}_tV_{x:\overline{n}|}$ ist das nach Grundlagen 1. Ordnung gerechnete Nettodeckungskapital der gemischten Versicherung.

$$T = \frac{1}{D'_x} \cdot \sum_{t=0}^{n-1} D'_{x+t} \cdot q'_{x+t} \cdot v$$

$$E = \frac{D'_{x+n}}{D'_x}.$$

Bonus und Dividende werden als Funktionen des Stornierungsgrades ebenfalls vereinfacht mit $B(\lambda)$ und $D(\lambda)$ bezeichnet. Sie entstehen durch Umlage des Kontributionsgewinns in die jeweilige Form der Gewinnbeteiligung nach den Formeln

$$B(\lambda) = \frac{G(\lambda)}{F_1(\lambda)} \quad (2)$$

und

$$D(\lambda) = \frac{G(\lambda)}{F_2(\lambda)}. \quad (3)$$

Die Divisoren stellen die Barwerte der Gewinnanteile in Höhe der Einheit dar. Unter der Annahme, dass die Gewinnzuweisungen nach zwei Versicherungsjahren einsetzen und mit dem letzten Bonus bei Vertragsablauf bzw. der letzten Dividende ein Jahr vor Vertragsablauf enden, gelten in (2) und (3) folgende Beziehungen:

$$F_1(\lambda) = \frac{1}{D'_x} \cdot \sum_{t=2}^n D'_{x+t} \cdot A'_{x+t:\overline{n-t}|}$$

und

$$F_2(\lambda) = \frac{1}{D'_x} \cdot \sum_{t=2}^{n-1} D'_{x+t}.$$

Der Barwert $A'_{x+t:\overline{n-t}|}$ des Bonus «1» wird nach Grundlagen 2. Ordnung berechnet, jedoch ohne Berücksichtigung des Stornos, weil er bei vorzeitiger Vertragsauflösung als Abfindungswert ausbezahlt wird.

Verwendete Rechnungsgrundlagen

Zunächst ist die Tarifprämie der gemischten Versicherung festzulegen. Als solche gilt die nach den heute in der Schweiz üblichen Normen berechnete Prämie nach folgenden *Grundlagen 1. Ordnung*:

Sterbetafel GKM 70 der Kollektivversicherung

Technischer Zinsfuss $3\frac{1}{4}\%$

Kostenzuschläge in ‰ der Versicherungssumme bzw. in % der Tarifprämie:

$$\alpha = 50\text{‰}, \quad \beta = 3\%, \quad \gamma = 4\text{‰}.$$

Von der so ermittelten Tarifprämie wird ein Summenrabatt von $0,5\text{‰}$ der Versicherungssumme abgezogen.

Als *Grundlagen 2. Ordnung* dienen:

Sterbewahrscheinlichkeit $q'_x = 0,75 \cdot q_x$ GKM 70

Zinsfuss 5%

Kosten $\alpha' = 55\text{‰}, \quad \beta' = 2,75\%, \quad \gamma' = 2,5\text{‰}$

Als Stornotafel dient eine Konstruktion, die sich auf Angaben in den Berichten des Eidgenössischen Versicherungsamtes stützt. Für gemischte Versicherungen werden dort beispielsweise folgende Erfahrungswerte, bezogen auf den Versicherungsbestand und im Durchschnitt aller beaufsichtigten Lebensversicherungsgesellschaften, mitgeteilt:

Berichtsjahr	1966	1967	1968
Verzichte	0,81%	0,86%	0,88%
Rückkäufe und Umwandlungen	1,45%	1,53%	1,63%
Vorzeitiger Abgang total	2,26%	2,39%	2,51%

In den neueren Berichten des Versicherungsamtes werden keine Zahlen über die Abgangsursachen aufgeführt, mit dem Hinweis, dass gegenüber den Vorjahren nur unwesentliche Abweichungen festzustellen seien.

