Zeitschrift: Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker = Bulletin / Association des Actuaires Suisses = Bulletin / Association of Swiss Actuaries

Herausgeber: Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker

Band: 63 (1963)

Artikel: Établissement de tables actuarielles cohérentes

Autor: Melchner, Jean-Pierre

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-966931

Etablissement de tables actuarielles cohérentes

Par Jean-Pierre Melchner, Lausanne [1])

Résumé

L'auteur étudie la question du nombre de décimales à prendre pour les grandeurs fondamentales entrant dans l'élaboration d'un tarif. L'influence des incertitudes contenues dans la dernière décimale de ces grandeurs sur celle des valeurs actuarielles qui en découlent est amplement expliquée.

A. Définition

Lorsque l'actuaire doit établir un tarif, il commence par choisir des bases techniques. Celles de premier ordre contiennent une marge de sécurité, car il doit prévoir à longue échéance des événements plus ou moins aléatoires; celles de second ordre, utilisées pour la répartition du bénéfice notamment, cernent la réalité de plus près. S'il se base dans son choix sur des observations, le travail qui lui incombe ensuite est l'ajustement des valeurs observées, afin de donner plus de régularité dans les calculs; cette opération amène forcément certains écarts par rapport aux observations, mais nous laisserons cette question de côté.

Après avoir franchi ces deux étapes très importantes de l'élaboration d'un tarif, l'actuaire doit adapter les bases techniques ainsi obtenues au calcul des primes et des réserves mathématiques. Comme un très grand nombre de facteurs peut entrer en ligne de compte (mortalité des actifs, des invalides, probabilités annuelles d'invalidité, sexe, âge),

---

[1]) D'après un rapport présenté à Lausanne, le 13 octobre 1962, lors de l'assemblée générale ordinaire de l'Association des Actuaires suisses.

on commence par dresser des tables fondamentales: ordre des actifs, des invalides, simples ou composés, commutations diverses, valeurs actuelles, ceci pour simplifier les calculs. Nous nous posons alors la question suivante: combien de décimales ou de chiffres significatifs devons-nous prendre?

Nous désirons avoir la plus grande régularité et la plus grande précision possibles dans nos tables, c'est-à-dire que nous voulons prendre assez de décimales ou de chiffres significatifs pour ne pas avoir des sauts irréguliers, mais nous voudrions éviter de nous encombrer de décimales qui ne refléteraient rien de réel, parce qu'elles dépassent la précision normale que peuvent fournir nos observations.

Entre ces deux tendances opposées, il nous faut adopter une position intermédiaire qui conduise à une régularité et une précision suffisantes et évite les décimales inutiles.

Posons pour principe que notre désir est de pouvoir calculer au franc près la prime annuelle d'une assurance de capital de fr. 100 000 et le capital constitutif d'une rente de fr. 1000.

Il faut premièrement dresser un système cohérent de tableaux; il est entendu par là que ces tableaux devront être compatibles les uns avec les autres. Nous partirons de l'hypothèse que les probabilités de départ sont affectées d'une incertitude qui atteint au maximum une demi-unité du dernier ordre décimal. Le système de tableaux précité sera établi de telle manière que le dernier chiffre significatif retenu soit affecté d'une incertitude qui, dans la règle, ne devra pas dépasser une demi-unité de son ordre décimal. Bien entendu, il n'est peut-être pas toujours possible de satisfaire aux conditions indiquées dans toute l'étendue des tableaux. Aussi adopterons-nous pour principe de ne pas changer trop souvent et sans nécessité absolue le nombre de décimales données dans une suite de valeurs.

B. Applications

Maintenant que nous avons défini ce qu'il fallait entendre par cohérence dans un système de tableaux, appliquons cette définition à quelques séries de valeurs relatives à l'assurance sur la vie dans la table TG 1953. Ce sont donc des bases de premier ordre pour l'assurance de capitaux (groupes) établies au taux de $2\frac{1}{2}\%$.

