

Zeitschrift: Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker
= Bulletin / Association des Actuaires Suisses = Bulletin / Association of
Swiss Actuaries

Herausgeber: Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker

Band: 62 (1962)

Artikel: Mathematische Probleme der Automobilversicherung

Autor: Derron, Marcel

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-555059>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 12.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Mathematische Probleme der Automobilversicherung

Von Marcel Derron, Zürich

Zusammenfassung

Der Verfasser gibt einen Überblick der verschiedenen Probleme der Automobilversicherung. Drei Hypothesen über Schadenhäufigkeiten werden geprüft, und es wird gezeigt, dass die negative Binomialverteilung ein gutes Abbild der Wirklichkeit vermittelt. Die Schwierigkeiten zur numerischen Bestimmung der Gesamtschadenssummenverteilung werden kurz diskutiert. Die Unsicherheit in der richtigen Auswahl von Tarifmerkmalen wird geschildert und die Ergebnisse neuester Untersuchungen in Schweden angeführt.

Vorbemerkung

In der Vergangenheit sind die Spalten der «Mitteilungen» fast ausschliesslich durch Probleme der Lebensversicherung beansprucht worden. Dies mag daran liegen, dass die Lebensversicherungsmathematik schon früh ein Modell entwickelte, das in den wichtigsten Belangen – Prämien- und Reservenberechnung – auf einfache Weise praktischer Auswertung zugänglich war.

Für die Sachversicherungsmathematik war die Entstehung der kollektiven Risikotheorie von Bedeutung, ohne aber sofort allgemeine Zustimmung zu finden. Vielmehr konnten sich die Praktiker im allgemeinen nicht damit befreunden, von scheinbar jahrzehntelangen bewährten Verfahren der Tarifierung abzukommen. Von einigen Ausnahmen abgesehen, ist die Sachversicherungsmathematik das Gebiet des Theoretikers geblieben, und in den wissenschaftlichen Mitteilungen der Versicherungsmathematiker herrschen noch immer die Themen aus der Lebenbranche vor.

Dies gilt nicht nur für die Schweiz, sondern auch für andere Länder. Immerhin schlossen sich in den Vereinigten Staaten die Fachleute aus der Sachversicherung zu der Casualty Actuarial Society zusammen,

da in der Society of Actuaries fast nur Themen aus der Lebensversicherungsmathematik zur Sprache kamen.

Ein Gleiches geschah auf internationaler Ebene im Jahre 1957 in New York, als das Comité Permanent die Gründung einer Untersektion, der ASTIN, guthiess.

Die ASTIN (Association for Studies in Non-Life Insurance) hat sich seither eingehend mit dem Studium der Motorfahrzeugversicherung befasst. Ihre erste Arbeitstagung, ASTIN Kolloquium genannt, fand 1959 in La Baule (Frankreich) statt und behandelte ausschliesslich Themen aus der Automobilversicherung. Am zweiten ASTIN-Kolloquium, 1961 in Rättvik (Schweden), war wiederum ein Thema diesem Problemkreis gewidmet. Die nächste Tagung ist für die Zeit vom 23.–25. Mai 1962 in Juan-les-Pins vorgesehen. Obschon eines der drei Kongressthemen sich mit der Schadenreserve in der Motorfahrzeugversicherung befassen wird, kann doch festgestellt werden, dass in den wichtigsten Fragen wie mathematisches Modell, Tarifmerkmale und Rückgewähr bei schadenfreiem Verlauf vorübergehend ein gewisser Stillstand in den Diskussionen eingetreten ist. Es dürfte deshalb angebracht sein, in diesem Zeitpunkt die Ergebnisse dieser Diskussionen darzulegen.

Die vorliegende Arbeit hat sich zum Ziele gesetzt, einen allgemeinen Überblick über die Probleme mathematischer und technischer Natur in der Automobil-Haftpflichtversicherung zu geben und einige bedeutende Ergebnisse festzuhalten. Die angeführten Modellbetrachtungen sowie die vorgelegten statistischen Zahlen sind somit nicht neu, sondern den Fachleuten zum grössten Teil bekannt.

I. Das mathematische Modell

Ganz allgemein kann festgehalten werden, dass die Sachversicherung kompliziertere Probleme als die Lebensversicherung stellt. Dies hat zwei Gründe:

- In der Sachversicherung «sterben» die Risiken mehr als nur ein einziges Mal.
- Das Risiko in der Sachversicherung wird durch die Kombination *zweier* Verteilungen bestimmt, der Verteilung der Anzahl Schadenfälle und der Verteilung der Schadenhöhe.