Gestützt auf die vorliegenden Werte lässt sich unter Annahme eines fiktiven Bestandes folgendes Beispiel von Stornierungswahrscheinlichkeiten $s(t)$ im $(t + 1)$. Versicherungsjahr ableiten.

$$\begin{aligned} s(0) &= 0,05, & s(1) &= 0,045, & s(2) &= 0,04, & s(3) &= 0,03, \\ s(4) &= 0,02, & s(5) &= 0,015 & \text{und} & & s(t \geq 6) &= 0,01. \end{aligned}$$

Die resultierende Ausscheideordnung ergibt im Durchschnitt etwa die vorstehend genannten Anteile der vorzeitigen Vertragsauflösung. Sie deckt sich ferner annähernd mit dem bei Zwinggi (ebenfalls auf S.122) wiedergegebenen Beispiel einer Stornierungstafel.

Dem Parameter λ schliesslich seien die Werte $0, \frac{1}{2}, 1, 1\frac{1}{2}$ und 2 zugeordnet. Der Stornobereich umfasst damit neben den als Ausgangspunkt dienenden ursprünglichen Ausscheidewahrscheinlichkeiten $s(t)$ auch deren Halbierung und Verdoppelung sowie den Spezialfall mit Storno Null.

Numerische Auswertung

Die Berechnungen werden für ein Netz mit den Eintrittsaltern von 20 bis 60 und Versicherungsdauern von 10 bis 50 Jahren, in Abständen von je 10 Jahren und bis zum maximalen Endalter von 70 Jahren durchgeführt. Die Ergebnisse sind in drei *Tabellen* im Anhang zusammengestellt.

Es zeigt sich, dass im gewählten Modell der Storno die Überschüsse in monoton abnehmendem Sinn beeinflusst. Für kurze Vertragsdauern kann sich indessen der Stornoeffekt umkehren, wenn die Rückerstattungswerte z. B. erst nach einer Laufzeit von drei Jahren an gewährt werden; in solchen Fällen vermögen die Stornogewinne der ersten Jahre mit zunehmendem Stornierungsgrad eine Steigerung der Gewinnsätze herbeizuführen.

Aus der Gegenüberstellung der Werte in Tabelle 1 und derjenigen der Tabellen 2 und 3 lässt sich die für die Praxis wertvolle Eigenschaft des Bonus und der gleichbleibenden Dividende ersehen, auf Stornoeinflüsse weit weniger empfindlich zu reagieren als der Barwert des Kon-

tributionsgewinns. Dies rechtfertigt, in der Gewinnrechnung unter Umständen den Storno wegzulassen.

Schliesslich sei auf das Verhalten der beiden Gewinnfunktionen gemäss (1) und (2) – die Dividende nach Formel (3) wird hier zur Vereinfachung weggelassen – *in Abhängigkeit von der Vertragsdauer* hingewiesen. Zu diesem Zweck wird die Schreibweise durch Hinzufügen der Variablen n erweitert, der Kontributionsgewinn also mit $G(\lambda, n)$ und der Bonus mit $B(\lambda, n)$ bezeichnet.

In der *Abbildung* sind diese Funktionen je für das Eintrittsalter 30 und die Stornierungsgrade $\lambda = 0$ und $\lambda = 2$ dargestellt. In beiden Varianten bildet $G(\lambda, n)$ eine gekrümmte Kurve mit einem zunehmenden und einem abnehmenden Ast. Demgegenüber zeigt der Bonus einen annähernd waagrechten, von n nicht wesentlich abhängigen Verlauf. Wegen der Beziehung (2) folgt zwangsläufig, dass die Funktion $F_1(\lambda, n)$ (im Anhang nicht tabelliert, jedoch in der *Abbildung* gestrichelt eingezeichnet) ein ähnliches Bild wie $G(\lambda, n)$ ergibt.

Auf analytischem Weg lässt sich der Verlauf der Funktion $F_1(\lambda, n)$ in einfacher Weise verfolgen und insbesondere die Stelle \bar{n} ermitteln, an der sie den maximalen Wert erreicht.

