Zeitschrift: Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker = Bulletin / Association des Actuaires Suisses = Bulletin / Association of Swiss Actuaries

Herausgeber: Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker

Band: 64 (1964)

Artikel: Eine wirtschaftliche Theorie der Versicherung

Autor: Borch, Karl

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-966966

Eine wirtschaftliche Theorie der Versicherung

Von Karl Borch, Bergen, Norwegen

Zusammenfassung

Die ökonomische Theorie erklärt, wie Angebot und Nachfrage zusammen die Preise bestimmen. In der vorliegenden Abhandlung versucht der Verfasser, diese Begriffe in der Versicherung anzuwenden.

Die Angebotskurve eines Produzenten hängt von seiner Zielsetzung ab. In der ökonomischen Theorie wird für gewöhnlich angenommen, dass Gewinnmaximierung erwünscht sei. Für eine Versicherungsgesellschaft ist diese Annahme unmöglich, da der Gewinn eine zufällige Variable ist. Mit dem Nutzenbegriff von von Neumann und Morgenstern wird es jedoch möglich, eine Zielsetzung für Versicherungsgesellschaften zu definieren.

Mit diesem Begriff entwickelt der Verfasser eine Theorie für Rückversicherungsmärkte. Er zeigt, dass Pareto-optimale Gleichgewichtszustände in solchen Märkten existieren. Es gibt aber keinen einfachen Preismechanismus, der den Markt zu einem solchen Zustand leiten kann.

1. Die ökonomische Theorie macht den Anspruch, eine ganz allgemeine Theorie zu sein. Es sollte deshalb möglich sein, diese Theorie in allen Wirtschaftszweigen und auf alle wirtschaftlichen Probleme zur Anwendung zu bringen. Dies ist jedoch nicht der Fall.

Versicherung ist ein Wirtschaftszweig, und eine Versicherungsgesellschaft ist eine Unternehmung. Es scheint aber, dass die gewöhnlichen wirtschaftlichen Theorien in diesem Zweige keine Anwendungen gefunden haben, und die allgemeine betriebswirtschaftliche Theorie steht der Versicherungswissenschaft eher verständnislos gegenüber.

2. Eine Theorie geht von einfachen Annahmen oder Axiomen aus, und von diesen leitet sie Theoreme ab. So sucht man zum Beispiel in der ökonomischen Theorie von Annahmen über die Handlungen der Einzelpersonen Theoreme über die Preisbildung im Markt abzuleiten.

Als Beispiel werden wir eine sehr kurze Zusammenfassung der allgemeinen Gleichgewichtstheorie von Walras [7] geben. Walras nimmt an:

(i) Für den Produzenten ist eine Produktionsfunktion $f(x,y) = 0$ gegeben. Hier ist $x = \{x_1 \ldots x_n\}$ ein Vektor, der die Mengen von verbrauchten Rohstoffen angibt, und y die Menge von produzierten Waren.

(ii) Die Preise von Rohstoffen und Fertigwaren $p = \{p_1 \ldots p_n\}$ und q sind gegeben.

(iii) Die Produzenten suchen ihren Gewinn zu maximieren.

Der Gewinn ist durch folgenden Ausdruck gegeben:

$$G = qy - \sum p_i x_i .$$

Aufgabe des Produzenten ist es dann, diesen Ausdruck zu maximieren unter der Bedingung

$$f(x,y) = 0 .$$

Die Lösung dieser Aufgabe gibt das *Angebot* des Produzenten wieder, d.h. die Menge y, die er im Markt zum Verkauf anbietet, wenn die Preise p und q gegeben sind.

3. Für die Konsumenten sind die Annahmen von Walras:

(i) Die Bedürfnisstruktur eines Konsumenten ist durch eine Nutzenfunktion $u(y_1 \ldots y_m)$ gegeben. Hier sind $y_1 \ldots y_m$ die Mengen der verschiedenen Verbrauchsgüter.

(ii) Der Konsument sucht seinen Nutzen zu maximieren unter den Beschränkungen, die sein Einkommen r stellt.

