

Zeitschrift:	Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker = Bulletin / Association des Actuaires Suisses = Bulletin / Association of Swiss Actuaries
Herausgeber:	Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker
Band:	64 (1964)
Artikel:	Mathematische Betrachtungen über die Ergänzungsleistungen zur AHV und IV
Autor:	Kaiser, Ernst
DOI:	https://doi.org/10.5169/seals-966972

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 11.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Mathematische Betrachtungen über die Ergänzungsleistungen zur AHV und IV

Von Ernst Kaiser, Bern

Zusammenfassung

Die geplante Einführung von Ergänzungsleistungen zur AHV und IV bezweckt, jedem Rentner ein Mindesteinkommen zu garantieren. Die Höhe der Leistungen ist Funktion zweier Variablen: das Nettoeinkommen u des Rentners und die Quote π des nur teilweise anrechenbaren Einkommens (Arbeitseinkommen und Pension). Die sich aus Formeln (2) und (2') ergebende Leistungsfläche $r(u, \pi)$ sowie die entsprechende Fläche (7) und (7') des garantierten Gesamteinkommens $w(u, \pi)$ sind gerade Hyperbelkonoide, deren Grund- und Aufriss aus Graphiken Nrn. 1 und 2 ersichtlich sind. Die Vorausberechnung der ausschliesslich zu Lasten der öffentlichen Hand gehenden Jahresausgaben stützt sich auf die Theorie der zweidimensionalen Einkommensverteilungen. Für die numerischen Berechnungen wurde die parabolische Verteilungsfunktion gewählt, welche gestattet, sowohl die Beziegerquote F als auch den Mittelwert R der Ergänzungsleistung explizit darzustellen, wie die Formeln (16) bis (17') zeigen. Eine numerische Analyse beschliesst die Arbeit.

In seiner Botschaft zu der am 1. Januar 1964 in Kraft getretenen 6. AHV-Revision definiert der Bundesrat eine *Gesamtkonzeption für die schweizerische Lösung des Vorsorgeproblems*. Die Sicherung unserer Bevölkerung gegen die wirtschaftlichen Folgen des Alters, des Todes und der Invalidität soll sich nämlich auf drei Pfeiler stützen: die Selbstversorge (Sparen, Einzelversicherung), die berufliche Kollektivversicherung (Pensions-, Gruppen- und Verbandsversicherung) sowie die Sozialversicherung (AHV, IV und ergänzende Fürsorge). Der Bundesrat kommt zum Schluss, dass AHV und IV Basisversicherungen bleiben müssen, und dass die bestehenden Lücken im Versicherungsschutz durch den Ausbau der beruflichen Kollektivversicherung geschlossen werden sollen.

Es gibt jedoch Bevölkerungskreise, insbesondere jene mit geringfügigem Einkommen, welche von der letzterwähnten Versicherungsart

kaum erfasst werden können, so dass diese Personen allein auf die AHV und IV angewiesen sind und überdies von diesen beiden Institutionen sehr oft nur die Minimalrenten erhalten. Die Minimalrenten (Alleinstehende 1500 Franken und Ehepaare 2400 Franken im Jahr) garantieren aber nur etwa die Hälfte des landesdurchschnittlichen Existenzminimums. Die schweizerische Gesamtlösung ist deshalb erst dann lückenlos, wenn auch für solche Personen die *Garantie eines existenzsichernden Mindesteinkommens* vorgesehen wird. Zu diesem Zwecke beantragt der Bundesrat mit seiner Botschaft vom 21. September 1964 die Einführung von Ergänzungsleistungen zur AHV und IV, welche integrierender Bestandteil der schweizerischen Sozialversicherung werden sollen. Im wesentlichen werden die Leistungen und die Finanzierung durch ein Bundesgesetz normiert. Die Kantone sind jedoch frei, die Einführung solcher Ergänzungsleistungen im Rahmen des Bundesgesetzes zu beschliessen und mit den bereits bestehenden kantonalen Fürsorgeordnungen zu koordinieren. Liegt ein solcher kantonaler Beschluss vor, so soll ein beträchtlicher Teil der kantonalen Ausgaben durch Bundesbeiträge gedeckt werden. Sowohl die Struktur der Ergänzungsleistungen als auch die Vorausberechnung der Jahresausgaben führen zu interessanten mathematischen Problemen, über welche hier-nach kurz berichtet werden soll.

I. Leistungen und garantiertes Mindesteinkommen

1. Bundesrechtliche Leistungsnormen

a) Anrechenbares Einkommen. Da es sich um eine Bedarfsordnung handelt, ist die Definition des anrechenbaren Einkommens von grundlegender Bedeutung. Man geht dabei vom *Bruttoeinkommen* eines Leistungsanwärters aus, wobei Leistungen mit ausgesprochenem Fürsorgecharakter (Verwandtenunterstützungen, Armenunterstützungen usw.) nicht als Einkommen zu betrachten sind. Aus dem Bruttoeinkommen ergibt sich das *Nettoeinkommen* durch Abzüge bestimmter Elemente (Gewinnungskosten, Schuldzinsen, Versicherungsprämien bis zu einer bestimmten Grenze usw.). Die Kantone können überdies einen Mietzinsabzug vorsehen, um den unterschiedlichen Lebenshaltungskosten in Stadt und Land gebührend Rechnung zu tragen (z.B. Mietzinsabzug für Ehepaare: höchstens 1200 Franken jährlich, sofern der Mietzins

einen gewissen, für ländliche Verhältnisse zutreffenden Mindestbetrag übersteigt).

Beim Nettoeinkommen ist zu unterscheiden zwischen *privilegiertem* und *nichtprivilegiertem Einkommen*. Privilegiert, d.h. nur *zum Teil anrechenbar*, sind die Erwerbseinkommen und die Pensionen. Dabei wird von der Jahressumme solcher Einkommen für Alleinstehende 240 Franken und für Ehepaare 400 Franken abgezogen und vom übersteigenden Teil nur $\frac{2}{3}$ angerechnet. Nichtprivilegiert, d.h. *voll anrechenbar*, ist das verbleibende Nettoeinkommen, also insbesondere Einkommen aus AHV- und IV-Renten, Familienzulagen und der Vermögensertrag. Dabei wird auch ein gewisser Vermögensverzehr schematisch in Rechnung gestellt (Anrechnung von $\frac{1}{15}$ des Vermögens, so weit es einen gewissen Notpfennig von 15 000 Franken für Alleinstehende und von 25 000 bei Ehepaaren übersteigt). Damit ist das anrechenbare Einkommen klar definiert.

b) *Bezügerkreis*. Als Bezüger kommen nur *AHV- und IV-Rentner* in Betracht, und zwar nur die in der Schweiz wohnhaften (für Ausländer wird eine ununterbrochene Aufenthaltsdauer von 15 Jahren verlangt). Es ist den Kantonen untersagt, sowohl für Schweizer als auch für Ausländer spezifisch kantonale Karenzfristen für Wohn- und Aufenthaltsdauer vorzuschreiben.

