Zeitschrift: Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker = Bulletin / Association des Actuaires Suisses = Bulletin / Association of Swiss Actuaries

Herausgeber: Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker

Band: 67 (1967)

Artikel: Antrittsvorlesung gehalten an der ETH am 27. Mai 1967 : kollektive Risikotheorien

Autor: Bühlmann, Hans

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-966944

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 16.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

B
Wissenschaftliche Mitteilungen

Antrittsvorlesung gehalten an der ETH am 27. Mai 1967

Kollektive Risikotheorien

Von Hans Bühlmann, Zürich

Meinem lieben Lehrer, Herrn Prof. Dr. W. Saxer,
zum 70. Geburtstag gewidmet

Zusammenfassung

Der Risiko*prozess* wird in der allgemeinen Sprache der stochastischen Prozesse definiert und sein Wahrscheinlichkeitsgesetz aus allgemeinen Erkenntnissen in der Theorie der stochastischen Prozesse hergeleitet. Dabei lassen sich die hauptsächlichsten in der versicherungsmathematischen Literatur bekannten Verallgemeinerungen des kollektiven Modells von Lundberg recht übersichtlich einordnen.

Von Risiko*theorien* (im Plural) ist deshalb die Rede, weil *verschiedene Kriterien* in der Literatur vorgeschlagen werden, um *Entscheide* (z.B. Zuschlagsbestimmung, Reservefestsetzung, Selbstbehaltsbemessung) am Risikoprozess zu treffen: das Prinzip der Ruinwahrscheinlichkeit (Lundberg), das Prinzip des maximalen Gewinnes unter Einhaltung einer vorgegebenen Ruinwahrscheinlichkeit (de Finetti), das Prinzip des maximalen erwarteten Nutzens (von Neumann-Morgenstern). Aus dem letztgenannten Prinzip ergibt sich eine mehr ökonomisch orientierte Theorie. Ansätze für eine Entwicklung in dieser Richtung sind gegenwärtig vorhanden.

1. Historische Einleitung

Im Jahre 1909 hat Filip Lundberg [1] eine Arbeit am Internationalen Kongress der Versicherungsmathematiker in Wien vorgetragen, in der das Risikogeschehen in einem Versicherungsportefeuille als ein Zufallsspiel zwischen Versicherungsgesellschaft einerseits und der Gesamtheit der Versicherungsnehmer andererseits interpretiert wird. Diese Betrachtungsweise, welche Lundberg erstmals in seiner Dissertation [2] (Graduavhandlingen) im Jahre 1903 verwendet, ist in die versicherungsmathematische Literatur unter dem Attribut «kollektiv» eingegangen. Kollektiv deshalb, weil nur das Kollektiv der Versicherten als Ganzes darin vorkommt. Dies im Gegensatz zur «individuellen» Betrachtungsweise, welche sich primär für das Einzelrisiko interessiert.

Lundbergs Arbeit ist richtunggebend und nicht immer von der mathematischen Strenge, die man erwarten möchte. Es hat anschliessend eines Harald Cramér [3,4] und seiner Schüler bedurft, um die Ideen auf ein solides mathematisches Fundament zu bauen. Der Grund für diese Schwächen der Originalarbeit Lundbergs ist aber vor allem darin zu suchen, dass er der Entwicklung in der Wahrscheinlichkeitsrechnung um 30 Jahre voraus war. Er untersuchte, um in der Sprache der modernen Wahrscheinlichkeitsrechnung zu sprechen, stochastische Prozesse mit unabhängigen Zuwächsen und mit Treppenstichprobenfunktionen, ohne eben die Theorie der stochastischen Prozesse zur Verfügung zu haben. Er ist in diesem Sinne dem Franzosen Bachelier [5] an die Seite zu stellen, der analoge - um 30 Jahre der strengen Theorie vorauseilende — Versuche der Mathematisierung für die Brown'sche Bewegung unternommen hat.

Wie sieht nun aber die Beschreibung des Risikogeschehens mit den modernen Mitteln der Theorie der stochastischen Prozesse aus?