In kontinuierlicher Darstellung ist

$$\bar{F}_1(\lambda, n) = \frac{1}{D_x'} \cdot \int_a^n \bar{D}_{x+t}' \cdot \bar{A}_{x+t|n-t}' \cdot dt,$$

wobei $\bar{F}_1(\lambda, n)$ anstelle des Ausdruckes $F_1(\lambda, n)$ steht und a den Beginn der kontinuierlichen Bonuszuweisungen angibt.

Durch Differentiation nach n und Aufsuchen der Nullstelle erhält man

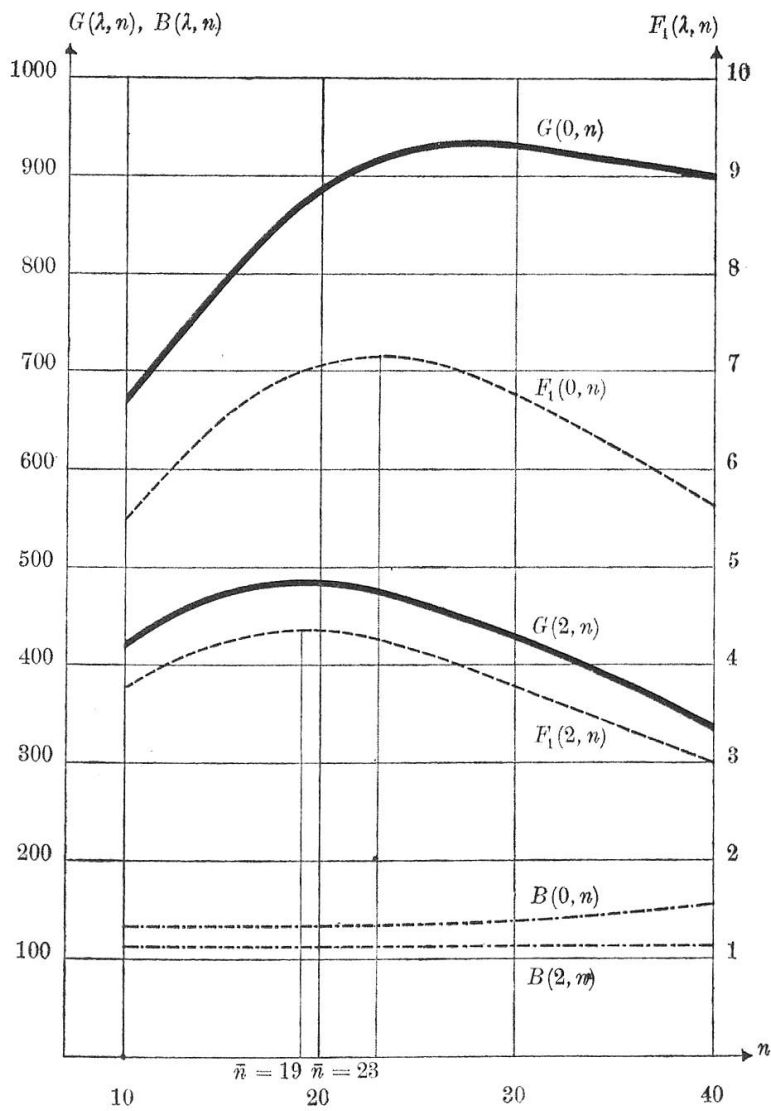
$$\bar{n} \leq \frac{1}{d} + a,$$

wobei das Gleichheitszeichen bei $\lambda = 0$ gilt. Der Ausdruck ist ausser von d und a nur noch von λ abhängig, nicht aber vom Eintrittsalter und der Sterbetafel.