1° Probabilités annuelles de vie

On a ajusté le logarithme de la probabilité annuelle de vie au moyen d'un polynôme du quatrième degré entre 15 et 65 ans, puis par la loi de Makeham dès 65 ans. Comme nous désirons avoir p_x avec 5 décimales exactes, donc une incertitude sur cette quantité inférieure à 0,000 005, en vertu des principes énoncés précédemment, il convient de calculer $\log p_x$ avec 6 décimales exactes au moins, c'est-à-dire que l'incertitude absolue sur $\log p_x$ devra être au maximum de 0,000 000 5.

On a donc:

$$-10^6 \log p_x = a + b\left(\frac{x}{100}\right) + c\left(\frac{x}{100}\right)^2 + d\left(\frac{x}{100}\right)^3 + e\left(\frac{x}{100}\right)^4,$$

où

$$0{,}15 \leqq \frac{x}{100} \leqq 0{,}65$$
$$0{,}0225 \leqq \left(\frac{x}{100}\right)^2 \leqq 0{,}4225$$
$$0{,}003\,375 \leqq \left(\frac{x}{100}\right)^3 \leqq 0{,}274\,625$$
$$0{,}000\,506\,25 \leqq \left(\frac{x}{100}\right)^4 \leqq 0{,}178\,506\,25$$

$-10 \log p_x$ doit être donné à $\pm 0{,}5$. On peut donc calculer chaque terme du polynôme avec une décimale au maximum, puis arrondir. Il est inutile de prendre les coefficients du polynôme avec plus d'une décimale, car leur influence ne s'étend pas jusqu'au premier ordre décimal, vu que les puissances positives successives de $\frac{x}{100}$ sont inférieures à 1, dans le domaine considéré.

Si $\log p_x = a + bc^x = \log s + (c-1)\, c^x \log g$ (Loi de Makeham) où c, g, s sont les constantes de Makeham, et pour $c = 1{,}11$

$$66 < x < 88 \qquad 1\,000 < c^x < 10\,000$$
$$88 < x < 110 \qquad 10\,000 < c^x < 100\,000$$

Le calcul de l'incertitude pouvant entrer en ligne de compte dans cette formule montre qu'il faut prendre $\log s$ avec 7 décimales, $\log g$ avec 8 (ou même vers la fin de la table 9) décimales. Quant à c^x, il faut le donner avec 3 décimales exactes, c'est-à-dire que l'incertitude absolue touchant cette quantité sera au maximum 0,000 5. On devra donc calculer c^x avec 7 ou 8 chiffres significatifs. Une table à 8 ou 9 décimales est donc nécessaire pour le calcul par logarithmes.

2º Ordre des vivants

Connaissant les probabilités annuelles de vie, il nous est possible d'en déduire l'ordre des vivants par la formule bien connue

$$l_x = l_{x-1}\, p_{x-1}$$

Nous partons de $l_{15} = 100\,000$ (donné) et nous supposons que l'incertitude affectant p_x est inférieure à 0,000 005, puisque nous avons calculé 5 décimales exactes. Désignons par p_x et l_x les valeurs de la table, p_x^* et l_x^* les valeurs exactes, et p_x' et l_x' les incertitudes affectant les valeurs exactes. On a immédiatement:

$$l_{16} = l_{15}^* (p_{15}^* + p_{15}') = 100\,000\,(0{,}997\,62 \pm 0{,}000\,005) = 99\,762 \pm 0{,}5 .$$

Donc $|\varepsilon| \leqq 0{,}5$. On voit clairement que si on était parti de $l_{15} = 1\,000\,000$ le dernier chiffre de l_{16} serait incertain, faux même. Bien évidemment, il pourrait sembler plus simple de partir de $l_x = 10\,000$, mais alors la régularité que nous recherchons ne serait pas atteinte.