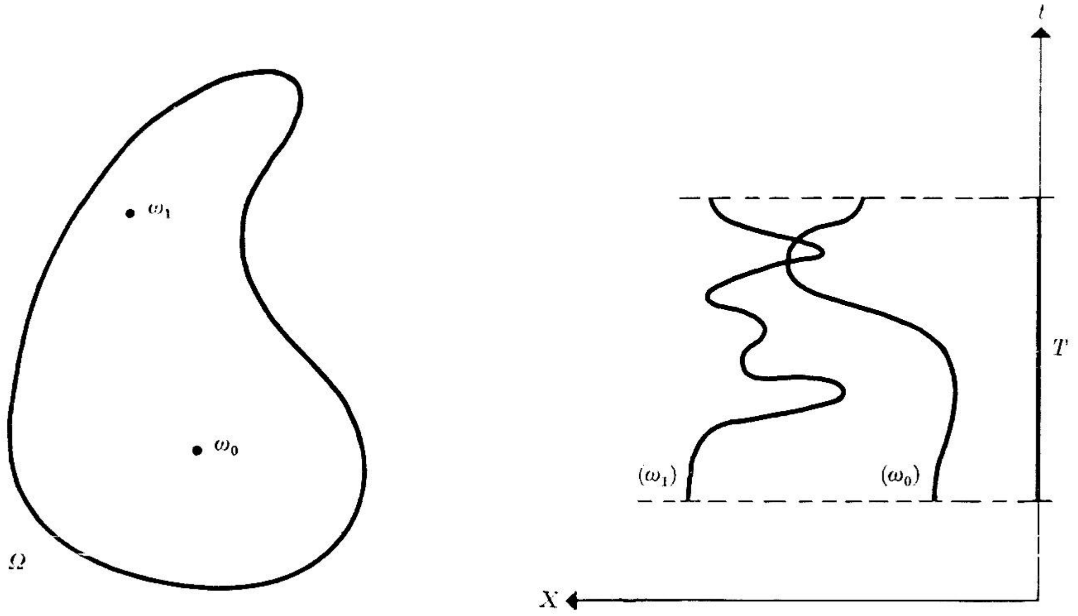
2. Beschreibung des Risikoprozesses

2.1. Begriffe aus der Theorie der stochastischen Prozesse

a) *Ein stochastischer Prozess* ist eine reelle Funktion X von zwei Variablen (ω, t) : $(\omega, t) \xrightarrow{X} X(\omega, t)$;
t bedeute dabei die Zeit, welche einem bestimmten Zeitintervall T entnommen ist, ω stelle einen Punkt in einem Wahrscheinlichkeitsraum Ω dar, X sei messbar im Paar (ω, t).

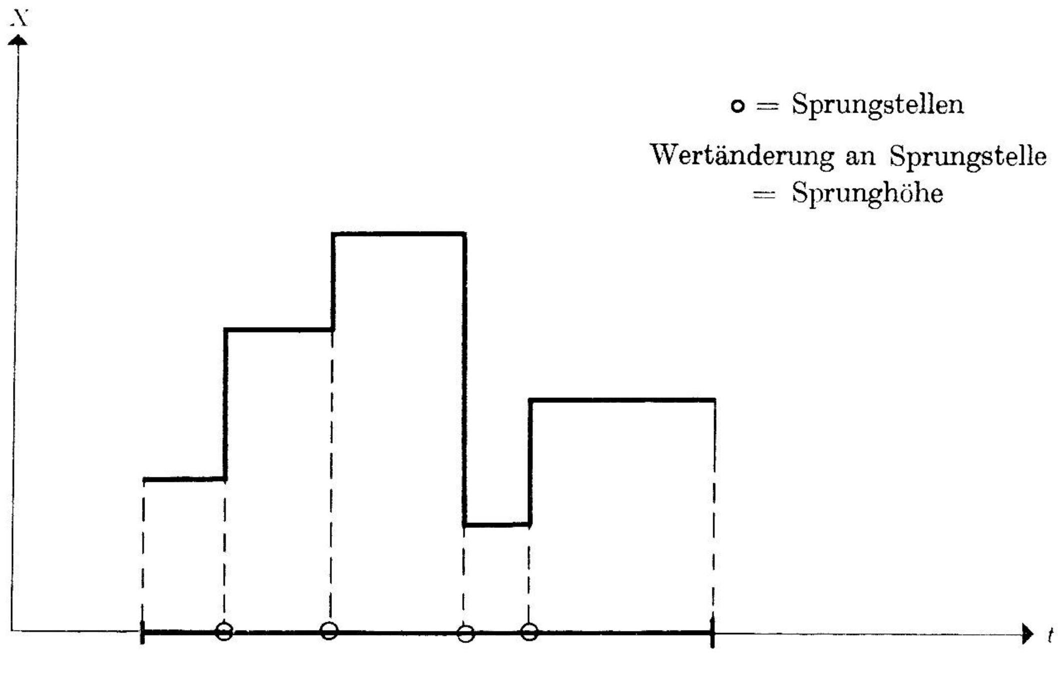
Intuitiv stellen wir uns den Prozess vielleicht so vor, dass der Zufall einen Punkt (z. B. ω_0) im Wahrscheinlichkeitsraum Ω wählt. Dann liefert uns der stochastische Prozess zu jeder Zeit t_0 eine reelle Zahl $X(\omega_0, t_0)$.