Es muss somit ein zusätzliches Element zur Lebenbranche, die Schadenhöhe, in Betracht gezogen werden. Gleichwohl beschränken sich die meisten Untersuchungen auf die Schadenhäufigkeit, da sie die statistisch einfachere und aufschlussreichere ist.

1. Die Schadenhäufigkeit

Ein Bestand von 23 589 Fahrzeugen mit 24–45 PS [10] ¹⁾ wies nach einem Jahr folgende Unfallzahlen vor:

kein Schaden	20 592 Fahrzeuge
ein Schaden	2 651 Fahrzeuge
zwei Schäden	297 Fahrzeuge
drei Schäden	41 Fahrzeuge
vier Schäden	7 Fahrzeuge
fünf Schäden	0 Fahrzeuge
sechs Schäden	1 Fahrzeug

Für den Fachmann aus der Lebenbranche liegt es nahe, die Häufigkeitsverteilung mittels einer Ausgleichung zu bestimmen. Da aber die Beobachtungszeit ziemlich kurz ist, dürfte dieses Verfahren zu unsichern Ergebnissen führen. Zudem können Beobachtungen verschiedener Jahre nicht ohne weiteres miteinander verglichen werden, da jedes Jahresergebnis eine Zufallsvariable mit eigenem Verteilungsgesetz darstellt, deren Zusammenfassung nicht ohne weiteres statthaft ist.

Es stellt sich deshalb die Aufgabe, den komplexen Vorgang des Unfallgeschehens durch ein vereinfachtes mathematisches Modell darzustellen, das den Erfahrungen wenigstens in den wesentlichsten Belangen gerecht wird. Wenn es gelingt, ein solches Modell zu bestimmen, ist mehr gewonnen als mit einer gewöhnlichen Ausgleichung, mag diese noch so gut sein.

Bei der Beurteilung des vorliegenden Zahlenmaterials sind drei Hypothesen denkbar:

Hypothese I: Objekte der gleichen Gefahrenklasse haben gleiche Schadenanfälligkeit.

¹⁾ Zahlen in eckiger Klammer verweisen auf das Literaturverzeichnis.

Hypothese II: Objekte der gleichen Gefahrenklasse haben verschiedene Schadenanfälligkeit.

Hypothese III: Objekte der gleichen Gefahrenklasse haben gleiche Schadenanfälligkeit bis zum Auftreten eines Schadens. Tritt ein solcher ein, so verändert sich die Schadenwahrscheinlichkeit.

Hypothese I

In einer Urne befinden sich rote und weisse Kugeln. Der relative Anteil der roten Kugeln sei r , jener der weissen $1 - r$. Es wird eine Kugel gezogen und wieder in die Urne zurückgelegt, nachdem deren Farbe notiert wurde. Die Wahrscheinlichkeit, in m Zügen x rote und $m - x$ weisse Kugeln zu ziehen, wird durch die Binomialverteilung ausgedrückt:

$$B(x) = \binom{m}{x} r^x (1-r)^{m-x}. \quad (1)$$

Lässt man m – die Zahl der Ziehungen – gegen unendlich und r – die Zahl der roten Kugeln – gegen 0 streben, und zwar so, dass

$$mr = \lambda \quad (2)$$

endlich bleibt, so ergibt sich im Grenzfalle die Poissonverteilung. Diese Verteilung ist in der kollektiven Risikothorie von grundlegender Bedeutung, wie von Prof. Cramér, der an der Entwicklung dieser Theorie in den letzten 40 Jahren massgeblich beteiligt war, am letzten ASTIN-Kolloquium betont wurde.

Falls das Unfallgeschehen in der Automobilversicherung dem reinen Zufall unterliegt, lässt sich die Wahrscheinlichkeit, innerhalb eines bestimmten Zeitraumes 0, 1, 2, ... Unfälle zu erleiden, nach Poisson ermitteln:

$$p(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}, \quad (3)$$

mit dem Durchschnitt $\mu = \lambda$,
und der Streuung $\sigma^2 = \lambda$.

Hypothese II

Diese Hypothese geht davon aus, dass zufallsartig schwankende Grundwahrscheinlichkeiten auftreten, was auf einen zusammengesetzten Poissonprozess führt. Der Parameter λ der Poissonverteilung wird seinerseits als Zufallsvariable betrachtet.