Die Aufgabe des Konsumenten besteht dann darin,

$$u(y_1 \ldots y_m)$$

zu maximieren unter der Bedingung

$$\sum q_j y_j = r .$$

Die Lösung dieser Aufgabe ergibt die *Nachfrage* des Konsumenten, d.h. die Mengen $y_1 \ldots y_m$, die er von den verschiedenen Waren im Markt kauft, wenn die Preise $q_1 \ldots q_m$ sind.

Verlangen wir jetzt, dass für alle Güter Angebot und Nachfrage gleich sein sollen, können wir einen Vektor von *Gleichgewichtspreisen* bestimmen.

Wenn alle Teilnehmer des Marktes diese Gleichgewichtspreise als gegeben annehmen und ihre Entscheidungen diesen Preisen anpassen, wird der Markt eine *Pareto-optimale* Situation erreichen. Dieses Resultat wurde als das schönste der klassischen Theorie angesehen. Es meint, dass die freie Konkurrenz «zur besten aller möglichen Welten» führt.

Wir werden jetzt versuchen, diese Grundideen der klassischen ökonomischen Theorie in der Versicherung zur Anwendung zu bringen.

4. Betrachten wir zuerst eine Versicherungsgesellschaft. Ihre Zielsetzung kann offenbar nicht aus einfacher Gewinnmaximierung bestehen. Der Gewinn in der Versicherung wird immer eine zufällige Variable sein, und es ist sinnlos, über ihre Maximierung zu sprechen.

Es wäre natürlich möglich anzunehmen, dass eine Versicherungsgesellschaft versucht, die *Erwartung* dieser zufälligen Variablen zu maximieren. Diese Annahme wird uns eine einfache und angenehme Theorie geben, aber sie hat nichts mit der Wirklichkeit zu tun. Mindestens ist diese Annahme nicht gültig für eine Versicherungsgesellschaft, die einige Teile ihres Portefeuilles rückversichert. Die Rückversicherungsprämie ist immer grösser als die erwarteten Auszahlungen, so dass eine Rückversicherung immer eine niedrigere Gewinnerwartung bedeutet.

5. Der Gewinn einer Versicherungsgesellschaft ist eine zufällige Variable y, die durch eine Wahrscheinlichkeitsverteilung $F(y)$ definiert werden kann. Gewöhnlich bestehen für die Versicherungsgesellschaften Möglichkeiten, an dieser Verteilung Veränderungen vorzunehmen, zum Beispiel könnte man durch einen Rückversicherungsvertrag $F(y)$ in $G(y)$ transformieren.

Eine Versicherungsgesellschaft, die solche Wahlmöglichkeiten hat, braucht eine Regel, nach welcher sie bestimmen kann, wann eine Verteilung $F(y)$ besser als $G(y)$ ist. Ohne eine Regel dieser Art ist es der Gesellschaft unmöglich, rationelle Entscheidungen zu treffen. Um dies mathematisch zu formulieren, verlangen wir, dass die Versicherungsgesellschaft eine *Präferenzordnung* über die Menge aller Wahrscheinlichkeitsverteilungen haben muss.

Eine Präferenzordnung dieser Art kann durch einen Indikator repräsentiert werden. Dieser Indikator ist eine Abbildung $U(F)$ der Menge aller Wahrscheinlichkeitsverteilungen $F(y)$ auf die reelle Gerade, so dass

$$U(F) > U(G),$$

dann und nur dann, wenn $F(y)$ für besser als $G(y)$ gehalten wird.

Den Indikator $U(F)$ werden wir den *Nutzen* der Gewinnverteilung $F(y)$ nennen.

Verlangen wir, dass die Ordnung vollständig, stetig und transitiv sei, dann existiert eine Funktion $u(y)$, so dass eine Darstellung der Art

$$U(F) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(y)\, dF(y)$$

möglich ist.

Diese Darstellung ist auch gültig im degenerierten Falle $F(y) = \varepsilon(y - a)$, d.h. wenn $y = a$ mit Wahrscheinlichkeit eins ist. Es folgt, dass die Funktion $u(y)$ als Nutzen des sicheren Gewinnes y aufgefasst werden kann oder als Nutzen der Geldsumme y.

6. Betrachten wir jetzt eine Versicherungsgesellschaft, die eine neue Versicherungsform anbietet, und nehmen wir an:

(i) Die Auszahlungen unter diesem Versicherungsvertrag sind x, eine zufällige Variable mit der Verteilung $F(x)$.