b) Wir erhalten somit für festes ω_0 und variables t eine *reelle Funktion* in t. Diese nennen wir *Stichprobenfunktion.* Eine Skizze mag diesen Sachverhalt veranschaulichen:



Zu jeder Zahl ω_i gehört eine Funktion über $T : X(\omega_i, t)$ [in der Zeichnung mit (ω_i) beschriftet]. Das ist die Stichprobenfunktion, falls der Zufall den Punkt ω_i im Wahrscheinlichkeitsraum wählt.

Eine *Treppenstichprobenfunktion* über T besteht nur aus parallelen Streckenzügen zur Achse $X = O$ und verändert somit ihre Werte nur an den Sprungstellen.



c) Wir sind zu den Stichprobenfunktionen des Prozesses X [= Funktion X der zwei Variablen (ω, t)] gelangt, indem wir die Variable ω

konstant (z.B. $= \omega_0$) gehalten haben. Fixieren wir hingegen die Zeit ($= t_0$), so erhalten wir die in ω (dem Zufallsargument) messbare Funktion $X(t_0, \omega)$. Das ist die *Zufallsvariable zur Zeit* t_0, symbolisch mit X_{t_0} bezeichnet. Die Differenz $X_{t_1} - X_{t_0}$ heisst dann *Zuwachs* des Prozesses im Zeitintervall $(t_0, t_1]$. Wir sagen von einem Prozess, dass er *unabhängige Zuwächse* habe, falls die Zuwächse *für nichtüberlappende Zeitintervalle* unabhängige Zufallsvariablen darstellen.

2.2. Der Risikoprozess

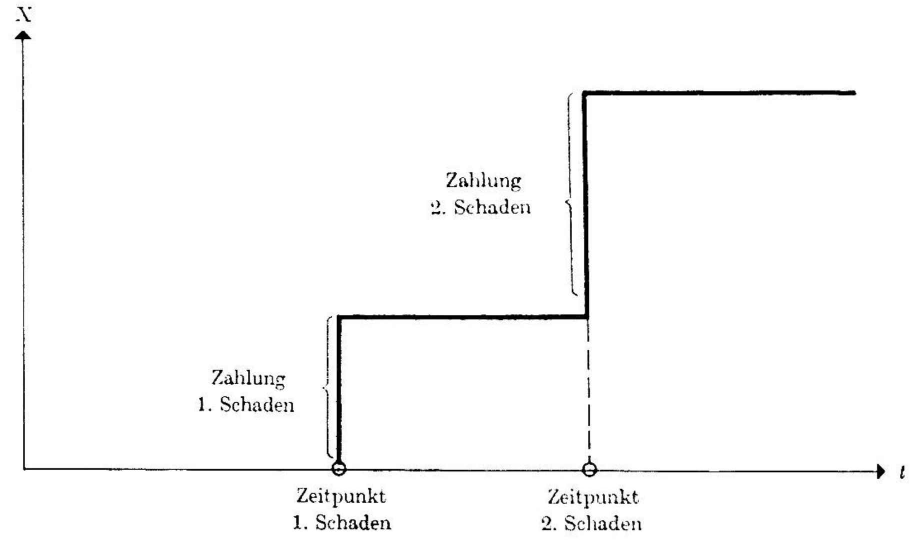
Harald Cramér hat den das Risikogeschehen beschreibenden Prozess den *Risikoprozess* benannt. Dabei hat sich die Usanz gebildet, für diesen Prozess die Zeit in operationellen Einheiten zu messen. Man misst sie, um in der Sprache der Versicherung zu sprechen, in Prämienvolumeneinheiten, also nicht in Jahren, sondern beispielsweise in eingenommenen Millionen Franken. Dabei sei Prämie als reine Nettoprämie gleich den erwarteten Schäden zu verstehen.