Pour calculer les valeurs suivantes, on doit effectuer un produit de 2 facteurs de 5 chiffres significatifs chacun. Pour une valeur quelconque de la table, on aurait:

$$\begin{aligned} l_x &= (l_{x-1}^* + l_{x-1}')\,(p_{x-1}^* + p_{x-1}') \\ &= l_{x-1}^*\, p_{x-1}^* + l_{x-1}^*\, p_{x-1}' + l_{x-1}'\, p_{x-1}^* + l_{x-1}'\, p_{x-1}' . \end{aligned}$$

$l_{x-1}^*\, p_{x-1}^*$ représente la valeur exacte, donc l_x^*. $l_{x-1}'\, p_{x-1}'$ est une quantité négligeable par rapport à $l_{x-1}^*\, p_{x-1}' + l_{x-1}'\, p_{x-1}^*$, finalement l'erreur contenue dans le produit est approximativement égale à $l^*\, p' + l'\, p^*$. En valeur absolue on a donc

$$|\varepsilon| \leqq l^* |p'| + |l'|\, p^* .$$

Examinons les composantes de cette erreur. $p_x < 1$, mais diminue lentement; en effet, il faut parcourir la table jusqu'à l'âge

$$\begin{aligned} x &= 78 \quad \text{pour que} \quad & p_x &= 0{,}9 \\ x &= 85 & p_x &= 0{,}8 \\ x &= 90 & p_x &= 0{,}7 \\ x &= 96 & p_x &= 0{,}5 \end{aligned}$$

$l_x < 100\,000$ si $x > 15$; la quantité l_x décroît tout d'abord lentement, puis de plus en plus rapidement.

En effet

$$l_{46} = 90\,000 \quad l_{57} = 80\,000 \quad l_{63} = 70\,000 \quad l_{68} = 60\,000 \ \ldots \ l_{85} = 10\,000$$

Il faut donc s'attendre à ce que l'incertitude absolue sur l_x soit assez élevée au début de la table, puis diminue pour les âges avancés.

Par exemple:

$$x = 61\,, \quad l_{61} = l_{60}\,p_{60} = 75\,929 \cdot 0{,}977\,38 \approx 74\,211\,,$$
$$|\varepsilon| \leqq 0{,}38 + 0{,}49 = 0{,}87\,.$$

En arrondissant à l'unité supérieure ou inférieure pour obtenir 74 211, on introduit une incertitude supplémentaire $\leqq 0{,}5$.

D'où $|\varepsilon| < 1{,}4$. Il semble donc que le dernier chiffre de l_{61} soit peu sûr, mais ce 1 fixe tout de même mieux les idées qu'un zéro, qui proviendrait de la suppression du dernier chiffre significatif. Le fait de trouver $|\varepsilon| < 1{,}4$ peut sembler bizarre, parce qu'il est contraire à l'hypothèse que nous avons faite concernant l'_x. D'autre part, on pourra aussi nous reprocher de ne pas avoir tenu compte du fait que, dans le calcul de proche en proche, l'incertitude maximum sur une valeur de l_x a une influence sur celle de la valeur suivante. Bien entendu, mais en procédant ainsi, nous serions rapidement conduits à des calculs peu aisés et surtout peu pratiques. Les incertitudes auxquelles nous serions alors conduits auraient des chances infimes de se réaliser. Aussi avons-nous préféré émettre l'hypothèse pratique que nous avons employée et que nous allons justifier. $|\varepsilon| < 1{,}4$ est une incertitude maximum, calculée avec les valeurs absolues; or, on sait que le maximum de l'incertitude ne se produit que dans des cas plutôt exceptionnels et qu'il a donc très peu de chances de se réaliser. Souvent aussi, l' et p' sont bien inférieurs aux maxima que nous avons envisagés. D'autre part, des compensations se produisent si l' et p' sont de signes opposés et il y a par conséquent une probabilité élevée que l'incertitude sur le produit $l_x = l_{x-1}\,p_{x-1}$ soit bien plus petite que le maximum fixé.