(ii) Die Prämie P dieser Versicherung ist durch die Marktbedingungen gegeben.

(iii) Das Eigenkapital der Gesellschaft ist S.

(iv) Die Risikopolitik der Gesellschaft kann durch eine Funktion $u(x)$ repräsentiert werden.

Wenn die Gesellschaft n solche Versicherungen abschliesst, wird sie folgenden Nutzen erzielen:

$$U(n) = \int_{0}^{\infty} u(S + nP - x)\, dF^{(n)}(x),$$

wo $F^{(n)}(x)$ die n-te Faltung von $F(x)$ ist.

7. Die Zielsetzung der Gesellschaft besteht darin, den Nutzen zu maximieren. Es folgt dann, dass die neue Versicherung nur dann auf den Markt gebracht wird, wenn P so gross ist, dass

$$U(n) > u(S).$$

Übrigens ist dieses Modell trivial. Es ist leicht zu zeigen, dass $U(n)$ ständig mit n wächst, so dass keine richtige Nutzenmaximierung möglich ist. Die Gesellschaft wird immer versuchen, so viele Versicherungen wie möglich abzuschliessen.

Um eine realistische Formulierung zu erhalten, nehmen wir an, dass der Betrag s, der in die Werbung eingesetzt wird, die Zahl der abgeschlossenen Versicherungen n bestimmt, d.h. wir nehmen an, dass eine Funktion $n = n(s)$ gegeben ist.

Der Einsatz eines Betrages s wird dann der Gesellschaft den folgenden Nutzen geben:

$$U(s) = \int_0^\infty u(S + nP - s - x)\, dF^{(n)}(x).$$

8. Mit diesem Ausdruck haben wir eine operationelle Formulierung des Problems der Versicherungsgesellschaft erhalten. Wenn die Funktion $n(s)$ gegeben ist, kann der Mathematiker den optimalen Werbungseinsatz berechnen.

Gewöhnlich ist die Funktion $n(s)$ nicht bekannt, aber man kann annehmen, dass es durch Marktuntersuchungen möglich ist, die Form dieser Funktion angenähert zu bestimmen.

Man kann sich auch fragen, ob dieses Modell realistisch sei, d.h. ob eine Funktion $n(s)$ überhaupt existieren könne.

Wir könnten zum Beispiel annehmen, dass die Zahl der abgeschlossenen Versicherungen nicht nur von s abhängt, sondern auch von den Werbungseinsätzen $r_1 \ldots r_m$ von m anderen Gesellschaften, die in demselben Markt arbeiten. Unter dieser Annahme wird $n = n(s, r_1 \ldots r_m)$ eine Funktion von $m + 1$ Variablen. Von diesen Variablen kontrolliert unsere Gesellschaft nur eine einzige. Es hat dann keinen Sinn, über Maximierung zu sprechen, und es ist klar, dass unser Problem nur dann systematisch analysiert werden kann, wenn es im Rahmen der Spieltheorie von von Neumann und Morgenstern [6] formuliert wird.

9. Die Funktionen $n(s)$ und $n(s, r_1 \ldots r_m)$ drücken die Marktreaktion aus. Wie der Markt auf die verschiedenen Werbungsmassnahmen

reagiert, ist eine schwere und recht verwickelte Frage. Es ist aber nicht nötig, diese Frage zu beantworten, wenn wir nur Transaktionen zwischen Versicherungsgesellschaften betrachten. Unter den Transaktionen, in denen alle Teilnehmer Versicherungsgesellschaften sind, sind die Rückversicherungsverträge von besonderer Bedeutung.

Wir werden darum die Rückversicherung besonders studieren. Die Rückversicherung bildet eine natürliche Einleitung in die wirtschaftliche Theorie der Versicherung.

10. Wir betrachten jetzt n Versicherungsgesellschaften. Für Gesellschaft i ($i = 1, 2 \ldots n$) nehmen wir an:

(i) Die Gesellschaft hält ein Portefeuille von kurzfristigen Versicherungsverträgen. Die Summe der Auszahlungen unter diesen Verträgen ist eine zufällige Variable x_i mit der Verteilung $F_i(x_i)$.