$X(t, \omega)$ ist dann der *Risikoprozess* der
das *Total* der *Schäden*
zur *operationellen Zeit t*
bei *Wahl von* ω *im Wahrscheinlichkeitsraum* angibt.

Die klassischen Annahmen über diesen Prozess sind

a) *Er hat nur Treppenstichprobenfunktionen*

Das ist fast eine Selbstverständlichkeit, nämlich deshalb, weil sie besagt, dass ein Schaden ein plötzlich eintretendes Ereignis mit einer bestimmten sofort zu leistenden Zahlung darstellt.



b) Der Prozess hat unabhängige Zuwächse
Dies weil man annimmt, dass das Eintreffen und die Höhe eines Schadens auf das Eintreffen und die Höhe des nächsten Schadens keinen Einfluss hat. Diese Annahme wird oft mit der Kurzbezeichnung «Keine Ansteckung» charakterisiert.

c) Die Zuwächse sind homogen; d.h. die Verteilung der Zuwächse hängt nur von der Länge des Zuwachsintervalls, aber nicht von dessen Lage ab.
Das bedeutet, dass man annimmt, das Portefeuille ändere weder seine Zusammensetzung noch seine Schadenanfälligkeit. «Zeitunabhängigkeit des Risikos» würde hier die Kurzbeschreibung lauten.

Es ist nun höchst bemerkenswert, dass mit diesen Annahmen die Form der Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zuwächse festgelegt ist. Es muss sich um einen *verallgemeinerten Poisson-Prozess* handeln mit der Wahrscheinlichkeitsverteilung

$$P[X_t < x] = \sum_k e^{-vt} \frac{(vt)^k}{k!} F^{*k}(x)$$

wobei $\int x\, dF(x) = 1$

$X_0 \equiv 0$ angenommen sind.

Wegen der speziellen Wahl der operationellen Zeit t ist sogar $v = 1$, womit die Verteilungsfunktion $F(x)$, deren Faltungen im vorhergehenden Ausdruck auftreten, noch die einzige unbestimmte Grösse darstellt. Die anschauliche Bedeutung von $F(x)$ ist evident. Es ist die Verteilungsfunktion der Schadenhöhe.

2.3. *Verallgemeinerungen*

Durch Weglassung einer oder mehrerer der Bedingungen *a)* bis *c)* wird der Risikoprozess verallgemeinert. Bedingung *a)* ist dabei der Natur des Versicherungsgeschehens so sehr eigen, dass die Diskussion vernünftigerweise nur darum gehen kann, was geschehe, wenn *b)* und *c)* nicht mehr gelten. Ich möchte hier auf zwei mögliche Verallgemeinerungen eingehen, wie sie in der Literatur schon vorgezeichnet sind:

1. Der Fall der Austauschbarkeit. Eine mögliche Abschwächung der Bedingungen *b)* und *c)* besteht darin, dass die Unabhängigkeit und Homogenität der Zuwächse durch das schwächere Postulat der *Austauschbarkeit* ersetzt wird. Dieser Begriff geht auf Bruno de Finetti [6] zurück, welcher auch den fundamentalen Satz bewiesen hat, dass jede unendliche Folge von *austauschbaren* Zufallsvariablen eine Mischung von unendlichen Folgen von *unabhängigen* Zufallsvariablen darstellt. Für den Risikoprozess könnte die Hypothese der Austauschbarkeit so formuliert werden:

d) Für eine beliebige Anzahl von gleichlangen nicht überlappenden Zeitintervallen sind die in jedem davon zu leistenden Schadenzahlungen beliebig vertauschbar, ohne dass dadurch das Wahrscheinlichkeitsgesetz des Prozesses verändert wird.