In unserem Fall ist $d = 0,04762$ und $a = 2$, woraus allgemein $\bar{n} \leq 23$ folgt. Die Funktion $F_1(\lambda, n)$ besitzt demnach für $\lambda = 0$ bei $\bar{n} = 23$ und, wie mit Hilfe der Trapezregel berechnet werden kann, für

$\lambda = 2$ bei $\bar{n} = 19$ Maxima. Praktisch gleiche Verhältnisse lassen sich für die diskontinuierlichen Funktionen $F_1(\lambda, n)$ und $G(\lambda, n)$ anhand der Abbildung empirisch feststellen.

Es bleibt noch zu bemerken, dass auch $G(\lambda, n)$ analog wie $F_1(\lambda, n)$ in kontinuierliche Gestalt gebracht werden kann, doch wird die Ableitung nach n durch den Umstand erschwert, dass in der Formel (1) nebeneinander Grundlagen 1. und 2. Ordnung vorkommen.



Schlussfolgerungen

Die im Anhang mitgeteilten Werte der Gewinnerwartung stehen in enger Beziehung zum verwendeten Rechnungsmodell. Sie können für praktische Zwecke nicht unbesehen übernommen werden, da hinsichtlich der Rechnungsgrundlagen 2. Ordnung unter Umständen stark abweichende Verhältnisse gelten. Ferner ist im Einzelfall der Einfluss weiterer Faktoren zu berücksichtigen, insbesondere derjenige der Rückversicherung.

Von diesen Vorbehalten abgesehen, lassen sich aus den gewonnenen Ergebnissen folgende Schlüsse ziehen:

- Der Storno übt unter wirklichkeitsnahen Voraussetzungen einen spürbaren Einfluss auf die Überschussbildung aus. Die Gewinnaussichten werden etwas zu optimistisch eingeschätzt, wenn in der Kontributionsformel der vorzeitige Abgang vernachlässigt wird.
- Bonus und gleichbleibende Dividende zeigen bei Stornoänderungen quantitativ ähnliches Verhalten.
- Von der Annahme ausgehend, dass Versicherungspolicen mit kurzer Vertragsdauer seltener storniert werden als langfristige Verträge¹⁾, sind die für die Praxis relevanten Tabellenwerte in der Diagonale von links oben nach rechts unten (bis etwa $\lambda = 1$ oder $\lambda = 1\frac{1}{2}$) zu suchen.

¹⁾ Es werden auch gegenteilige Auffassungen vertreten, so z.B. in der Dissertation von *Jacques Röthlisberger*: Ein Verfahren zur näherungsweise Ermittlung des Einflusses der vorzeitigen Vertragsauflösungen auf die Tarifprämien und Gewinnanteile in der Lebensversicherung, Verlag Keller, Winterthur 1960, S.9 und 10.

Tab. 1: Barwert des Kontributionsgewinnes (Versicherungssumme 10000)

n	x	Vertrag- liche Prämie	$G(\lambda)$ gemäss Formel (1)				
			$\lambda = 0$	$\lambda = \frac{1}{2}$	$\lambda = 1$	$\lambda = 1\frac{1}{2}$	$\lambda = 2$
10	20	963	655,9	587,3	522,9	464,2	409,5
	30	965	661,7	592,2	527,8	468,5	413,9
	40	975	678,4	607,7	543,1	483,0	426,8
	50	1004	716,3	644,5	577,9	516,1	459,1
	60	1081	820,7	744,8	673,9	607,9	546,2
20	20	441	872,3	752,1	645,2	549,3	464,9
	30	446	889,6	768,1	659,7	563,2	477,4
	40	463	915,7	793,0	683,3	585,3	498,6
	50	512	1005,6	877,9	763,3	661,0	569,7
30	20	275	899,3	747,1	615,4	501,2	402,2
	30	284	921,6	768,1	635,1	519,7	419,8
	40	313	986,3	829,5	693,3	574,9	472,1
40	20	199	836,2	665,0	520,3	397,4	292,9
	30	216	899,4	723,4	574,1	447,1	339,3
50	20	162	771,8	592,7	443,8	319,8	215,9