(ii) Für die genannten Auszahlungen disponiert die Gesellschaft über eine Geldsumme S_i.

Die Gesellschaft ist solvent, so dass

$$S_i > \int_0^\infty x \, dF_i(x) .$$

(iii) Die Gesellschaft hat eine rationelle Risikopolitik, die durch eine Nutzenfunktion $u_i(x)$ repräsentiert werden kann.

In dieser Ausgangslage hat die Gesellschaft den Nutzen

$$U_i(x) = \int_0^\infty u_i(S_i - x) \, dF_i(x) .$$

11. Wir werden jetzt die möglichen Rückversicherungsordnungen untersuchen. Eine ganz allgemeine kollektive Rückversicherungsordnung kann durch die folgenden n Funktionen beschrieben werden:

$y_i = y_i(x_1 \ldots x_n)$ = die Summe, die die Gesellschaft i zu bezahlen hat, wenn die Auszahlung in den n ursprünglichen Portefeuilles $x_1 \ldots x_n$ sind.

Die Gesamtsumme der Auszahlungen ist natürlich von der Rückversicherung unabhängig, so dass die Bedingung

$$\sum_{i=1}^n y_i = \sum_{i=1}^n x_i \qquad \text{erfüllt ist.}$$

Wenn die Gesellschaften keine Rückversicherungsverträge eingehen, haben wir natürlich $y_i = x_i$ für alle i.

Die allgemeine Ordnung wird Gesellschaft i den folgenden Nutzen geben

$$U_i(y) = \int_R u_i(S_i - y_i)\, dF(x_1 \ldots x_n).$$

Hier ist die Integration über den ganzen positiven Orthant R zu nehmen.

12. Zweck der Rückversicherung ist es, den Nutzen der teilnehmenden Gesellschaften zu vergrössern.

Wir nehmen demzufolge an, dass eine Rückversicherungsordnung $y = \{y_1 \ldots y_n\}$ nur in Betracht kommt, wenn sie die folgenden zwei Bedingungen erfüllt:

(i) Für jede i haben wir

$$U_i(y) > U_i(x).$$

Diese Bedingung sagt aus, dass eine Gesellschaft nur an einer Ordnung teilnimmt, wenn sie der Gesellschaft einen grösseren Nutzen gibt, d.h. *individuell* handeln die Gesellschaften rationell.

(ii) Es gibt kein $\bar{y}$, so dass

$$U_i(\bar{y}) > U_i(y) \quad \text{für alle } i.$$

Diese Bedingung besagt, dass die Gesellschaften *kollektiv* rationell handeln, so dass sie nicht in eine Ordnung einwilligen, wenn eine andere Ordnung existiert, die für alle Gesellschaften vorteilhafter ist.

Die Rückversicherungsordnungen, die diese zwei Bedingungen erfüllen, werden wir die Menge von *Pareto-optimalen* Ordnungen nennen.

13. Es ist möglich zu zeigen, dass die Funktionen, welche Bedingung (ii) erfüllen, durch die folgenden Beziehungen gegeben sind

$$\frac{dy_i(x)}{dx} = \frac{\dfrac{k_i}{u_i''(S_i - y_i)}}{\displaystyle\sum_{j=1}^{n} \frac{k_j}{u_j''(S_j - y_j)}},$$

$$k_i u_i'(S_i - y_i) = k_j u_j'(S_j - y_j).$$

Hier sind $x = \sum x_i$ die Gesamtauszahlungen und $k_1 \ldots k_n$ willkürliche positive Konstanten, die eine Normierungsbedingung $\sum k_i = 1$ erfüllen.

Wir werden hier keinen Beweis dieses Satzes geben. Der Satz ist in einer anderen Arbeit [2] bewiesen; übrigens folgt er als Sonderfall eines bekannten Theorems von Kuhn und Tucker [5] und kann auch direkt von einem einfacheren Satz von Farkas [4] abgeleitet werden.