Il est difficile d'estimer les compensations qui se produisent dans la suite des l_x, à moins de disposer d'une formule analytique pour calculer l'ordre des vivants. Par exemple, la table TG 1953 suit la loi de Makeham dès 65 ans:

$$\log l_{65+t} = \log l_{65} + t \log s + c^{65}\,(c^t - 1) \log g\,.$$

On verrait, en calculant les l_x au moyen de cette formule, que notre hypothèse est justifiée, car l'approximation qu'elle donne est bonne. Calculons maintenant l'incertitude sur l_{86}:

$$l'_{86} \leqq l^*_{85}\, p'_{85} + l'_{85}\, p^*_{85} = 10\,452 \cdot 0{,}000\,005 + 0{,}5 \cdot 0{,}803\,17$$
$$= 0{,}052 + 0{,}402 < 0{,}46,$$

à quoi nous devons ajouter l'erreur introduite en arrondissant, soit au maximum 0,5, donc finalement $l_{86} = 8\,395 \pm 0{,}96$. On ne peut pas garantir le dernier chiffre de l_{86}, par conséquent l'erreur est encore trop grande pour introduire une décimale.

L'analyse du calcul ci-dessus montre que cela provient du fait que p_x reste longtemps grand. Vers la fin de la table, une décimale est peut-être justifiée, mais toutefois son impression amène un décrochement dans la colonne et complique ainsi la présentation du tableau de même que sa lecture.

3° Ordre des décès

Le nombre des décès entre l'âge x et l'âge $x+1$ peut se calculer au moyen de deux formules:

$$d_x = l_x\, q_x,$$
$$d_x = l_x - l_{x+1}.$$

La seconde formule nous semble être la plus pratique car elle ne pose aucun problème en ce qui concerne l'approximation, et il se peut qu'en employant la première formule et en arrondissant la valeur obtenue, on n'obtienne pas toujours le même résultat qu'avec la seconde formule. Il faudrait alors faire une convention spéciale sur la manière d'arrondir. De plus, au cas où les deux formules ne conduiraient pas au même résultat, une personne qui consulterait la table pourrait se demander s'il n'y a pas une faute de calcul.

4° Les nombres de commutation

Commençons par les commutations de premier ordre et examinons tout d'abord le cas de ce nombre fondamental qu'est $D_x = v^x\, l_x$; il résulte de la combinaison du taux de l'intérêt auquel on calcule la table (contenu dans v^x) et de la mortalité (contenue dans l_x).

Comment varient ces deux quantités en fonction de x?

$$
\begin{array}{ll}
v^4 = 0{,}9 & l_{46} = 90\,000 \\
v^9 = 0{,}8 & l_{57} = 80\,000 \\
v^{28} = 0{,}5 & l_{71} = 50\,000 \\
v^{93} = 0{,}1 & l_{85} = 10\,000
\end{array}
$$

Ce tableau nous montre que v^x décroît rapidement au début, puis plus lentement, alors que l_x décroît lentement au début de la table, puis de plus en plus rapidement. Sur la base de ces constatations, analysons comme nous l'avons fait précédemment l'incertitude sur D_x, en reprenant les mêmes hypothèses concernant les erreurs sur l_x et v^x, à savoir qu'elles ne dépassent pas la moitié du dernier chiffre significatif.

$$
\begin{aligned}
v^x &= a^* + a', \\
l_x &= b^* + b',
\end{aligned}
$$

où le symbole avec astérisque désigne la valeur exacte, celui avec $'$ l'incertitude absolue. On a comme précédemment

$$|\varepsilon| \leqq a^* |b'| + b^* |a'|.$$

Commençons par supposer que l_x est donné en nombres entiers ($|b'| \leqq 0{,}5$), et v^x avec 5 décimales ($|a'| \leqq 0{,}000\,005$) et calculons l'erreur sur D_x:

$$
\begin{aligned}
x = 50:\ |\varepsilon| &\leqq 0{,}3 \cdot 0{,}5 + 88\,000 \cdot 0{,}000\,005 = 0{,}15 + 0{,}44 < 0{,}6 \\
x = 85:\ |\varepsilon| &\leqq 0{,}13 \cdot 0{,}5 + 10\,500 \cdot 0{,}000\,005 = 0{,}065 + 0{,}052 < 0{,}12 \\
x = 95:\ |\varepsilon| &\leqq 0{,}1 \cdot 0{,}5 + 280 \cdot 0{,}000\,005 = 0{,}05 + 0{,}001\,4 < 0{,}052
\end{aligned}
$$