Die soeben betrachteten Leistungsanwärter haben jedoch nur Anspruch auf Ergänzungsleistungen, falls das unter lit. a hievor definierte anrechenbare Jahreseinkommen gewisse *Einkommensgrenzen* nicht erreicht. Diese betragen für Alleinstehende 3000, für Ehepaare 4800 und für Waisen 1500 Franken im Jahr. Den Kantonen ist es freigestellt, diese Grenzen um höchstens $\frac{1}{5}$ herabzusetzen.

c) *Höhe der Ergänzungsleistung*. Der Jahresbetrag der Leistung ist gleich der Differenz «*Einkommensgrenze minus anrechenbares Jahreseinkommen*». Die eingangs erwähnte Zielsetzung der Ergänzungsleistungen kommt so deutlich zum Ausdruck. Die Einkommensgrenzen definieren nämlich nicht nur den Bezügerkreis, sondern grundsätzlich auch das *Existenzminimum, bis zu welchem das anrechenbare Einkommen ergänzt werden muss*. Da praktisch jeder Leistungsanwärter zum mindesten über das Rentenminimum der AHV oder IV verfügt, betragen die Ergänzungsleistungen für Alleinstehende in der Regel höchstens $3000 - 1500 = 1500$ Franken und für Ehepaare $4800 - 2400 = 2400$ Franken im Jahr. Wählt ein Kanton jedoch die um $\frac{1}{5}$ reduzierten Ein-

kommensgrenzen, so sinken die Höchstbeträge der Ergänzungsleistungen auf 900 bzw. 1440 Franken jährlich. Mit diesen Angaben wird die nachstehende Mathematisierung des Problems ohne weiteres verständlich.

2. Konoidflächen der Leistungen

a) *Die Ergänzungsleistung als Funktion zweier Variablen.* Um das oben unter 1.c) angegebene Berechnungsrezept anwenden zu können, ist zunächst das anrechenbare Jahreseinkommen ausgehend vom Nettoeinkommen zu ermitteln. Dieses erreicht jedoch in der Regel mindestens das Minimum der AHV-Renten, welches deshalb als Nullpunkt für die Einkommensbemessung betrachtet werden kann. Wir wählen nun das um das AHV-Rentenminimum *reduzierte Nettoeinkommen* u als erste Hauptvariable des Problems, wobei sofort die *Aufspaltung in den privilegierten Teil u' und den nichtprivilegierten Teil u''* vorzunehmen ist. Das Bundesgesetz führt – wie vorstehend angedeutet – bezüglich der Privilegierung von u' folgende 2 Parameter ein:

$$\begin{aligned} a &= \text{nicht anrechenbarer fester Anteil von } u', \\ \alpha &= \text{Anrechnungsgrad von } u' - a. \end{aligned}$$

Bezeichnen wir mit \hat{u}' den anrechenbaren Teil des privilegierten Einkommens u' , so sind folgende *zwei Hauptfälle* zu unterscheiden:

$$\begin{aligned} \text{wenn } u' \leq a, \text{ dann ist } \hat{u}' &= 0, \\ \text{wenn } u' > a, \text{ dann ist } \hat{u}' &= \alpha(u' - a). \end{aligned}$$

Es ist zweckmäßig, als zweite Hauptvariable des Problems die *privilegierte Quote π des reduzierten Nettoeinkommens* u zu wählen, womit $u' = \pi u$ und $u'' = (1 - \pi)u$ gesetzt werden kann.

Dermassen ist es möglich, das *reduzierte anrechenbare Jahreseinkommen \hat{u} als Funktion der beiden Hauptvariablen u und π* darzustellen, dies mit Hilfe der beiden Parameter a und α sowie unter Berücksichtigung der beiden Hauptfälle für u' :

$$\begin{aligned} \text{wenn } u' \leq a, \text{ dann ist } \hat{u} &= u'' = (1 - \pi)u, \\ \text{wenn } u' > a, \text{ dann ist } \hat{u} &= \alpha(u' - a) + u'' = \alpha(\pi u - a) + (1 - \pi)u, \end{aligned}$$

d.h. es gelten die nachstehenden ersten beiden Hauptformeln:

$$\begin{aligned} \hat{u} &= (1 - \pi)u, & (\text{für } \pi u \leq a), & (1) \\ \hat{u} &= [1 - \pi(1 - \alpha)]u - \alpha a, & (\text{für } \pi u > a). & (1') \end{aligned}$$

Jetzt ist es ohne weiteres möglich, die *jährliche Ergänzungsleistung r als Funktion der zwei Hauptvariablen u und π* hinzuschreiben, denn im Berechnungsrezept kommt ausser \hat{u} nur noch die gesetzlich normierte Einkommensgrenze vor. Da wir jedoch mit reduzierten Einkommen \hat{u} rechnen, sind diese der um das AHV-Rentenminimum *reduzierten Einkommensgrenze e* gegenüberzustellen, womit übrigens der *dritte Parameter* des Problems eingeführt ist. Ausgehend von (1) und (1') ergibt sich so für $r = e - \hat{u}$:

$$r(u, \pi) = e - (1 - \pi)u, \quad (\text{für } \pi u \leq a), \quad (2)$$

$$r(u, \pi) = (e + \alpha a) - [1 - \pi(1 - \alpha)]u, \quad (\text{für } \pi u > a). \quad (2')$$

Die *Variationsbreite der Ergänzungsleistungen ist durch $0 \leq r \leq e$ gegeben*. Das Maximum folgt aus $r = e - \hat{u}$ für $\hat{u} = 0$, wogegen das Minimum die Folge der Nebenbedingung $r(u, \pi) \geq 0$ ist. Ohne eine solche Bedingung ergäben sich aus (2) und (2') negative Werte, welche mit dem Problem nicht kompatibel sind.

Die *Wirkung der Privilegierungsklausel* kann anhand der beiden Extremwerte $\pi = 0$ und $\pi = 1$ belegt werden. Im übrigen wird diese Wirkung auch für die Zwischenwerte von π sowie für die Fälle $a = 0$ bzw. $\alpha = 0$ und $\alpha = 1$ anhand der nachstehenden geometrischen Analyse gezeigt. Hier sei lediglich auf folgende Punkte aufmerksam gemacht:

- Für $\pi = 0$ wird $r = e - u$. In unserem Fall kann $\pi = 0$ nur heissen, dass der Leistungsanwärter lediglich nichtprivilegiertes Einkommen besitzt. Dies trifft z.B. für all jene zu, welche in ihren alten Tagen nur über die AHV-Rente verfügen. Bei den Angestellten, Arbeitern, Freierwerbenden sowie bei den Beamten beträgt die durchschnittliche AHV-Rente für Alleinstehende etwa 3000 Franken im Jahr; sie erhalten so ein bescheidenes Existenzminimum bereits von der AHV und werden vom Bezug der Ergänzungsleistung durch ihre AHV-Rente ausgeschlossen ($e = 1500$, $u = 1500$). Eine Erhöhung ihrer Existenzmittel kann nur durch das Bestehen anderer Einkommensquellen erfolgen, insbesondere durch eine Rente seitens einer autonomen Pensionskasse oder einer Gruppenversicherung. Die Bedeutung solcher Institutionen für die Lohnbezüger tritt so klar zutage.