Die Häufigkeitsverteilung $P(x)$ des zusammengesetzten Poissonprozesses hat folgende Form:

$$P(x) = \int_0^{\infty} \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} dU(\lambda), \quad (4)$$

wobei $U(\lambda)$ als Strukturfunktion bezeichnet wird. Es hat sich gezeigt, dass eine gute Übereinstimmung mit den empirischen Daten gefunden wird, wenn man als Strukturdichte eine zweiparametrische Pearson-III-Verteilung wählt:

$$dU(\lambda) = \frac{\tau^a e^{-\tau\lambda} \lambda^{a-1}}{\Gamma(a)} d\lambda, \quad [a, \tau > 0]. \quad (5)$$

Die Häufigkeitsverteilung des zusammengesetzten Poissonprozesses hat in diesem Falle folgende Form:

$$P(x) = \int_0^{\infty} \frac{\tau^a e^{-\lambda(1+\tau)} \lambda^{x+a-1}}{x! \Gamma(a)} d\lambda. \quad (6)$$

Nimmt man alle von λ unabhängigen Faktoren vor das Integralzeichen und ergänzt man das Integral zu einer vollständigen Γ -Funktion, so kann man schreiben:

$$P(x) = \frac{\tau^a}{x! (a-1)! (1+\tau)^{x+a}} \int_0^{\infty} e^{-\lambda(1+\tau)} [\lambda(1+\tau)]^{x+a-1} d[\lambda(1+\tau)]. \quad (6')$$

Ersetzt man das Integral durch $(x+a-1)!$, lässt sich $P(x)$ wie folgt darstellen:

$$P(x) = \binom{x+a-1}{x} \left(\frac{\tau}{1+\tau} \right)^a \left(\frac{1}{1+\tau} \right)^x. \quad (7)$$

$P(x)$ wird die negative Binomialverteilung genannt, die sich auch direkt aus dem Urnenmodell ableiten lässt. Während bei der Binomial-

verteilung die Wahrscheinlichkeit gesucht wird, in m Zügen genau x rote Kugeln zu ziehen, wird bei der negativen Binomialverteilung die Wahrscheinlichkeit gesucht, im z -ten Zug genau die a -te rote Kugel zu ziehen. Soll diese Bedingung erfüllt werden, so müssen in den $(z-1)$ vorhergehenden Zügen genau $(a-1)$ rote Kugeln und $(z-a)$ weisse Kugeln gezogen werden. Die gesuchte Wahrscheinlichkeit entspricht dann dieser Wahrscheinlichkeit multipliziert mit der Wahrscheinlichkeit, im z -ten – also dem nächsten Zug – eine rote Kugel zu ziehen.

Die gesuchte Wahrscheinlichkeit beträgt somit:

$$P(z) = r \binom{z-1}{a-1} r^{a-1} (1-r)^{z-a}. \quad (8)$$

Durch drei sukzessive Transformationen

$$\begin{aligned} z &= x + a \\ r &= \frac{1}{1+b} \\ b &= \frac{1}{\tau} \end{aligned} \quad (9)$$

erhält man Formel (7).

Es muss betont werden, dass die Pearson-III-Verteilung nicht etwa die einzig verwendbare Strukturfunktion darstellt. Es lassen sich noch andere Möglichkeiten denken, die eine noch bessere Anpassung an die Wirklichkeit bedeuten würden. Allein die Auswertung ist nicht so einfach wie bei der negativen Binomialverteilung, die seit ihrer Herbeiziehung zur Lösung praktischer Probleme im Jahre 1920 durch Greenwood und Yule auf den verschiedensten Gebieten ausgezeichnete Dienste geleistet hat.

Hypothese III

Die Hypothese III geht von der sogenannten Wahrscheinlichkeitsansteckung aus, was bedeutet, dass die Schadenfälle nicht als wahrscheinlichkeitstheoretisch unabhängig angenommen werden. Am