On constate, d'après le calcul qui précède, qu'une décimale est justifiée dès 85 ans environ, mais jamais deux. Entre 15 et 85 ans, la grandeur de $|\varepsilon|$ est due surtout au second terme, car la valeur de l_x est longtemps grande; comment alors diminuer sensiblement le second terme de cette incertitude? En prenant v^x avec une décimale de plus, ($|a'| \leqq 0{,}000\,000\,5$), ce qui peut s'obtenir facilement au moyen de n'importe quelle table financière. Le produit $b^* |a'|$ est alors dix fois plus petit pour toutes les valeurs de x et les incertitudes sur D_x deviennent

$$
\begin{aligned}
\text{à 50 ans: } |\varepsilon| &\leqq 0{,}15 + 0{,}044 < 0{,}2 \\
\text{à 85 ans: } |\varepsilon| &\leqq 0{,}065 + 0{,}005\,2 < 0{,}075 \\
\text{à 95 ans: } |\varepsilon| &\leqq 0{,}05 + 0{,}000\,1 \approx 0{,}05
\end{aligned}
$$

Ainsi donc, à partir de 60 ans, on peut donner D_x avec 1 décimale, sans pour autant calculer les l_x avec une décimale. L'avantage important que présente le fait de prendre v^x avec 6 décimales est évident. Il est aussi clair que l'incertitude finale sur les D_x peut être augmentée parce qu'on arrondit, mais cette augmentation est au maximum de 0,5 lorsque les D_x sont entiers et de 0,05 lorsqu'ils sont donnés avec 1 décimale.

Complétons ces remarques en ajoutant qu'une seconde décimale peut à la rigueur être indiquée vers la fin de la table, mais en aucun cas une troisième, car le premier terme de l'erreur $a^* |b'|$ ne descend pas au-dessous de 0,01.

Le nombre de commutation qui nous intéressera maintenant est

$$N_x = \sum_{t=0}^{\omega-x} D_{x+t}.$$

Nous savons que la sommation s'effectue en remontant depuis la fin de la table, mais il est difficile de circonscrire avec précision les limites de l'incertitude; ce qui est certain, c'est que

$$\left| \sum_{t=0}^{\omega-x} D'_{x+t} \right| \leqq \sum_{t=0}^{\omega-x} \left| D'_{x+t} \right|.$$

Mais, comme les N_x croissent rapidement lorsqu'on remonte dès la fin de la table, l'erreur relative contenue dans ces nombres est faible, et cela seul importe, car N_x apparaît au numérateur d'un quotient. En effet, l'incertitude relative sur un quotient est égale à la somme des incertitudes relatives sur le numérateur et sur le dénominateur. Nous démontrerons cette proposition en examinant le cas de la rente viagère, exemple typique du quotient. Il est aussi clair que dans les additions successives des D_x des compensations se produisent, et par conséquent la probabilité est grande que les incertitudes absolues sur N_x soient bien inférieures aux maxima indiqués précédemment. Il est quelquefois possible de se rendre compte des compensations, par exemple, lorsque la table de mortalité suit une loi analytique; pour le cas particulier de la loi de Makeham on a alors

$$N_x = \sum_{t=0}^{\omega-x} D_{x+t} = \sum_{t=0}^{\omega-x} v^{x+t}\, l_{x+t} = \sum_{t=0}^{\omega-x} v^{x+t}\, k\, s^{x+t}\, g^{c^{x+t}}$$

$$= k v^x s^x \sum_{t=0}^{\omega-x} (vs)^t\, (g^{c^x})^{c^t} = k\, 10^{x \log vs} \sum_{t=0}^{\omega-x} 10^{t \log vs}\, 10^{c^t\, c^x \log g}$$

$$= k\, 10^{-xh} \sum_{t=0}^{\omega-x} 10^{-(th+\lambda c^t)},$$

si l'on pose $h = -\log(vs)$,

$\lambda = -c^x \log g$,

c, g, s, étant bien entendu les constantes de Makeham.