– Für $\pi = 1$ wird $r = e$ bzw. $r = e - \alpha(u - a) > e - u$. Das reduzierte Nettoeinkommen besteht ausschliesslich aus Arbeits- und Pensionseinkommen. Der Leistungsanwärter kann in diesem Fall von der AHV nur das Rentenminimum erhalten. Hätte er eine höhere AHV-Rente, würde ja der Rententeil über dem Minimum zum nichtprivilegierten Einkommen gehören und $\pi < 1$. Der Fall $\pi = 1$ kommt vorwiegend bei Kleinbauern, Kleingewerblern und Gelegenheitsarbeitern vor, sofern sie als AHV-Rentner noch berufstätig sind oder z.B. eine Rente aus einer Verbandsversicherung beziehen.

b) *Geometrische Interpretation der Leistungsfunktion $r(u, \pi)$.* Gemäss (2) und (2') definieren die Werte von r offenbar eine Fläche über der Variablenebene (u, π) . Eine geometrische Analyse dieser Fläche führt zu interessanten Ergebnissen und gestattet überdies, den sozialen Sinn der Privilegierungsklauseln präzis zu erfassen.

Zunächst die *Analyse der Variablenebene (u, π)* . Für den Geltungsbereich der beiden Variablen gilt: $0 \leq u < \infty$ und $0 \leq \pi \leq 1$, wodurch ein nach rechts geöffnetes Rechteck definiert ist. In diesem Bereich zeichnen sich insbesondere *drei Grenzkurven* aus, welche im Grundriss der beiden Anhanggraphiken Nrn. 1 und 2 erscheinen. Es sind dies:

– *Die Trennungskurve h_0 der Geltungsbereiche (2) und (2').* Es handelt sich offenbar um die gleichseitige Hyperbel

$$\pi u = a. \quad (3)$$

Als Asymptoten erscheinen die beiden Koordinatenachsen. Als bemerkenswerter Punkt ist $u = a, \pi = 1$ zu nennen. Die Bezeichnungsweise $u = m_0(\pi)$ für (3) wird sich später als zweckmässig erweisen.

– *Die Nullkurve h_1 für r gemäss (2).* Diese Formel ergibt $r = 0$ auf der Hyperbel:

$$(1 - \pi)u = e, \quad (3')$$

wobei sich als Asymptoten die beiden Geraden $u = 0$ und $\pi = 1$ ergeben. Hervorzuhebender Punkt: $u = e, \pi = 0$. Aus (3') ergibt sich eine Grenzfunktion $u = m_1(\pi)$, welche die Erweiterung der Einkommensgrenze e durch π bedeutet.

– *Die Nullkurve h_2 für r gemäss (2').* Offensichtlich wird $r = 0$ auf der Hyperbel:

$$[1 - \pi(1 - \alpha)]u = e + \alpha a. \quad (3'')$$

Asymptoten sind hier die beiden Geraden: $u = 0$ und $\pi = \frac{1}{1-\alpha}$.

Als Kardinalpunkt ist zu erwähnen: $u = a + \frac{e}{\alpha}$, $\pi = 1$. Auch hier

eine Grenzfunktion $u = m_2(\pi)$ als Erweiterung der Einkommensgrenze durch die privilegierte Quote π .

- Noch eine wichtige Feststellung: *die drei Grenzhyperbeln h_0 , h_1 und h_2 schneiden sich im gleichen Punkt P .* Die Schnittpunktkoordinaten sind:

$$u = e + a, \quad (4)$$

$$\pi = \frac{a}{e + a}, \quad (4')$$

was sich leicht durch Einsetzen in die drei Gleichungen (3), (3') und (3'') beweisen lässt.

- Dank dieser drei Grenzkurven lässt sich der Geltungsbereich für positive r in die *zwei Variablenzonen D_1 und D_2* aufspalten, welche in den Graphiken Nrn. 1 und 2 deutlich in Erscheinung treten. Die Zahlenangaben in diesen Graphiken ergeben sich aus den unter Ziff. 1 skizzierten Gesetzesnormen mit $e = 1500$, $a = 600$ (gemäss einem Vorentwurf) und $\alpha = \frac{2}{3}$.

Zur *Analyse der Leistungsfläche $r(u, \pi)$* wird man die beiden Gleichungen (2) und (2') etwas näher betrachten und dabei auf folgende Erkenntnisse geometrischer Natur stossen:

- *Die Durchdringung der beiden Flächen (2) und (2') ist eine Hyperbel \tilde{h}_0 im Raum, mit Projektion h_0 in (u, π) .* Tatsächlich liefern die Schnitte der beiden Flächen (2) und (2') mit dem projizierenden Zylinder durch h_0 die gleiche Schnittkurve. Die Koten dieser Schnittkurve ergeben sich durch Substituierung von $\pi = \frac{a}{u}$ in den beiden Gleichungen. Der analytische Ausdruck der gemeinsamen Kurve beider Flächen lautet:

$$\pi u = a, \quad (5)$$

$$r = e + a - u. \quad (5')$$

Die Kurve ist somit auch der Schnitt des projizierenden Zylinders mit der zur π -Achse parallelen Ebene (5'), deren Spur in (r, u) im Aufriss der Graphik Nr. 1 als ausgezogene dünne Gerade eingezeichnet ist.

In dieser Ebene hat die Kurve die Gleichung $\pi\eta = a\sqrt{2}$ (Variablentransformation $\eta = u\sqrt{2}$) und ist somit ebenfalls eine Hyperbel, welche mit \tilde{h}_0 bezeichnet sei.

- *Die Leistungsfläche über der Zone D_1 in (u, π) ist ein gerades Hyperbelkonoid mit der Achse $r = e$ in (r, π) .* Die Schar der erzeugenden Geraden ergibt sich aus den Schnitten der Parallelebenen $\pi = \text{const.}$ mit der Fläche (2). Die Richtungsebene des Konoides ist somit die (u, r) -Ebene. Die erzeugenden Geraden gehen durch die feste Gerade $u = 0, r = e$, welche somit die Konoidachse liefert (Spurpunkt K_1 in Graphik Nr. 1). Des weiteren ist offensichtlich, dass sich die erzeugenden Geraden auf die Hyperbel \tilde{h}_0 als Leitkurve stützen. Formel (2) ist von der Form $\pi = f\left(\frac{\hat{r}}{u}\right)$, welche die Konoide mit Achsen parallel zur π -Achse kennzeichnet.
- *Die Leistungsfläche über der Zone D_2 in (u, π) ist ein gerades Hyperbelkonoid mit der Achse $r = e + \alpha a$ in (r, π) .* Die Gleichung (2') ist von der gleichen Form wie (2) und kann analog diskutiert werden. Richtungsebene und Leitkurve \tilde{h}_0 sind identisch mit jenen der Fläche (2), dagegen ist es diesmal die feste Gerade $u = 0, r = e + \alpha a$, welche der Gleichung (2') genügt und somit die Konoidachse liefert (Spurpunkt K_2 in Graphik Nr. 1). In den Fällen $a = 0$ bzw. $\alpha = 0$ ist das Konoid über D_2 mit jenem über D_1 identisch (hinreichende und notwendige Bedingung).
- *Die Längsschnitte der Leistungsfläche erscheinen im Aufriss der Graphik Nr. 1 als stark ausgezogene einfache Geradensegmente oder als zweiteilige Polygonalzüge. Diese Schnitte können als Lamellen ausgeschnitten und auf den Grundriss parallel zur u -Achse aufgestellt werden, woraus sich ein anschauliches dreidimensionales Modell ergibt.* Vor allem belegen diese Längsschnitte die *soziale Bedeutung der Privilegierungsklausel*. Ohne eine solche Klausel ($a = 0, \alpha = 1$) erhielte z.B. ein alleinstehender Anwärter mit reduziertem Nettoeinkommen von 1500 Franken im Jahr keine Leistung mehr. Röhrt dieses Nettoeinkommen jedoch ausschliesslich aus einer Pension ($\pi = 1$), so können noch 900 Franken als Ergänzungsleistung gewährt werden. Bei Verheirateten wären diese Zahlen um 60 % höher. Der *Anreiz für kollektive Selbstvorsorge* wird somit durch die geplante Neuordnung nicht gehemmt. Die Graphik zeigt auch die Wirkung

für $0 < \pi < 1$. Wie am Ende der Ziff. 2a angedeutet, trifft $\pi = 1$ insbesondere bei den Kleingewerblern, den Kleinlandwirten und Gelegenheitsarbeitern zu. Bei den regulären Lohnbezügern, soweit sie Angehörige einer ausgebauten Pensionskasse sind, dürfte dagegen π im Durchschnitt eher bei 60 % bis 80 % liegen (Beispiel für Alleinstehende: reduziertes Nettoeinkommen 6000 Franken, wovon AHV-Rententeil über dem Minimum 1500 Franken, $\pi = 0,75$).