Tabelle 2: Bonus (Versicherungssumme 10000)

n	x	Vertrag- liche Prämie	$B(\lambda)$ gemäss Formel (2)				
			$\lambda = 0$	$\lambda = \frac{1}{2}$	$\lambda = 1$	$\lambda = 1\frac{1}{2}$	$\lambda = 2$
10	20	963	119,4	117,4	115,0	112,4	109,4
	30	965	120,6	118,5	116,2	113,6	110,7
	40	975	124,6	122,6	120,5	118,1	115,1
	50	1004	134,6	133,1	131,2	129,1	126,7
	60	1081	163,6	163,1	162,3	161,3	159,9
20	20	441	122,8	119,6	116,1	111,9	107,3
	30	446	125,7	122,6	119,1	115,1	110,5
	40	463	131,4	128,5	125,1	121,2	116,9
	50	512	150,5	148,1	145,3	142,1	138,4
30	20	275	135,0	129,9	124,0	116,9	108,7
	30	284	138,7	133,8	127,9	121,2	133,3
	40	313	150,3	145,8	140,5	134,4	127,3
40	20	199	150,0	141,3	130,7	118,0	102,7
	30	216	158,8	150,6	140,8	129,0	115,1
50	20	162	170,2	157,6	141,8	122,5	98,9

Tabella 3: Gleichbleibende Dividende (Versicherungssumme 10000)

n	x	Vertrag- liche Prämie	$D(\lambda)$ gemäss Formel (3)				
			$\lambda = 0$	$\lambda = \frac{1}{2}$	$\lambda = 1$	$\lambda = 1\frac{1}{2}$	$\lambda = 2$
10	20	963	107,1	104,8	102,0	99,2	96,0
	30	965	108,2	105,8	103,1	100,2	97,1
	40	975	111,7	109,3	106,8	104,1	100,9
	50	1004	120,5	118,4	116,2	113,6	110,9
	60	1081	145,8	144,6	143,2	141,5	139,5
20	20	441	79,1	76,3	73,2	69,8	66,3
	30	446	81,1	78,2	75,2	71,9	68,3
	40	463	85,0	82,3	79,3	76,1	72,6
	50	512	98,3	95,9	93,2	90,3	87,1
30	20	275	64,3	60,7	56,9	52,7	48,1
	30	284	66,7	63,1	59,3	55,2	50,6
	40	313	74,1	70,7	67,0	63,1	58,8
40	20	199	53,2	48,7	43,8	38,4	32,5
	30	216	58,5	54,1	49,3	44,0	38,3
50	20	162	46,4	41,3	35,8	29,8	23,2

Zusammenfassung

Unter Berücksichtigung des vorzeitigen Abganges wird der Kontributionsgewinn der gemischten Versicherung ermittelt und in Form des Bonus oder der gleichbleibenden Dividende verteilt. Die numerischen Werte sind für eine Reihe von Kombinationen in Tabellenform angegeben, wobei der Stornierungsgrad systematisch verändert wurde.

Summary

Considering the abnormal exit, the present value of profits will be established in the case of the endowment assurance and divided in form of a bonus or an invariable dividend. For a multitude of combinations, the numerical values are indicated by altering systematically the rate of the abnormal exit.

Résumé

La valeur actuelle du bénéfice de l'assurance mixte est déterminée en tenant compte des sorties anormales. Le bénéfice est réparti sous forme de bonus ou de dividende constant. Les calculs ont été effectués pour une série de combinaisons en modifiant systématiquement le taux des sorties anormales. Les résultats sont indiqués dans les tableaux annexés.

Riassunto

Il valore attuale di beneficio dell'assicurazione mista è determinato tenuto conto dell'eliminazione anormale e ripartito sotto forma di bonus o di un dividendo costante. I valori numerici sono indicati per una serie di combinazioni in forma di tabella, mentre il grado di storno viene sistematicamente modificato.