Etwas konkreter könnte man auch sagen, dass eine Vertauschung der Schadenereignisse von gleich langen Rechnungsperioden das Gesetz des Prozesses nicht ändert. Lauten also beispielsweise die Schadentotale 5 000 Fr.
10 000 Fr.
2 000 Fr.
in drei bestimmten nicht überlappenden Rechnungsperioden gleicher Länge, so hätte mit gleicher Wahrscheinlichkeit auch jede Permutation der Schadentotale resultieren können.

Nach dem Satz von de Finetti findet man nun im Falle der Austauschbarkeit für die wahrscheinlichkeitstheoretische Beschreibung des Prozesses *gewichtete Verteilungsfunktionen* über dem bisherigen Typus. Also

$$P\left[X_t < x\right] = \int \left\{ \sum_k e^{-vt} \frac{(vt)^k}{k!} F^{*k}(x, v) \right\} dS(v)$$

Damit wird der austauschbare Risikoprozess automatisch einer weiteren Interpretation zugänglich, nämlich der, dass die *Inhomogenität* des Versicherungsportefeuilles für das «Nichtmehrgelten» der Hypothese der Unabhängigkeit der Zuwächse verantwortlich gemacht werden kann. Nachdem die Homogenität von Versicherungsportefeuilles ohnehin aus der Sicht der Praxis als Fiktion bezeichnet werden muss, kommt dieser Erkenntnis besondere Bedeutung zu. Die Gewichtsfunktion $S(v)$ wird aus dieser Sicht dann als *Strukturfunktion* des Portefeuilles gedeutet.

Erwähnt sei nur noch, dass in der versicherungsmathematischen Literatur üblicherweise die Abhängigkeit der Verteilungsfunktion $F(x,v)$ – der Schadenhöhe – vom Strukturparameter v fallen gelassen wird. Dann findet man durch Vertauschung von Summation und Integration

$$P[X_t < x] = \sum_k P(t,k)\, F^{*k}(x) \tag{I}$$

wobei
$$P(t,k) = \int e^{-vt} \frac{(vt)^k}{k!}\, dS(v)$$

II. Der Fall der zeitabhängigen Schadenhöhe (= Sprunghöhe der Stichprobenfunktion). Selbstverständlich hat auch die Hypothese der Austauschbarkeit noch recht speziellen Charakter. Sie schliesst in sich ja immer noch die Annahme der *Zeitunabhängigkeit der Zuwächse* ein. Will man hier auch allgemeinere Voraussetzungen gelten lassen, dann führt man für die Verteilung der *Sprunghöhen* des Prozesses noch eine *Zeitabhängigkeit* ein. $F(t, x)$ stellt dann die Verteilungsfunktion des Einzelschadens zur Zeit t dar. Nach einem Lemma, auf das Jan Jung [7] hingewiesen hat, kann man aber auch in diesem Falle durch Einführung einer Hilfsfunktion $G(t, x)$ mindestens auf die Form

$$P[X_t < x] = \sum_k P(t,k)\, G^{*k}(t,x) \tag{II}$$ gelangen,

dies selbstverständlich nur unter der Annahme der Strukturunabhängigkeit von $F(t, x)$ und damit $G(t, x)$.

Abschliessend zum Thema Verallgemeinerungen möchte ich festhalten, dass die Formen (I) und (II) in der versicherungsmathematischen Literatur oft als «allgemeinste Formen» des Gesetzes des Risikoprozesses angenommen werden.

3. Entscheidungen am Risikoprozess

Die Beschreibung des Risikoprozesses, wie wir sie verfolgt haben, ist in der Versicherungsmathematik ein wichtiges *Hilfsmittel*. Die Betonung muss aber trotz allem auf Hilfsmittel liegen, geschieht diese Beschreibung doch nicht um ihrer selbst willen, sondern steht im *Dienste der Entscheidungen*, welche der Versicherungsmathematiker zu treffen hat. Es sind dies die drei immer wiederkehrenden Problemkreise der