3. Konoidflächen der Gesamteinkommen

a) Das reduzierte Gesamteinkommen $w(u, \pi)$. Welche Struktur weisen nun die Gesamteinkommen nach Einführung der Ergänzungsleistungen auf? Die Antwort ergibt sich aus der Definition des reduzierten Gesamteinkommens:

$$w = u + r, \quad (6)$$

woraus sich unmittelbar aus (2) und (2') die Natur der Funktion $w(u, \pi)$ ergibt:

$$w(u, \pi) = e + \pi u, \quad (\text{für } \pi u \leq a), \quad (7)$$

$$w(u, \pi) = (e + \alpha a) + \pi(1 - \alpha)u, \quad (\text{für } \pi u > a). \quad (7')$$

b) Geometrische Deutung der Funktion $w(u, \pi)$. Die Analyse der Fläche $w(u, \pi)$ erfolgt auf analoge Weise wie das Studium der Leistungsfläche $r(u, \pi)$, ausgehend von der Variablenebene (u, π) in Graphik Nr. 2. Die wichtigsten Ergebnisse seien kurz angedeutet:

- Die Durchdringung der beiden Flächen (7) und (7') ist die Hyperbel $\tilde{h}_0 = h_0$ in der Horizontalebene $w = e + a$. Addiert man nämlich u zu (5'), wird diese Aussage evident. Die Spur der Horizontalebene ist im Aufriss der Graphik Nr. 2 sichtbar.
- Die Werte der beiden Flächen (7) und (7') über den Nullkurven h_1 und h_2 betragen $w = u$. Die Aussage ist eine offensichtliche Folge der Definition (6) mit $r = 0$. Über dem Definitionsbereich rechts von h_1 und h_2 gilt ebenfalls $w(u, \pi) = u$. Es ist dies die winkelhalbierende Ebene durch die π -Achse (Spurgerade $w = u$ im Aufriss von Graphik Nr. 2).
- Die Einkommensflächen über D_1 und D_2 sind gerade Hyperbelkonoiden mit denselben Achsen wie jene der entsprechenden Konoide der Leistungsflächen. Die Analyse von (7) und (7') für $u = 0$ bestätigt dies (vgl. Spuren K_1 und K_2 der beiden Konoidachsen in Graphik Nr. 2).

Auch die Richtungsebene $(u, w) = (r, w)$ ist beiden Flächen gemeinsam. Es ist lediglich die Leitkurve, welche die Einkommensfläche von der Leistungsfläche unterscheidet; \tilde{h}_0 ist durch \tilde{h}_0 zu ersetzen.

- Die *Längsschnitte der Einkommensfläche* sind im Aufriss der Graphik Nr. 2 als stark ausgezogene Horizontale oder steigende Geradensegmente eingezeichnet. Anhand solcher Lamellen lässt sich ebenfalls ein instruktives dreidimensionales Modell konstruieren. Diese Längsschnitte sind der beste Beweis dafür, dass auch nach Einführung der Ergänzungsleistungen eine *gerechte Hierarchie in den Gesamteinkommen* bestehen bleibt. Das ist die sozialpolitische Lehre der Einführung der Ergänzungsleistungen, welche lediglich den Zweck haben, den unteren Schichten ein angemessenes Mindesteinkommen zu garantieren.

II. Finanzielle Auswirkungen

1. Bundesrechtliche Finanzierungsnormen

Die Ergänzungsleistungen werden als *Sozialrenten der Kantone* betrachtet. Sie haben allerdings die entsprechende Belastung nicht voll zu übernehmen, indem je nach der Finanzkraft der Kantone $1/3$ bis $2/3$ der kantonalen Ausgaben durch *Bundesbeiträge* gedeckt werden; im wesentlichen entnimmt der Bund diese Zuwendungen dem Spezialfonds der AHV, welcher aus der fiskalischen Belastung von Tabak und Alkohol geäufnet wird. Da einerseits die Fondssubstanz von gegenwärtig rund 1,2 Milliarden Franken nicht angezehrt werden soll, und anderseits die laufenden Einnahmen aus Tabak und Alkohol im wesentlichen zur Finanzierung der Bundesbeiträge an die AHV verwendet werden, sollen voraussichtlich die Abgaben auf Zigaretten um 40 % erhöht werden, was beim jetzigen Tabakkonsum jährlich etwa 100 Millionen Franken einbringen dürfte.

Obwohl es sich bei den Ergänzungsleistungen um eine Bedarfsr^{ordnung} handelt, können sie im Sinne der *Bundesverfassung als Versicherungsleistungen* aufgefasst werden, weil vor allem ein klagbare und genau normierter Leistungsanspruch besteht. Da gemäss Art. 34^{quater} der Bundesverfassung die *finanziellen Leistungen der öffentlichen Hand an die AHV und IV die Hälfte des Gesamtbedarfes der Versicherung nicht*

überschreiten dürfen, sind die Jahresausgaben für Ergänzungsleistungen folgerichtig als integrierender Bestandteil des Gesamthaushaltes der beiden Versicherungszweige zu betrachten, und es ist dafür zu sorgen, dass die Gesamtaufwendungen von Bund und Kantonen für AHV, IV und Ergänzungsleistungen nicht mehr als die Hälfte des Gesamtbedarfes all dieser Versicherungsarten betragen.

Der Versicherungsmathematiker wird diesen Ausführungen vor allem entnehmen, dass die Ergänzungsleistungen gemäss dem *reinen Umlageverfahren* von der öffentlichen Hand finanziert werden. Die ihm obliegende Aufgabe besteht zur Hauptsache in der Abschätzung der einschlägigen Jahresausgaben, worüber in diesem Kapitel II berichtet sei.