Une étude semblable peut être faite pour les nombres S_x, C_x, M_x et R_x. Il en ressort notamment que les deux derniers chiffres significatifs de S_x sont loin d'être garantis et que la précision des nombres C_x est faible, car $d_x < l_x$. Il va de soi que cette faible précision des nombres C_x se reporte dans leur somme M_x, et dans la somme des M_x, à savoir R_x.

5° La rente viagère

Après avoir calculé nos tables de commutations, nous attaquons le problème des valeurs actuarielles en commençant par celle de la rente

$$\ddot{a}_x = \frac{N_x}{D_x}.$$

Comme précédemment, nous poserons: $N_x^* + N_x' = N_x$,

$D_x^* + D_x' = D_x$,

$$\ddot{a}_x = \frac{N_x^* + N_x'}{D_x^* + D_x'}.$$

L'erreur devient alors:

$$|\varepsilon| = \frac{N_x^* + N_x'}{D_x^* + D_x'} - \frac{N_x^*}{D_x^*} = \frac{N_x' D_x^* - N_x^* D_x'}{(D_x^* + D_x')\, D_x^*} = \frac{1}{D_x}\,(N_x' - \ddot{a}_x D_x').$$

L'approximation réside dans le fait qu'on pose $\dfrac{N_x^*}{D_x^*} = \ddot{a}_x$.

Pour trouver l'incertitude relative, divisons par $\ddot{a}_x$, il vient

$$\varepsilon_r = \frac{N_x'}{D_x\, \ddot{a}_x} - \frac{D_x'}{D_x} = \frac{N_x'}{N_x} - \frac{D_x'}{D_x}.$$

Nous voyons dans cette formule la démonstration de ce que nous énoncions précédemment, à savoir que l'erreur relative maximum sur un quotient est égale à la somme des incertitudes relatives sur chacun de ses termes.

$$|D'_x| \leqq 1 \quad \text{et} \quad |N'_x| \leqq 10 \quad \text{si } x < 60,$$

$$|D'_x| \leqq 0{,}1 \quad \text{et} \quad |N'_x| \leqq 1 \quad \text{si } x \geqq 60.$$

Comme il faut prendre le maximum de l'incertitude *en valeur absolue:*

$$\frac{1}{D_x}(10 + \ddot{a}_x) \quad \text{si } x < 60,$$

$$\frac{1}{D_x}(1 + 0{,}1\,\ddot{a}_x) \text{ si } x \geqq 60.$$

x	$\lvert\varepsilon\rvert$	x	$\lvert\varepsilon\rvert$
15	0,000 6	60	0,000 13
20	0,000 6	70	0,000 19
30	0,000 8	80	0,000 46
40	0,000 9	85	0,001 1
50	0,001 1	90	0,004 4
59	0,001 3		

Les calculs précédents nous montrent que dès 85 ans la troisième décimale de $\ddot{a}_x$ est peu sûre, il convient donc de ne plus calculer la rente au moyen des commutations. Comme la table TG 1953 suit la loi de Makeham, on peut calculer la rente par la formule suivante:

$$\ddot{a}_{100} = 10^{\lambda} \sum_{\tau=0}^{\infty} 10^{-(\tau h + \lambda c^{\tau})}$$

avec $h = -\log(vs) = 0{,}014\,376\,6$,
$\lambda = -c^{100} \log g = 3{,}982\,081\,6$,
c, g, s sont les constantes de Makeham.