Prämienfestsetzung
Reservebildung
Selbstbehaltsfestlegung

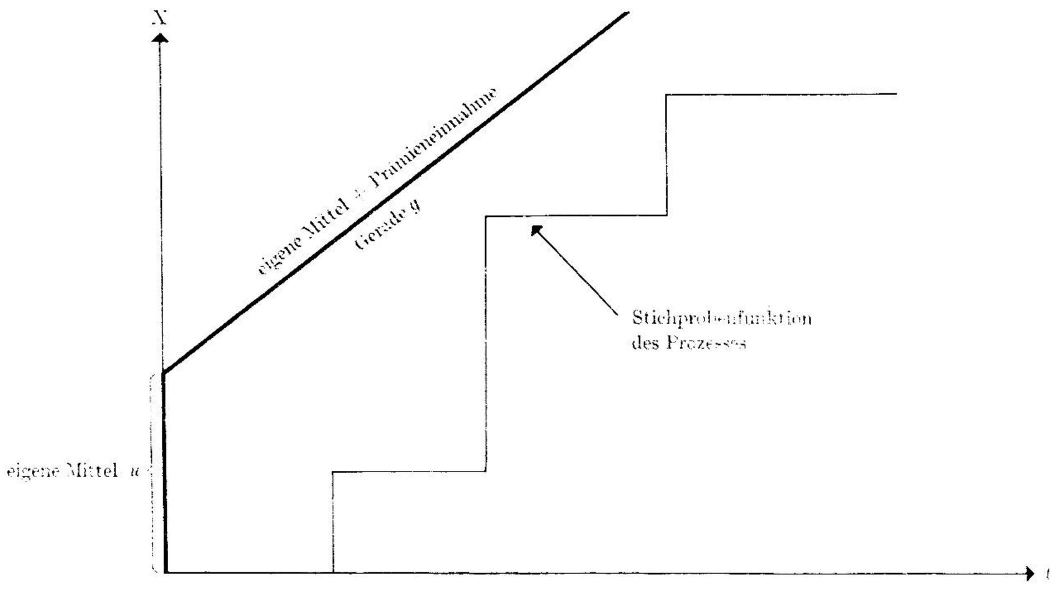
Wie entscheidet der Versicherungsmathematiker, wenn er mit diesen Problemen konfrontiert ist und wenn er – was wir einmal annehmen wollen — die Gesetze des Risikoprozesses kennt? Eine recht allgemeine Antwort auf diese Frage lautet, dass er sich auf Grund eines *Entscheidungskriteriums* entscheidet. In der Wahl dieses Entscheidungskriteriums sind aber recht betonte Divergenzen in der versicherungsmathematischen Literatur vertreten. Das ist der Grund, warum – in Abänderung der üblichen Terminologie – im Titel meiner heutigen Vorlesung von kollektiven Risikotheo*rien* im Plural die Rede ist. Vielleicht ist es nützlich, einmal die Hauptgedanken der *verschiedenen Entscheidungstheorien* in der Versicherungsmathematik festzuhalten.

3.1. Die schwedische Schule

Schon Filip Lundberg in seinen Originalarbeiten und mit ihm die ganze schwedische Schule Harald Cramérs stellt das *Prinzip der Ruinwahrscheinlichkeit* in den Vordergrund. Man könnte es so definieren:

R_1) *Alle Entscheidungen des Versicherungsmathematikers sind so zu treffen, dass höchstens mit vorgegebener Ruinwahrscheinlichkeit* p_0 *die Mittel der Gesellschaft aufgebraucht werden.*

In die Sprache des Risikoprozesses wird das Prinzip am einleuchtendsten durch die folgende Skizze übertragen:



R_2) *Die Gerade g soll von den Stichprobenfunktionen des Risikoprozesses höchstens mit Wahrscheinlichkeit* p_0 *durchquert werden.*

Das ist ein Problem aus der Theorie der Zufallswege (random walks). Es ist von den schwedischen Mathematikern sehr eingehend behandelt worden. Besonders schön und für die Praxis recht nützlich ist die Approximationsformel für die Ruinwahrscheinlichkeit

$$p_o(u) \approx e^{-Ru}$$

für eine geeignete Konstante R und «grosse» eigene Mittel u.

3.2. Die Schule de Finettis

Bruno de Finetti [8] hat im Jahre 1940 in einer grundlegenden Arbeit eine Verfeinerung des Prinzips der Ruinwahrscheinlichkeit verwendet

F) *Die Entscheidungen des Versicherungsmathematikers sind so zu treffen, dass*

a) höchstens mit vorgegebener Ruinwahrscheinlichkeit p_0 die Mittel der Gesellschaft aufgebraucht werden;

b) unter Einhaltung der Bedingung a) der Erwartungswert des Gewinnes der Gesellschaft möglichst gross gemacht wird.