2. Theorie der Vorausberechnungen

a) Das Schema zur Berechnung der Jahresbelastung ergibt sich aus der Erkenntnis, dass lediglich *ein relativer Anteil H der Gesamtheit L aller AHV- und IV-Rentner* eine Ergänzungsleistung beziehen wird, deren mittlerer Jahresbetrag einer *Durchschnittsrente R* gleichkommt. Dabei kann L nach den verschiedenen Rentenarten aufgeteilt und die Rechnung für jede Komponente gesondert durchgeführt werden – oder aber – es kann die Gesamtheit L in Renteneinheiten ausgedrückt werden, indem die einfache Altersrente als Einheit gewählt wird. Die Ehepaar-Altersrente beträgt dann 1,6, die Witwenrente 0,8 und die Waisenrente 0,4 solcher Einheiten. Wie dem auch sei, lässt sich die *Jahresbelastung A* für einen bestimmten Kanton k und ein gegebenes Jahr t durch folgendes Schema darstellen:

$$A_{k,t} = L_{k,t} H_{k,t} R_{k,t}. \quad (8)$$

Die Bestände L ergeben sich aus der AHV- und IV-Rentnerstatistik bzw. aus den Vorausberechnungen für die AHV, wogegen für die Abschätzung der Elemente H und R die *Theorie der Einkommensverteilungen* zu Hilfe gezogen werden muss, da ja sowohl die durch die beiden Hyperbeln h_1 und h_2 gegebenen erweiterten Einkommensgrenzen als auch die Leistungshöhe in erster Linie Funktionen des reduzierten Nettoeinkommens u sind. Unter gleichzeitiger Berücksichtigung der zweiten Hauptvariablen π stehen wir vor einem Problem zweidimensionaler Verteilungen.

b) Die zweidimensionale Bedarfsquote H . Zur Definition dieser Quote benötigen wir naturgemäß eine zweidimensionale Einkommensverteilung, welche zunächst mit ihren beiden Hauptfunktionen in Erinnerung gerufen sei. Es mögen folgende Bezeichnungen für die *normierten Häufigkeitsfunktionen* gelten:

- $h(u, \pi)$ für die zweidimensionale Verteilung des Bestandes L aller AHV- und IV-Rentner nach u und π ,
- $g(\pi)$ für die eindimensionale Randverteilung der gleichen Gesamtheit L nach π ,
- $f(u; \pi)$ für die eindimensionale Parallelverteilung der Teilgesamtheit mit privilegierter Quote π nach u .

Diese Funktionen sind bekanntlich durch folgende Relationen miteinander verbunden:

$$h(u, \pi) = g(\pi) f(u; \pi), \quad (9)$$

wobei die Normierungsbedingung gelte:

$$\int_0^1 \int_0^\infty h(u, \pi) du d\pi = 1, \quad (9')$$

was auch die Normierung von g und f zur Folge hat.

Ebenso wichtig ist die *zweidimensionale Verteilungsfunktion als Mass für die Bedarfsquote H* . Ausgehend von der Variablenebene (u, π) , gilt unter Berücksichtigung der beiden Nullkurven h_1 und h_2 , deren Gleichung mit $u = m(\pi)$ angedeutet sei:

$$H = \int_{(D_1 + D_2)} \int_0^\infty h(u, \pi) du d\pi = \int_0^1 g(\pi) d\pi \int_0^{m(\pi)} f(u; \pi) du.$$

Das Integral $(0, m)$ stellt aber bekanntlich die *eindimensionale Verteilungsfunktion bzw. Bedarfsquote $F[m(\pi)]$* dar, so dass sich schliesslich schreiben lässt:

$$H = \int_0^1 F[m(\pi)] g(\pi) d\pi, \quad (10)$$

d.h. die *zweidimensionale Bedarfsquote H ist ein Mittelwert der eindimensionalen Bedarfsquoten F* , wobei zur Gewichtung der F die Häufigkeitsfunktion g verwendet werden muss. Diese Erkenntnis ist für unsere Berechnungen von entscheidender Bedeutung.

c) Der Mittelwert R der Ergänzungsleistungen ist ausgehend von den Leistungsformeln (2) und (2') zu berechnen, wobei daran zu denken ist, dass wir den Mittelwert für den effektiven Bezügerbestand LH und nicht für jenen der Grundgesamtheit L berechnen wollen. Vorgängig soll aber der Mittelwert $R(\pi)$ der eindimensionalen Teilgesamtheit mit privilegierter Quote π ihrer Einkommen eingeführt werden, und zwar wie folgt:

$$R(\pi) = \frac{1}{F[m(\pi)]} \int_0^{m(\pi)} r(u, \pi) f(u; \pi) du, \quad (11)$$

was auch geschrieben werden kann:

$$R(\pi) = \int_0^{m(\pi)} r(u, \pi) \hat{f}(u; \pi) du, \quad (11')$$

sofern als normierte Gewichtungsfunktion

$$\hat{f}(u; \pi) = \frac{f(u; \pi)}{F[m(\pi)]} \quad (12)$$

eingeführt wird.

Jetzt wollen wir zeigen, dass der Mittelwert \bar{R} der zweidimensionalen Gesamtheit LH sich aus den Mittelwerten $R(\pi)$ ableiten lässt. Für \bar{R} gilt offensichtlich:

$$\bar{R} = \frac{1}{H} \int_{(D_1+D_2)} \int r(u, \pi) h(u, \pi) du d\pi = \frac{1}{H} \int_0^1 g(\pi) d\pi \int_0^{m(\pi)} r(u, \pi) f(u; \pi) du.$$

Mit Hilfe von (11) wird das Integral $(0, m) = R(\pi) F[m(\pi)]$, so dass nun gilt:

$$\bar{R} = \frac{1}{H} \int_0^1 R(\pi) F[m(\pi)] g(\pi) d\pi \quad (13)$$

oder in einfacher Bezeichnung:

$$\bar{R} = \int_0^1 R(\pi) \hat{g}(\pi) d\pi, \quad (13')$$

sofern die normierte Gewichtungsfunktion \hat{g} wie folgt definiert wird:

$$\hat{g}(\pi) = g(\pi) \frac{F[m(\pi)]}{H}. \quad (14)$$

Die Formel (13') zeigt, dass die mittlere Ergänzungsleistung \bar{R} der zweidimensionalen Gesamtheit LH als Mittelwert der eindimensionalen Werte

$R(\pi)$ erscheint, wobei zur Gewichtung der $R(\pi)$ diesmal die Häufigkeitsfunktion \hat{g} und nicht mehr g wie für (10) verwendet werden muss. Auch hier liegt eine grundlegende Beziehung vor.

3. Verwendung der parabolischen Verteilung

a) Die Berechnungsformeln. Die allgemeine Theorie der Vorausberechnungen mit ihren grundlegenden Formeln (10) und (13') zeigt, dass die Kenntnis der drei Funktionen f , g und r genügt, um genaue Rechnungen durchführen zu können. Einzig die Funktion r ist völlig bekannt, wogegen für die Häufigkeitsfunktionen f und g plausible Annahmen getroffen werden müssen. Für die *Wahl der Gewichtungsfunktion $g(\pi)$* sind nur wenig Anhaltspunkte vorhanden. Höchstens lässt sich nachweisen, dass unter der schweizerischen Gesamtheit aller AHV- und IV-Rentner gegenwärtig etwa die Hälfte über privilegierte Einkommen verfügt. Es kann deshalb für g nur eine Alternativverteilung $g_1(\pi = 0)$ und $g_2(\bar{\pi} > 0)$ in Frage kommen, welche Werte, je nach den Kantonen, verschieden ausfallen können. Etwas besser steht es um die Kenntnis der zwei entsprechenden Verteilungen $f(u; \pi)$, da die vorhandenen Statistiken gewisse Durchschnittseinkommen der Rentner zu schätzen gestatten und überdies sich wenigstens die allgemeine Form von f einigermassen vermuten lässt.