ASTIN-Kolloquium 1959 in La Baule wurden zu dieser Frage zwei bemerkenswerte Arbeiten von den Professoren Fréchet und Franckx [1] vorgelegt, die beide zum Ergebnis gelangten, dass von Unabhängigkeit keine Rede sein kann. Wie sich die Ereignisse anstecken, kann mit Hilfe der Theorie der Markoffschen Ketten untersucht werden. Bezeichnet man mit p_{ij} die Wahrscheinlichkeit, aus der Gruppe mit i Schadenfällen im Vorjahr in die Gruppe mit j Schadenfällen in diesem Jahr überzutreten, so lässt sich die direkte Übergangswahrscheinlichkeit in einer Matrix

$$M_1 = \begin{bmatrix} p_{00} & p_{10} & p_{20} & \dots\dots\dots \\ p_{01} & \cdot & \cdot & \dots\dots\dots \\ p_{02} & \cdot & \cdot & \\ \vdots & \cdot & \cdot & \end{bmatrix} \quad (10)$$

darstellen. Die Markoffschen Ketten bilden eine permutable Gruppe, so dass die Matrix für das n -te Jahr

$$[M_n] = [M_1]^n \quad (11)$$

lautet. Mit wachsendem n führt dies asymptotisch auf eine von den Anfangswerten unabhängige Schlussmatrix. Die Versicherungen durchlaufen zunächst einen Übergangszustand und streben dann einem Endzustand mit stabilisierten Wahrscheinlichkeiten zu. Diese Übergangszeit scheint recht kurz zu sein. Prof. Franckx schliesst auf Grund seines Beobachtungsmaterials auf ungefähr drei Jahre [7]. Die früher hergeleitete negative Binomialverteilung erfüllt auch Hypothese III. Sie hat einerseits den Nachteil, dass sie keinen Entscheid zulässt, ob Hypothese II oder III zutrifft. Andererseits verdankt sie gerade dieser Eigenschaft ihre vielfältigen Anwendungsmöglichkeiten.

Numerische Bestimmung

Falls numerisch geprüft werden soll, ob Hypothese I eine gute Übereinstimmung mit den beobachteten Werten aufweist, muss der theoretische Mittelwert λ dem empirischen Mittelwert m gleichgesetzt werden:

$$\lambda = m = 0,144. \quad (12)$$

Daraus lässt sich der Erwartungswert, dass S_i Verträge innerhalb eines Jahres i Schäden erleiden, bestimmen:

$$S_i = N \frac{e^{-0,144} \cdot 0,144^i}{i!}, \quad \left(N = \sum_{i=0}^{\infty} S_i = \text{Anzahl Verträge} \right). \quad (13)$$

Die Frage, ob Hypothese I verwendbar ist, kann auch mit einer Rekursion beantwortet werden. Bildet man den Quotienten

$$\frac{S_{i+1}}{S_i} = \frac{\lambda}{i+1}, \quad (14)$$

so erhält man nach λ aufgelöst

$$\lambda = (i+1) \frac{S_{i+1}}{S_i} = \text{konstant}. \quad (15)$$

Wären die Schadenfälle nach Poisson verteilt, so müsste stets dasselbe λ resultieren. Dem ist aber nicht so, schwankt doch λ zwischen 0,13 und 0,68.

Bei der negativen Binomialverteilung, die sowohl Hypothese II wie Hypothese III erfüllt, betragen die beiden ersten Momente

$$\begin{aligned} \text{Durchschnitt } \mu &= \frac{a}{\tau}, \\ \text{Streuung } \sigma^2 &= \frac{a}{\tau} \left(1 + \frac{1}{\tau} \right). \end{aligned} \quad (16)$$

Da nach Voraussetzung a und τ positiv sind, wird die Streuung stets grösser als der Durchschnitt sein. Die Anwendung einer negativen Binomialverteilung wird sich immer dort empfehlen, wo die gemessenen Werte diese Eigenschaft erkennen lassen.

Setzt man die empirischen Werte für Durchschnitt m und Streuung s^2 den theoretischen gleich, so lassen sich die Parameter a und τ bestimmen:

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{m}{s^2 - m} = 7,3394, \\ a &= \frac{m^2}{s^2 - m} = 1,0585. \end{aligned}$$

Damit ergibt sich folgende Gegenüberstellung:

Tabelle 1

Anzahl Schäden	Anzahl Verträge		
	beobachtet	Poisson	negative Binomialverteilung
0	20 592	20 439	20 607
1	2 651	2 928	2 617
2	297	212	320
3	41	10	40
4	7		5
5	0		
6	1		
Total	23 589	23 589	23 589

Kommentar

Der optische Eindruck, dass die Poissonverteilung ein schlechtes, die negative Binomialverteilung dagegen ein befriedigendes Abbild der Wirklichkeit vermittelt, wird durch die Anwendung eines χ^2 -Testes bestätigt. Das theoretische χ^2 mit einer Sicherheitsschwelle von 0,05 und bei zwei Freiheitsgraden beträgt

$$\chi_{0,05}^2 = 5,991.$$

Bei der Poissonverteilung ergibt sich ein empirisches χ^2 von 157,53, bei der negativen Binomialverteilung dagegen ein solches von 2,928. Dieser Test sagt somit aus, dass die Hypothese einer Poissonverteilung zu verwerfen ist. Andererseits spricht, von diesem Test aus gesehen, nichts gegen die Annahme einer negativen Binomialverteilung.