Dieses Prinzip ist zwar – wie mir scheint – für die Prämienberechnung und die Reservebemessung weniger verwendbar, leistet aber dafür bei der Selbstbehaltsbestimmung gute Dienste. Obwohl in der hier verwendeten Form nur unwesentlich vom Entscheidungsprinzip Lundbergs verschieden formuliert, enthält es doch eine ganz wesentlich neue Konzeption. Es ist der ökonomische Grundgedanke der Maximierung einer Zielfunktion unter Nebenbedingungen, welcher hier zum Durchbruch kommt.

Auch beim Prinzip de Finettis ist eine Übertragung in die mathematische Sprache des Risikoprozesses leicht durchführbar. Ich verzichte hier auf diesen Schritt und möchte dafür noch einen wichtigen Gedankengang anschneiden. Entscheidend ist beim Unterschied des Prinzips von de Finetti zu dem Lundbergs nämlich vor allem noch, dass t nun nicht mehr für die reine Nettoprämie allein steht, sondern auch die *nicht kostenbedingten Zuschläge* umfasst. Die Tatsache, dass diese Zuschläge den Risiken des betrachteten Portefeuilles oft ungleich zugeordnet sind, bewirkt dann eigentlich erst den *praktischen* Unterschied zwischen dem Prinzip de Finettis und demjenigen Lundbergs. Somit wird auch hier – in der vermehrten Hervorhebung der Zuschläge – ein Schritt in Richtung einer mehr ökonomisch konzipierten Entscheidungstheorie getan.

3.3. Das Entscheidungsprinzip von Neumann-Morgensterns

In ihrem berühmten Buch über Spiele und ökonomisches Verhalten [9] zeigen von Neumann-Morgenstern, dass aus sehr plausiblen Axiomen eine Präferenzordnung zwischen Risikosituationen folgt, welche durch die Grösser-Relation eines linearen Funktionals reproduziert werden kann. Der Begriff «Risikosituation» ist dabei so allgemein gefasst, dass er den von uns hier untersuchten Risikoprozess enthält.

Wenn wir uns einmal auf den zeitunabhängigen Risikoprozess bebeschränken, dessen Gesetz, wie wir gesehen haben, durch die verallgemeinerte gewichtete Poissonformel beschrieben wird,

$$P[X_t < x] = \int \Big\{ \sum_k e^{-vt} \frac{(vt)^k}{k!} F^{*k}(x) \Big\} dS(v),$$

so liefert der von Neumann-Morgenstern'sche Gedankengang:

Sei $[S(v), F(x)]$	das Symbol für den Prozess mit dem eben beschriebenen Wahrscheinlichkeitsgesetz,
$[v, F(x)]$	jenes für den Prozess mit Gewicht 1 in v (degenerierte Strukturfunktion),
$L[S(v), F(x)]$	das besagte lineare Funktional, welches wir zusätzlich noch im Sinne der vollständigen Konvergenz von Verteilungsfunktionen stetig annehmen wollen.

Dann gilt wegen der Linearität und Stetigkeit

$$L[S(v), F(x)] = \int L[v, F(x)]\, dS(v)$$

Nun sei für festes v die Präferenzordnung über dem Prozess gleich vorausgesetzt wie über den Verteilungsfunktionen $F(x)$ [welche nach ebendemselben Gedankengang durch ein lineares Funktional vom Typus $L'(F) = \int u'(x)\, dF(x)$ beschrieben werden kann]. Somit findet man

$$L[S(v), F(x)] = \int \int u(v, x)\, dF(x)\, dS(v)$$

Nennen wir nun die Funktion $u(v,x)$ *Nutzenfunktion* – gemäss Terminologie von Neumann-Morgensterns – so gilt das Entscheidungsprinzip

N) *Der Versicherungsmathematiker soll sich so verhalten, dass er den Erwartungswert einer Nutzenfunktion möglichst gross macht.*

4. Ausblick

Die drei in der Literatur vorgezeichneten Entscheidungsprinzipien sind bei näherer Betrachtung nicht so sehr verschieden, wie es vielleicht auf den ersten Anblick den Anschein erweckt. In seiner Formulierung ist das Prinzip von Neumann-Morgensterns dabei das allgemeinste, umfasst es doch als mögliche Entscheidungskriterien sämtliche linearen Funktionale auf dem Risikoprozess. In letzter Zeit zeichnet sich denn bereits auch ein vermehrtes Studium des von Neumann-Morgensternschen Ansatzes in der versicherungsmathematischen Literatur ab. Damit stehen wir aber auch am Beginn einer Periode des Dialogs zwischen theoretischen Ökonomen und Versicherungsmathematikern. Ich möchte hoffen, dass dieser sich für beide Teile als fruchtbar erweist.