Man wird für beide $f(u; \pi)$ in erster Näherung einfache Verteilungen wählen, deren Form noch eine Sicherheitsmarge gewährleistet – ähnlich wie dies bei der Einführung der AHV mit der Wahl der semi-normalen Verteilung für die Arbeitseinkommen der Beitragspflichtigen der Fall war – und deren Parameter soweit möglich aus den vorhandenen Angaben über die Mittelwerte von u bestimmt werden können. In Betracht kommen z.B. Gleichverteilungen, Dreiecksverteilungen, die hyperbolischen (Pareto-) Kurven und die parabolischen Häufigkeitsgesetze. Wir geben den letzterwähnten den Vorzug, da die gleiche Formel zu 5 verschiedenen Kurventypen führt, wovon 4 für die Lösung unseres Problems durchaus in Betracht fallen. Wir verweisen diesbezüglich auf eine unserer früheren Arbeiten¹⁾, der wir nachstehende *wichtigsten Grössen der parabolischen Verteilungsfunktionen* entnehmen.

¹⁾ E. Kaiser, «La distribution des revenus dans la technique mathématique de la sécurité sociale» (Mitteilungen, Band 50, Heft 1).

Die gleiche Publikation enthält überdies die graphische Darstellung der 5 verschiedenen Kurventypen. Für alle gelten die hier aufgeführten Hauptformeln mit den beiden *Parametern* b und β (b ist definiert durch den Geltungsbereich $0 \leq u < b$ und β kennzeichnet den Kurventyp je nachdem $\beta \leq 1$, $1 < \beta \leq 2$ oder $\beta > 2$).

Es gilt nun für:

– die Häufigkeitsfunktion $f(u) = \beta b^{-\beta} u^{\beta-1}$, (15)

– die Verteilungsfunktion $F(u) = \left(\frac{u}{b}\right)^\beta$, (15')

– die Summenfunktion $\Phi(u) = \frac{\beta}{\beta+1} b^{-\beta} u^{\beta+1}$, (15'')

– das mittlere Einkommen $U = \frac{\beta}{\beta+1} b$. (15''')

Die Parameter hängen in der Regel von π ab und variieren auch von Kanton zu Kanton. β wird in den numerischen Berechnungen a priori zur Bestimmung des Kurventypus gewählt, und b ergibt sich gemäss (15'') aus den Annahmen über U . Für $\pi = 0$ kann angenommen werden, dass der Typus $\beta < 1$ der Wirklichkeit nahe kommt und dass dies für ein mittleres $\bar{\pi} > 0$ mit dem Typus $1 < \beta < 2$ der Fall sein dürfte.

Für die Berechnung der *eindimensionalen Bedarfsquote* $F[m(\pi)]$ genügt (15'), wobei $u = m(\pi)$ gesetzt wird, welcher Wert sich gemäss (3') und (3'') aus den Grenzhyperbeln h_1 und h_2 ergibt. Anstelle von u treten somit π , e , a und α , deren Einfluss auf F so unmittelbar ersichtlich ist.

Für die Berechnung des *Mittelwertes* $R(\pi)$ der *Ergänzungsleistungen* für den eindimensionalen Bestand $\pi = \text{const.}$ mögen folgende Hinweise dienen. Es wird von (11) ausgegangen und für r die Formeln (2) und (2') verwendet. Je nachdem $\pi \leq \frac{a}{e+a}$ (vgl. Grundriss in Graphik Nr. 1), handelt es sich um einen einfachen oder zweifachen Polygonalzug, weshalb sich zwei Fälle ergeben:

1^o $\pi \leq \frac{a}{e+a}$. Der *einfache Polygonalzug* ist gemäss (2) von der Form $r = A - Bu$. In (11) eingesetzt, führen sich so unmittelbar die beiden Funktionen $F = \int f(u) du$ und $\Phi = \int u f(u) du$ ein, deren Ausdruck wir aus (15') und (15'') kennen. Nach Einsetzen der Werte für A und B aus (2), ergibt sich die sehr einfache Formel:

$$R(\pi) = \frac{e}{1+\beta}. \quad (16)$$

Die Leistungsparameter a und α können in diesem Fall nicht vorkommen. Der Verteilungsparameter b scheidet aus, die Variable π figuriert nur indirekt als Bestimmungselement von β . Dieses einfache Resultat gilt für den praktisch allein möglichen Fall $m_1 \leq b$. Wäre jedoch $b < m_1$, d.h. $F = 1$ und $\Phi = U$, so ergäbe sich die nur theoretisch interessante Formel:

$$R(\pi) = e - \frac{\beta(1-\pi)}{\beta+1} b; \quad (16')$$

ist $b = m_1$, so geht (16') in (16) über. – Die Formeln (16) und (16') gelten auch für den Fall $\alpha = 0$, für den immer ein einfacher Polygonalzug vorliegt, da (2') = (2) mit Grenzhyperbel m_1 . Auch $a = 0$ führt immer auf einen einastigen Polygonalzug mit Grenzhyperbel m_2 ; (16) gilt in diesem Fall unverändert, und in (16') ist π durch $(1-\alpha)\pi$ zu ersetzen.

2^o $\pi > \frac{a}{e+a}$. Hier muss für r der *zweifache Polygonalzug* eingesetzt werden, und zwar in D_1 : $r = A - Bu$ gemäss (2) und in D_2 : $r = A' - B'u$ gemäss (2'). Das Integral $(0,m)$ in (11) zerfällt in die beiden Integrale $(0,m_0)$ und (m_0,m_2) . Nach Durchführung aller Rechnungen ergibt sich:

$$R(\pi) = \frac{1}{1+\beta} \left\{ e + \alpha a \left[1 - \left(\frac{a}{e+\alpha a} \left(\frac{1}{\pi} + \alpha - 1 \right) \right)^\beta \right] \right\}. \quad (17)$$

Hier erscheint die Variable π nicht nur indirekt über β , sondern auch explizit. Die drei Leistungsparameter e , a und α sind diesmal alle vertreten. Von den beiden Verteilungsparametern scheidet jedoch b

wiederum aus. Für $\pi = \frac{e}{e+a}$ ergibt sich zwangsläufig der einfache Ausdruck (16) und für $\pi = 1$ reduziert sich die kleine runde Klammer auf α . Auch in diesem Fall möge man sich bewusst sein, dass (17) für den praktisch normalen Fall $m_0 < m_2 \leq b$ gilt. Theoretisch sind noch zwei weitere Fälle zu untersuchen, nämlich $m_0 < b < m_2$ und $b \leq m_0 < m_2$. Für den letztaufgeführten Fall ergibt sich wiederum Formel (16'), da nur ein einziger Ast des Leistungspolygons zum Zuge kommt. Liegt jedoch b zwischen den beiden Hyperbelpunkten m_0 und m_2 , so ist (17) zu ersetzen durch:

$$R(\pi) = \frac{1}{1+\beta} \left\{ [(1+\beta)(e+\alpha a) - \beta b] + \beta(1-\alpha) b \pi - \alpha a \left(\frac{a}{\pi b} \right)^\beta \right\}, \quad (17')$$

in welcher Formel nun sowohl die 3 Leistungsparameter als auch die 2 Verteilungsparameter vorkommen. Im Grenzfall $b = m_2$ geht (17') in (17) über.

b) *Numerische Illustration.* Zunächst seien einige Werte für die beiden grundlegenden Berechnungsfunktionen F und R gegeben.