En prenant 10 termes de cette somme, calculés au moyen d'une table de logarithmes à 7 décimales, on obtient $\ddot{a}_{100}$ avec 4 décimales certaines et une cinquième un peu moins, mais assez bien définie tout de même. $\ddot{a}_{100} = 1{,}504\,99$. Puis par la formule de récurrence, on calcule $\ddot{a}_{99}$, $\ddot{a}_{98}$, jusqu'à $\ddot{a}_{85}$. Le calcul d'incertitude sur $\ddot{a}_{85}$ montre que la quatrième décimale de cette valeur est sûre. On calcule alors $N_{85} = \ddot{a}_{85} D_{85}$ en prenant 4 décimales pour $\ddot{a}_{85}$ et 2 pour D_{85}. Le calcul d'incertitude sur ce produit nous indique qu'on peut donner N_{85} avec une décimale. Connaissant N_{85}, il est alors possible de calculer le reste du tableau, sans connaître N_{86}, N_{87}, etc.

Si l'on n'a pas de loi analytique donnant la valeur actuelle de la rente viagère à 100 ans, il faut lui trouver une borne supérieure et une limite inférieure, en déduire l'incertitude absolue maximum, puis remonter dans la table au moyen de la formule de récurrence. Ce procédé a été exposé en détail par M. le professeur A. Urech dans l'ouvrage cité en bibliographie.

Une fois déterminé $\ddot{a}_x$, on peut calculer A_x par la formule $A_x = 1 - d\ddot{a}_x$. Par ce moyen on évite de calculer avec les données peu précises des C_x, qui entrent indirectement dans le calcul par les M_x. En effet, si nous calculons A_{30} par cette formule, nous obtenons $0{,}388\,38 \pm 0{,}000\,015$, tandis que si nous employons $\frac{M_x}{D_x}$ nous arrivons à $0{,}388\,44 \pm 0{,}000\,23$. Signalons que nous avons pris d avec 7 décimales exactes et $M'_{30} = 10$. Nous voyons immédiatement combien la première formule nous donne une précision bien meilleure. Admettons que l'on se serve de cette formule pour calculer tous les A_x, nous pouvons ensuite obtenir la colonne des M_x par le simple produit $A_x D_x$; le calcul d'incertitude sur M_x montrerait qu'elle vaut 0,72 au maximum pour l'âge de 30 ans. Il s'ensuit que pour obtenir une meilleure approximation dans les nombres de commutations de seconde espèce, il faut passer par cet artifice.

Pour conclure, nous pensons qu'il est possible d'établir des bases actuarielles cohérentes, compatibles entre elles, quand bien même nous n'avons pu démontrer mathématiquement d'une manière absolue certaines questions touchant les incertitudes; si nous reconnaissons l'importance de ce problème, nous avons surtout voulu mettre l'accent sur la régularité et la clarté des tableaux. Dans le système que nous avons élaboré, le dernier chiffre significatif des différentes valeurs des tableaux était en général justifié par le calcul des incertitudes; nous avons cependant dû faire quelques concessions minimes afin de conserver un système simple.

Bibliographie

A. Urech: Les tables actuarielles et leur degré d'approximation. (Recueil de travaux du cinquantenaire de l'Ecole des Hautes Etudes Commerciales de l'Université de Lausanne, Payot Lausanne 1961.)

Zusammenfassung

Der Autor studiert in seinem Bericht die Frage, auf wieviele Dezimalstellen genau die Basisgrössen bei der Ausarbeitung eines Tarifs festgelegt werden sollten. Der Einfluss der in der letzten Stelle enthaltenen Ungenauigkeit wird parallel zur Ableitung der versicherungstechnischen Ausdrücke verfolgt und in aufschlussreicher Weise beleuchtet.

Summary

The author makes an inquiry about the number of decimals for the basic values required for the establishment of a tariff. The influence of the inaccuracy in the last decimal on the actuarial quantities is discussed and explained in detail.

Riassunto

L'autore studia la questione del numero di decimali da prendere per le grandezze fondamentali entranti nell'elaborazione di una tariffa. L'influenza delle incertezze contenute nell'ultimo decimale di queste grandezze su quelle dei valori attuariali che ne derivano è ampliamente spiegata.