Literaturverzeichnis

[1] *F.Lundberg:* Zur Theorie der Rückversicherung, Berichte des Internationalen Kongresses der Versicherungsmathematiker, Wien 1909.

[2] *F.Lundberg:* Approximerad framställning av sannolikhetsfunktionen. Återförsäkring av kollektivrisker. Akademiska Avhandling, Uppsala 1903.

[3] *H.Cramér:* On the mathematical theory of risk, Skandia Jubilee Volume, Stockholm 1930.

[4] *H.Cramér:* Collective Risk Theory, Skandia Jubilee Volume, Stockholm 1955.

[5] *Bachelier:* Théorie des Probabilités Continues. Journal de Mathématiques Pures et Appliquées, 1906.

[6] *B. de Finetti:* Sulla legge di distribuzione dei valori in una successione di numeri aleatori equivalenti, Atti Reale Academia Naz. Lincei 1933.

[7] *J.Jung:* A Theorem on Compound Poisson Processes with Time-dependent Change Variables, Skandinavisk Aktuarietidskrift, Bd. 46 (1963).

[8] *B. de Finetti:* Il problema dei pieni, Giornale dell'Istituto Italiano degli Attuari, 1940.

[9] *von Neumann-Morgenstern:* Theory of games and economic behaviour, Princeton 1944.

Résumé

Le *processus* du risque est défini selon la terminologie générale des processus stochastiques et sa loi de probabilité est dérivée de leur théorie générale. On arrive ainsi à un catalogue assez bien ordonné des principales généralisations connues en littérature actuarielle du modèle collectif de Lundberg.

On parle de *théories* du risque (au pluriel) parce que des *critères différents* sont proposés dans la littérature pour prendre des *décisions* (telles que le calcul de chargements, la fixation des réserves, la détermination du plein) relatives au processus du risque: le principe de la probabilité de ruine (Lundberg), celui du gain maximum en maintenant une certaine probabilité de ruine (de Finetti), celui de l'utilité maximale espérée (von Neumann-Morgenstern). Ce dernier principe conduit à une théorie économiquement orientée. Le développement dans le sens précité a commencé.

Summary

The risk *process* is defined in the usual terms of a stochastic process and its probability law is derived from the general principles of the theory of stochastic processes. Here the main generalisations known in actuarial literature of Lundberg's collective model can be neatly classified.

The question then discussed is of risk *theories* (in plural): Since *different criteria* have been suggested in the literature in order to arrive at a decision as to risk process (e.g. assessment of loading, determination of reserves, extent of self-retention), the principle of the probability of ruin (Lundberg), the principle of maximum profit consistent with a given probability of ruin (de Finetti), the principle of maximum expected utility (von Neumann-Morgenstern). A more economically-oriented theory results from the principle last mentioned. The beginnings of development in this direction have been made.

Riassunto

Il processo di rischio è definito secondo la lingua comune ai processi stocastici e la sua legge di probabilità è derivata da conoscenze generali nella teoria inerente. Con ciò possono inquadrarsi chiaramente gli elementi principali che nella letteratura attuariale sono noti come generalizzazioni del modello collettivo di Lundberg.

Si tratta di teorie (al plurale) di rischio, siccome diversi criteri vengono proposti nella letteratura per prendere decisioni (p. es. fissazioni di supplementi, di riserve, di pieni) inerenti al processo di rischio: il principio della probabilità di rovina (Lundberg), il principio del guadagno massimo con osservanza di una probabilità di rovina predata (de Finetti), il principio dell'utile massimo (von Neumann-Morgenstern). Da quest'ultimo principio risulta una teoria piuttosto economica. Uno sviluppo in tale direzione ha cominciato.