Verteilungsfunktionen $F(u)$

(Promillewerte von F für Frankenwerte von u)

u	$\beta = 0,5$		$\beta = 1,5$	
	$U = 1500$	$U = 3000$	$U = 3600$	$U = 7200$
1 500	577	408	125	44
3 000	817	577	354	125
4 500	1000	707	650	230
6 000		817	1000	354
7 500		913		494
9 000		1000		650
10 500				818
12 000				1000

Beim Kurventyp $\beta = 0,5$ ($\pi = 0$, Verteilung für Anwärter mit nur nichtprivilegiertem Einkommen) handelt es sich um eine monoton

fallende Häufigkeitsfunktion, wogegen $\beta = 1,5$ ($\pi > 0$, Verteilung für Anwärter mit privilegiertem Einkommen) einem monoton steigenden Typ entspricht. Die den Werten $F = 1000\%$ entsprechenden Abszissen u liefern die Werte des Parameters b [vgl. Zusammenhang von U und b gemäss (15'')]. Die Durchschnittswerte $U = 1500$ bzw. 3600 Franken im Jahr entsprechen den Verhältnissen in finanzschwachen Kantonen und $U = 3000$ bzw. 7200 jenen der finanzstarken. Diese Tabelle gestattet, den *Einfluss der erweiterten Einkommensgrenzen $m(\pi)$ auf die Bedarfsquote F* zu eruieren. Ergibt sich z.B. bei den privilegierten Einkommen eine Einkommensverteilung mit $\beta = 1,5$ und $b = 6000$ (Fall der finanzschwachen Kantone), erhöht sich F von 125% bei $m = e = 1500$ auf rund 330% bei $m = a + \frac{e}{\alpha} = 2850$.

Mittelwerte $R(\pi)$ der Ergänzungsleistungen

(Jahresansätze für Alleinstehende in Franken)

π	$e = 900$		$e = 1500$	
	$\beta = 0,5$	$\beta = 1,5$	$\beta = 0,5$	$\beta = 1,5$
0,00	600	360	1000	600
0,25	600	360	1000	600
0,50	633	412	1073	699
0,75	686	470	1117	732
1,00	719	493	1144	745

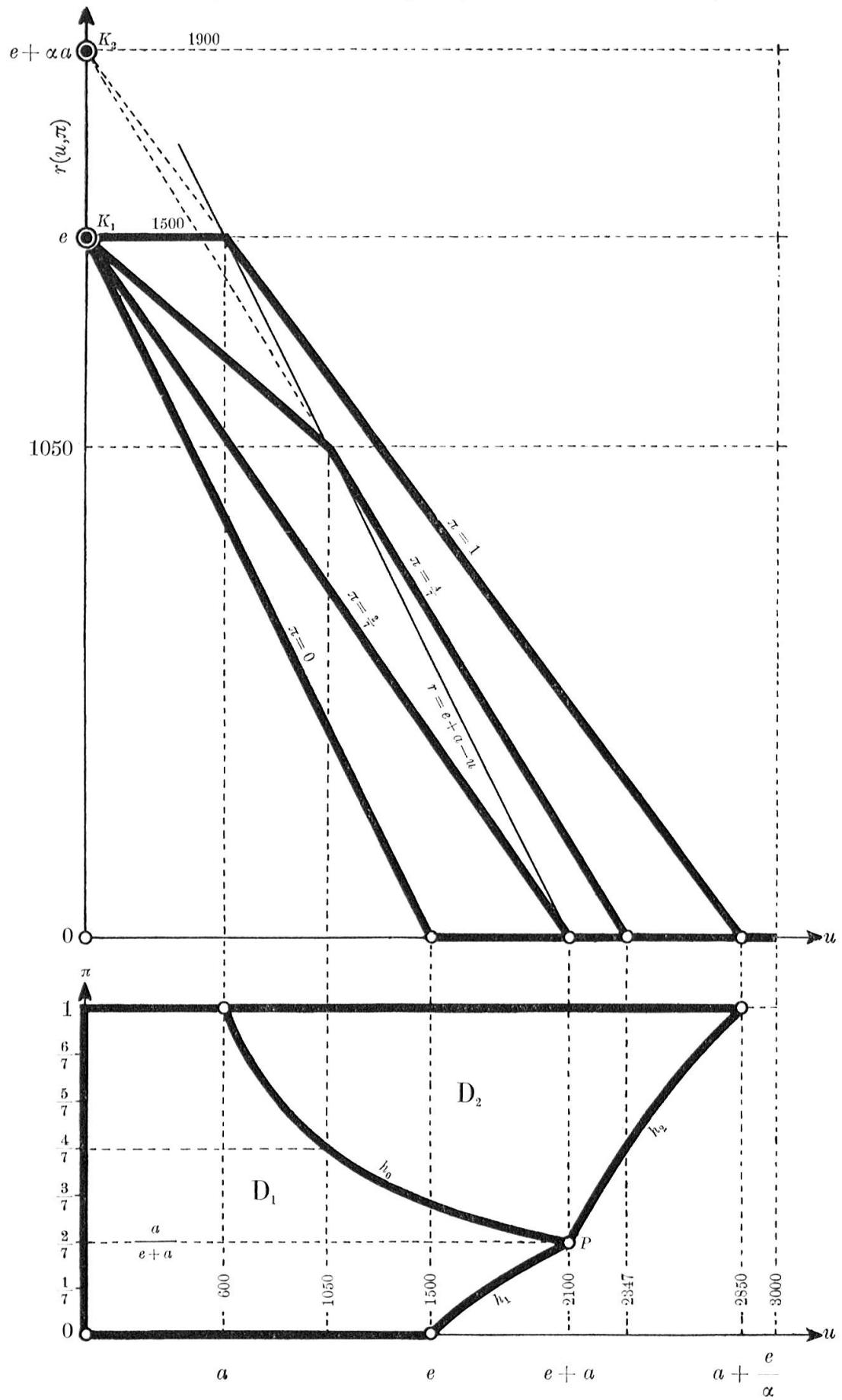
Diese Tabelle möge vor allem den *Einfluss der kantonalen Wahl der gesetzlichen Einkommensgrenze e auf die mittlere Ergänzungsleistung* dartun, wobei die zwei anderen Leistungsparameter $a = 600$ und $\alpha = 2/3$ unverändert bleiben. Wie in der ersten Tabelle ist für die Bezugser mit ausschliesslich nichtprivilegiertem Einkommen ($\pi = 0$) die Verteilung mit Parameter $\beta = 0,5$ und für jene mit vorwiegend privilegiertem Einkommen ($\pi = 0,75$) die Verteilung mit Parameter $\beta = 1,5$ verwendet worden. Der Parameter b spielt laut (16) und (17) keine

Rolle in der Ermittlung der Mittelwerte. Die in den Ausgabenschätzungen verwendeten Werte sind in der Tabelle unterstrichen. Es erhellt, dass die Kantone, welche die niedrige Einkommensgrenze wählen, allein durch die Reduktion der Leistungen Einsparungen von 35 % bis 40 % erzielen, dies ohne Berücksichtigung der entsprechenden Verminderung des Bezügerbestandes.

Die *Erwartungswerte der gesamtschweizerischen sowie der kantonalen Jahresbelastung* können der eingangs erwähnten Botschaft entnommen werden. Es wird im Landesdurchschnitt mit einer Bedarfsquote von etwa 27 %, d.h. mit rund 210 000 Leistungsempfängern von Ergänzungsleistungen gerechnet, woraus sich eine Jahresbelastung in der Grössenordnung von 200 Millionen Franken ergeben dürfte. Dadurch werden die durchschnittlichen Jahresausgaben der schweizerischen Rentenversicherung für die nächsten 5 Jahre um rund 10 % erhöht, und zwar ausschliesslich auf Kosten der öffentlichen Hand. In Anbe tracht der sozialen Zielsetzung der Vorlage, jedem AHV- und IV- Rentner ein Mindesteinkommen zu garantieren, dürfte dieser zusätzliche Aufwand vollauf gerechtfertigt sein.