14. Da $y_1 \ldots y_n$ Funktionen der einzigen Variablen x sind, folgt, dass die optimale Rückversicherungsordnung mit einer Poolordnung äquivalent ist. Sind die gesamten Auszahlungen des Pools x, soll Gesellschaft i die Summe $y_i(x)$ bezahlen. Für den Eintritt in diese Poolordnung bezahlt Gesellschaft i die «Prämie» $y_i(0)$, die positiv oder negativ sein kann.

Unsere Lösung ist noch unbestimmt, da die Konstanten $k_1 \ldots k_n$ willkürlich gewählt werden können. Wir müssen uns darum vorstellen, dass die endgültige Rückversicherungsordnung durch zwei Schritte erreicht wird:

(i) Die Gesellschaften einigen sich, rationell zu handeln und eine Pareto-optimale Ordnung zu treffen.

(ii) Durch Verhandlungen bestimmen die Gesellschaften die Werte der Konstanten $k_1 \ldots k_n$.

Es ist leicht zu sehen, dass die Ordnung für Gesellschaft i um so vorteilhafter ist, je kleiner k_i ausfällt.

15. Um diese Beziehungen klarer zu machen, werden wir einen Sonderfall betrachten.

Nehmen wir an, dass die Nutzenfunktion die folgende Form hat:

$$u_i(x) = x - a_i x^2.$$

Der Nutzen der Gesellschaft i in der Ausgangslage drückt sich dann durch

$$U_i(x) = \int_0^\infty \left\{(S_i - x) - a_i (S_i - x)^2\right\} dF_i(x) = (S_i - E_i) - a_i (S_i - E_i)^2 - a_i V_i$$

aus, wobei E_i und V_i Mittelwert und Varianz der Verteilung $F_i(x)$ sind.

Wir finden weiter

$$\frac{dy_i(x)}{dx} = \frac{\dfrac{k_i}{a_i}}{\sum \dfrac{k_j}{a_j}} = q_i$$

und
$$y_i(x) = q_i x + q_i \sum_{j=1}^{n} \left(\frac{1}{2a_j} - S_j \right) - \left(\frac{1}{2a_i} - S_i \right)$$
oder
$$y_i(x) = q_i x + q_i A - A_i .$$

Die Pareto-optimale Ordnung erfordert, dass Gesellschaft i eine Quote q_i von den Gesamtauszahlungen deckt und eine Prämie
$$y_i(0) = q_i \sum_{j=1}^{n} \left(\frac{1}{2a_j} - S_j \right) - \left(\frac{1}{2a_i} - S_i \right) = q_i A - A_i$$
bezahlt.

Diese Ordnung wird der Gesellschaft i den folgenden Nutzen geben:
$$U_i(y) = \left(\frac{1}{2a_i} - q_i A - q_i E \right) - a_i \left(\frac{1}{2a_i} - q_i A - q_i E \right)^2 - a_i q_i^2 V .$$
Hier sind E und V Mittelwert und Varianz der zufälligen Variablen $x = \sum x_i$.

Wir haben
$$E = \sum_{j=1}^{n} E_j$$
und, wenn $x_1 \ldots x_n$ stochastisch unabhängig sind, auch
$$V = \sum_{j=1}^{n} V_j .$$
Es ist klar, dass die Gesellschaften hier über die Werte $q_1 \ldots q_n$ verhandeln müssen.

16. Es scheint natürlich, unser Problem mit Hilfe der allgemeinen Spieltheorie anzugreifen. Wir wissen jedoch, dass diese Theorie uns keine bestimmte Lösung geben wird, ohne dass wir *weitere Annahmen* machen. Es gibt viele solche Annahmen, die möglich sind, und sie führen zu verschiedenen bestimmten Lösungen. Indessen gilt für alle Annahmen, dass sie etwas über das Verhandlungsverfahren der Gesellschaften aussagen müssen. Wir brauchen Anhaltspunkte darüber, wie die Gesellschaften locken und drohen und wie sie «Koalitionen» bilden, um während der Verhandlungen zusammenzuarbeiten.

Wir werden diese allgemeine Frage nicht studieren, sondern wir wollen eine einfache Annahme suchen, die uns etwas Ähnliches wie den klassischen Preismechanismus geben kann.

17. Unsere erste Schwierigkeit liegt darin, dass es in unserem Markte keinen natürlichen Preisbegriff gibt. Im Rückversicherungsmarkte wird Rückversicherungsdeckung gekauft und verkauft und Bargeld dafür bezahlt, aber eine natürliche Einheit gibt es nicht.