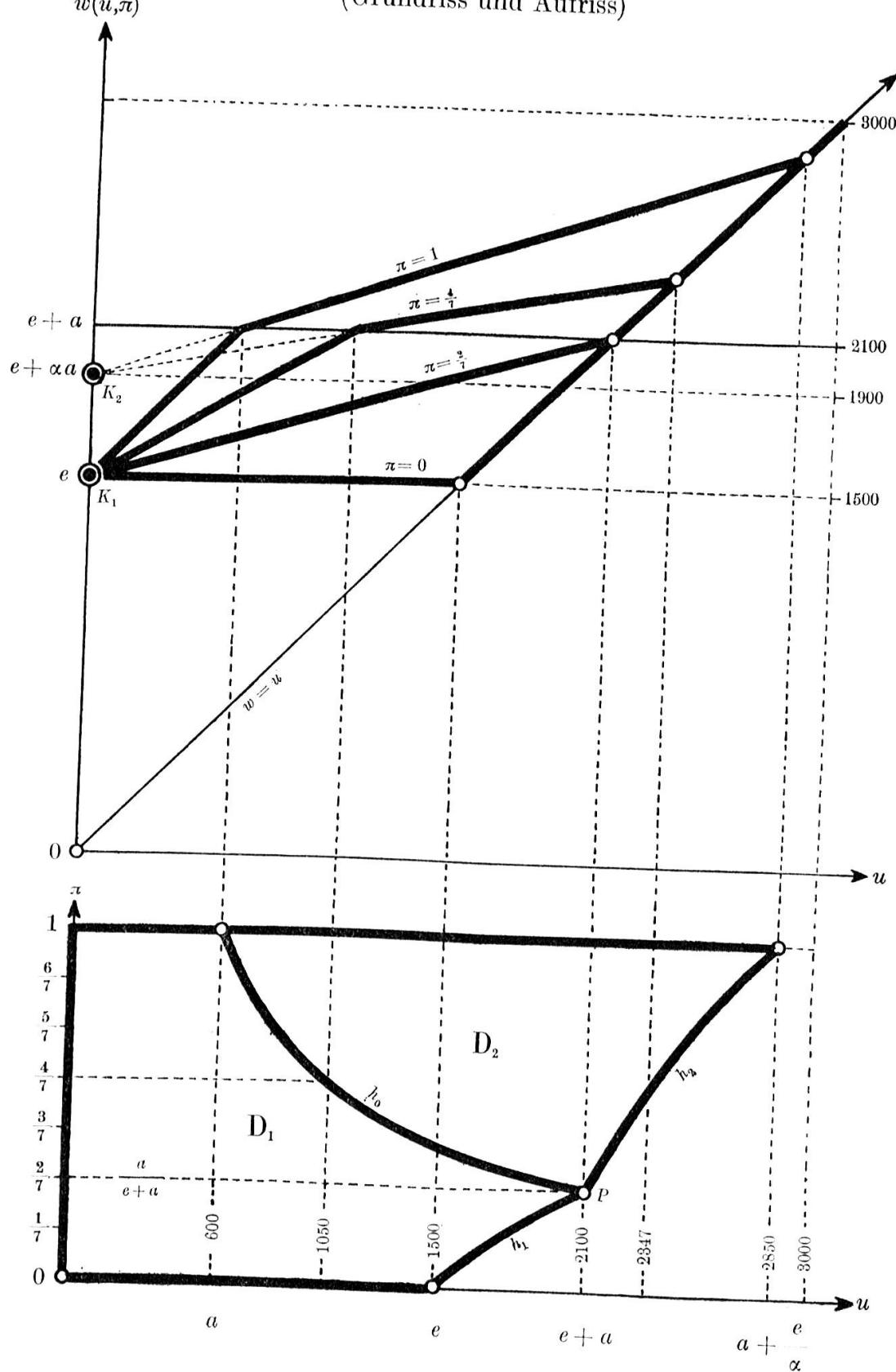
Konoidfläche der Leistungen (Grundriss und Aufriss)

Nr. 1



Konoidfläche der reduzierten Gesamteinkommen
 (Grundriss und Aufriss)

Nr. 2



Résumé

L'attribution de prestations complémentaires vise à garantir à chaque rentier de l'AVS et de l'AI un minimum d'existence. Le montant de la prestation est fonction de deux variables: le revenu net u du rentier et la quote-part π de ce revenu partiellement prise en compte (salaires et pensions). La surface $r(u,\pi)$ des prestations résultant des équations (2) et (2') ainsi que la surface $w(u,\pi)$, découlant de (7) et (7'), du revenu total garanti sont des conoïdes hyperboliques, dont les sections principales apparaissent aux graphiques n°s 1 et 2. L'estimation des dépenses annuelles – entièrement à la charge des pouvoirs publics – repose sur la théorie de la distribution des revenus à deux dimensions. Pour les calculs numériques, on a eu recours à la distribution parabolique qui permet de représenter explicitement aussi bien la portion F des bénéficiaires que la prestation moyenne R , telle que celle-ci ressort des formules (16) à (17'). L'étude se termine par une analyse numérique des solutions obtenues.

Summary

The introduction of complementary benefits aims to guarantee to each pensioner of the old age and invalidity insurance a minimum of existence. The amount of the benefit is function of two variables: the net income u of the pensioner and the portion π of the income only partially taken into account (wages and pensions). The surface $r(u,\pi)$ of the benefits resulting from the equations (2) and (2'), just as the corresponding surface $w(u,\pi)$, occurring from (7) and (7'), of the total income guaranteed are hyperbolic conoids, the principal sections of which appear in graph 1 and 2. The valuation of the annual expenditures – entirely on charge of the government – is based on the theory of the income distributions of two dimensions. For the numerical calculations use was made of the parabolic distribution, which enables to represent explicitly both the portion F of the beneficiaries and the average benefit R , as the formulae (16) to (17') show. With a numerical analysis of the results obtained ends the paper.

Riassunto

La progettata introduzione di prestazioni complete nell'AVS e nell'AI ha per scopo di assicurare un minimo vitale ad ogni assegnatario di rendite. L'ammontare della prestazione è funzione di due varianti: il reddito netto u dell'assegnatario e la quota parte π di tale reddito parzialmente computabile (salari e pensioni). La superficie delle prestazioni $r(u,\pi)$ risultante dalle equazioni (2) e (2'), come pure la superficie corrispondente $w(u,\pi)$ del reddito totale assicurato sono, a norma delle (7) e (7'), delle conoidi iperboliche le cui sezioni orizzontali e verticali sono raffigurate nei grafici 1 e 2. Il calcolo preventivo della spesa annua – interamente a carico dei poteri pubblici – basa sulla teoria della distribuzione bidimensionale dei redditi. Per il calcolo numerico si fece affidamento alla distribuzione parabolica, la quale permette di rappresentare esplicitamente la percentuale F dei beneficiari ed il valore medio R della rendita completa, come risulta dalle formule (16) a (17'). Il lavoro termina con un'analisi numerica delle soluzioni ottenute.