Es scheint, dass ein vernünftiger Preisbegriff eine Transformation einer Wahrscheinlichkeitsverteilung sein muss, d.h. es gibt eine Transformation $P(F)$, derart dass man im Markte die Geldsumme $P(F)$ bezahlen muss, um für ein Portefeuille mit Verteilung $F(x)$ Deckung zu erhalten. Wenn man von einem Marktpreis für Rückversicherung spricht, scheint man an so eine Transformation zu denken.

Betrachten wir jetzt zwei unabhängige zufällige Variablen x und y mit Verteilungen $F_1(x)$ und $F_2(y)$. Die Faltung dieser beiden Verteilungen, $F(z)$, ist die Verteilung von $z = x + y$.

Jetzt verlangen wir, dass unsere Transformation die folgende Bedingung erfüllen soll

$$P(F) = P(F_1) + P(F_2)\,.$$

Diese Bedingung fordert nur, dass man denselben Betrag bezahlen muss, ob eine Rückversicherung in einer oder zwei Transaktionen geordnet wird.

Man kann zeigen, dass alle stetigen Transformationen, die diese Bedingung erfüllen, von der folgenden Form sein müssen:

$$P(F) = \sum_{n=1}^{\infty} p_n \varkappa_n\,.$$

Hier sind $p_1, p_2 \ldots$ Konstanten, und $\varkappa_n$ ist die n-te Kumulante von $F(x)$.

Als eine Stetigkeitsbedingung verlangen wir weiter, dass $p_1 = 1$. Ohne diese Bedingung wird der degenerierte Fall $[F(x) = \varepsilon(x-a)]$ sinnlos.

18. In dem Beispiel, das wir oben betrachtet haben, sind natürlich nur die zwei ersten Kumulanten von Bedeutung. Die höheren Kumulanten haben gar keine Wirkung auf die Nutzenfunktionen und müssen daher einen Null-Preis haben, d.h. $p_j = 0$ für $j > 2$.

In diesem Beispiel wird somit der Preisbegriff

$$P(F) = E + pV.$$

Dieser Preisbegriff ist schon von mehreren Verfassern auf intuitiver Grundlage aufgestellt worden.

Es scheint, dass wir jetzt annehmen können, ein Marktpreis dieser Form sei gegeben und jede Versicherungsgesellschaft entscheide, wie sie zu diesem Preise Rückversicherung kaufen und verkaufen will. Diese Annahme führt jedoch bald zu Schwierigkeiten, und man kann zeigen, dass dieses Verfahren keine Pareto-optimale Situation ergeben kann [3].

Die Ursache versteht man vielleicht am besten, wenn man den Marktwert der «Güter» vor und nach den Transaktionen betrachtet.

In der Ausgangslage ist dieser Wert

$$\sum (E_i + p V_i) = E + p V.$$

Nach einer Pareto-optimalen Rückversicherungsordnung ist der Wert

$$\sum (q_i E + p q_i^2 V_i) = E + p \sum q_i^2 V_i .$$

In der Theorie der klassischen Märkte ist der Gesamtwert aller Güter natürlich eine Invariante.

19. Arrow [1] hat gezeigt, dass es mit einem ganz anderen Preisbegriff möglich ist, den klassischen Preismechanismus zu retten.

In unserem Falle kann der Preisbegriff von Arrow wie folgt eingeführt werden:

Es existiert eine Preisfunktion $P(x)$ gleich der Geldsumme, die man im Markt bezahlen muss, um sicher eine Geldeinheit zu erhalten, wenn die gesamten Auszahlungen der Gesellschaften gleich x sind. Diese Funktion bildet ein vollständiges Preissystem, und wenn sie gegeben ist, kann jede Versicherungsgesellschaft entscheiden, wie sie Rückversicherungsdeckung kaufen und verkaufen muss, um ihren Nutzen zu maximieren.

Arrow hat gezeigt, dass eine solche Funktion $P(x)$ existiert, die als Gleichgewichtspreis betrachtet werden kann, d.h. für diese Funktion sind unter freier Konkurrenz Angebot und Nachfrage einander gleich. Weiter hat Arrow gezeigt, dass der Markt unter freier Konkurrenz an einer Pareto-optimalen Lage zur Ruhe kommt, falls diese Gleichgewichtsfunktion gegeben ist.

In unserem Beispiel kann man einen expliziten Ausdruck für die Preisfunktion angeben. Man hat:

$$P(x) = f(x) \frac{x + A}{E + A} .$$

20. Der Arrow-Preis bietet uns die einzige Möglichkeit, eine Theorie des Rückversicherungsmarktes im Rahmen der klassischen Gleichgewichtsanalyse zu bilden. Glaubt man, dass die Versicherungsgesellschaften so handeln, als ob ein Arrow-Preis existiere, hat man eine bestimmte Lösung, die ganz befriedigend ist. Glaubt man dies nicht, muss man andere Annahmen über das Handeln der Gesellschaften machen.

Literaturverzeichnis

[1] *Arrow, K.:* Le rôle des valeurs boursières pour la répartition la meilleure des risques, *Colloques Internationaux du CNRS XL* Paris 1953, pp. 41—48.

[2] *Borch, K.:* The Safety Loading of Reinsurance Premiums, *Skandinavisk Aktuarietidsskrift* 1960, pp. 163–184.

[3] – Equilibrium in a Reinsurance Market, *Econometrica* 1962, pp. 424–444.

[4] *Farkas, J.:* Über die Theorie der einfachen Ungleichungen, *Journal für die reine und angewandte Mathematik* 1901, pp. 1–27.

[5] *Kuhn, H.W.,* und *A.W. Tucker:* Nonlinear Programming, *Proceedings of the Second Berkely Symposium,* Berkely 1951, pp. 481–492.

[6] *Neumann, J. von,* und *O. Morgenstern: Theory of Games and Economic Behavior,* Princeton 1944.

[7] *Walras, L.: Eléments d'Economie Politique Pure,* Lausanne 1877.

Résumé

La théorie de l'économie analyse l'incidence de l'offre et de la demande sur les prix. Dans la présente étude, l'auteur cherche à généraliser ces concepts en vue de leur application à l'assurance.

L'évolution de l'offre dépend de l'objectif du producteur. En économie, il est généralement admis que la recherche d'un gain maximum constitue le premier objectif de tout producteur. Cette conception ne peut s'appliquer à une entreprise d'assurances, car le gain présente ici le caractère d'une variable aléatoire. Cependant, il est possible de généraliser la notion d'objectif en faisant appel à la notion d'utilité introduite par von Neumann et Morgenstern.

L'auteur applique cette notion au marché de la réassurance et démontre notamment l'existence des états d'équilibre optimum de Pareto. Il n'existe, par contre, pas de mécanismes simples des prix permettant de faire converger le marché vers l'un de ces états.

Summary

Economic theory explains how supply and demand together determine prices. In this paper the author seeks to generalize these concepts so that they can be applied to insurance.

A producer's supply curve depends on his objective, and in economic theory it is usually assumed that the objective is profit-maximization. This cannot be applied to an insurance company, since profit here is a stochastic variable. However, a more general objective can be defined by introducing the utility concept of von Neumann and Morgenstern.

The author applies this concept to the reinsurance market, and shows that Pareto-optimal equilibrium states exist. There is however no simple price mechanism which can lead the market to any of these states.

Riassunto

La teoria economica spiega come l'offerta e la domanda simultanee determinano i prezzi. Nel presente trattato l'autore cerca di applicare questo concetto all'assicurazione.

La curva dell'offerta di un produttore dipende dall'obbiettivo fissato. Nella teoria economica per lo più si suppone di cercare il massimo di beneficio. Per una compagnia di assicurazione ciò è impossibile siccome il beneficio è una variabile aleatoria. Con l'ausilio del concetto utilitario di von Neumann e Morgenstern è tuttavia possibile di definire un obbiettivo delle compagnie di assicurazione.

Con questo concetto l'autore sviluppa una teoria per i mercati riassicurativi. Egli mostra che in tali mercati esistono gli stati di equilibrio ottimali del Pareto. Tuttavia manca il semplice meccanismo di prezzi che può portare il mercato in un tale stato.