2. Schadenssummenverteilung

Über Schadenssummenverteilungen liegen verhältnismässig wenig Untersuchungen vor. Einerseits liegt dies daran, dass die Schadenhäufigkeit das bedeutsamere Merkmal darstellt, andererseits werden von einer Schadenssummenverteilung analytische Eigenschaften gefordert, die nicht ohne weiteres zu erfüllen sind.

Am letzten ASTIN-Kolloquium hat der schwedische Versicherungsmathematiker Benckert [2] als Funktion einer Schadenssummenverteilung eine logarithmische Normalverteilung – auch Lognormalverteilung genannt – untersucht. Er fand, dass diese bei grossen Beobachtungszahlen gut mit der Wirklichkeit übereinstimmt, dass der Mittelwert wirksam (effizient) und biasfrei abgeschätzt werden kann und dass die Frequenzfunktion leicht berechenbar ist. Dagegen lässt sich die charakteristische Funktion nicht auf analytisch elementare Funktionen zurückführen, ist also einer Faltung unzugänglich. Dies bildet aber ein Hindernis für die praktische Auswertung.

3. Gesamtschadensummenverteilung

Bezeichnet man mit

- $h(x)$ die Häufigkeitsfunktion der Schäden,
- $u(z)$ die Häufigkeitsfunktion der Schadenssummen,
- $k(z)$ die Häufigkeitsfunktion der gesamten Kosten,

so sind diese wie folgt miteinander verknüpft:

$$k(z) = \sum_{x=0}^{\infty} h(x) {}^{(x)}u(z). \quad (17)$$

Daraus erhalten wir die Verteilung der gesamten Belastung eines Versichertenbestandes zu

$$K(z_0) = \int_0^{z_0} k(z) dz. \quad (18)$$

$K(z_0)$ gibt die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass die gesamte Schadenbelastung einen bestimmten Betrag z_0 nicht übersteigt. ${}^{(x)}u(z)$ stellt die x -fache Faltung der Häufigkeitsverteilung $u(z)$ dar. Für eine einfache numerische Auswertung ist somit eine leicht berechenbare charakteristische Funktion erforderlich. Die Standardverteilungen, die eine solche Laplace-Transformierte besitzen, sind im allgemeinen als Schadenssummenverteilungen nicht verwendbar, da sie der extremen Schiefe zu wenig Rechnung tragen. Das Problem der Verteilung des Gesamtschadens bleibt vorläufig für die Praxis noch nicht befriedigend geklärt. Nach wie vor erfordert die numerische Berechnung von Faltungspotenzen einen ausserordentlichen Arbeitsaufwand.

II. Tarifmerkmale

Homogene Klassen

In der Versicherungspraxis besteht ein Grundsatz für die Prämienbemessung darin, jedem Versicherten eine in einem konstanten Verhältnis zu seinem Risiko stehende Prämie einzuverlangen. Das Verfahren der Tarifierung würde darin bestehen, den Bestand in Unterklassen mit gleichen Risikomerkmale zu unterteilen – beispielsweise nach Fahrzeugart, Motorenstärke, Gebrauchsart – und für die Prämienbemessung auf die mittlere Schadenfrequenz einer solchen Unterklasse abzustellen. In Wirklichkeit aber sind die Risiken einer Unterklasse nicht homogen und die Schadenwahrscheinlichkeiten für Fahrzeuge der selben Unterklasse verschieden. Es ist nicht möglich, mit einer fortgesetzten Verfeinerung der Unterteilung homogene Risikoklassen zu bilden. Im Gegenteil, die zu starke Unterteilung eines Versichertenbestandes würde ein zusätzliches heterogenes Element mit sich bringen. Zudem lassen sich lange nicht alle das Risiko beeinflussenden Merkmale greifbar darstellen, weil dem subjektiven Risiko ein überragendes Gewicht zukommt. Regungen, die mit der Versicherung gar nichts zu tun haben, das Verhalten des versicherten Menschen, seine Einstellung zu den Dingen, die mit seiner körperlichen und geistigen Leistungsfähigkeit zusammenhängen, ja auch die Geschäftspolitik der Unternehmen wirken dabei zusammen. Sie sind keine statistisch messbaren Einzelwerte. Es ist ein Konglomerat von subjektiven und objektiven Ursachen wirksam. Eine ausgezeichnete Illustration dieser Tatsachen bilden die Untersuchungen von Delaporte [4]:

Der französische Tarif berücksichtigt:

- die Stationierungszone oder Distrikt (Frankreich ist in sieben Zonen eingeteilt, die unterschiedliche Unfallhäufigkeit aufweisen; die grösste Häufigkeit findet sich in Paris).
- Gebrauch (Vergnügen, Geschäft, Handel, Handwerk usw.).
- Motorenstärke.

Delaporte hat die Untersuchungen anhand des statistischen Materials der Compagnie d'Assurance Urbaine et de la Seine durchgeführt und als weiteres Unterscheidungsmerkmal noch das

- Modell und den Konstrukteur einbezogen.

Nach einjähriger Beobachtungszeit wurde für Neuversicherungen folgender prozentualer Anteil der verschiedenen Unfallursachen festgestellt. (Das praktische Vorgehen von Delaporte zur Bestimmung dieser Zahlen ist dem Verfasser nicht bekannt.)

– Stationierungszone	6,5 %
– Gebrauch	2 %
– Motorenstärke	0,3 %
– Modell und Konstrukteur	1,2 %
– andere Gründe	90,0 %

Diese andern Gründe bestehen nicht ausschliesslich, aber zu einem grossen Teil, im subjektiven Risiko. Dieses Resultat deckt sich mit den Beobachtungen deutscher Versicherungsfachleute [5], die 80–90 % aller Unfälle dem subjektiven Risiko zuschreiben.

Über die Zahl der zu wählenden Tarifmerkmale herrschen verschiedene Meinungen vor. Während die eine Seite mit dem Hinweis auf das überragende Gewicht des subjektiven Risikos den Standpunkt vertritt, dass jede grössere Unterteilung unzweckmässig sei und nur weitere Zufälligkeiten nach sich ziehe, glauben die andern, dass objektiv feststellbare Merkmale in den Tarif einzubauen sind. Mit Gürtler [5] sind wir aber der Ansicht, dass die Schwierigkeiten zur Erfassung des subjektiven Risikos überschätzt werden. Schliesslich ist nur die Tatsache entscheidend, dass gewisse Leute eine höhere Schadenanfälligkeit besitzen als andere; die Gründe hiezu sind unerheblich.

Die Auswahl der Tarifmerkmale

Der wichtigste Entscheid eines Versicherungsunternehmens bei der Aufstellung des Tarifs stellt die Wahl der Tarifmerkmale dar. Nichts könnte die heutige Unsicherheit für eine gerechte Tarifierung besser beleuchten als der Umstand, dass fast in jedem Land nach andern Gesichtspunkten tarifiert wird. Dabei werden öfters die Merkmale nicht nach technischen, sondern vielmehr nach administrativen Gesichtspunkten ausgewählt. Der Entscheid, ob ein Merkmal im Tarif zu verwenden ist, sollte nach folgenden zwei Kriterien gefällt werden:

1. Die mittleren Schadenhäufigkeiten der einzelnen Tarifklassen müssen eindeutig verschieden sein.
2. Die Streuung innerhalb einer Tarifklasse muss möglichst klein sein.

Das erste Postulat dürfte allgemein anerkannt sein und in der Praxis auch angewendet werden. Dagegen fehlt vielerorts noch die richtige Einstellung zur Streuung. Nicht wenige Nichtmathematiker betrachten die Streuung eher als ein Phänomen denn als eine statistische Masszahl.

Tarifmerkmale in verschiedenen Ländern

Das Gros der schwedischen Versicherungsgesellschaften hat am 10. März 1961 sein Tarifsystern umgestellt, indem dem technischen Gesichtspunkt vermehrt Rechnung getragen wurde. Während vorher der Tarif nur nach Fahrzeugart und Distrikt unterschied, wobei Abstinerten einen um 20 % günstigeren Tarif erhielten, wird heute nach

- Fahrzeugart,
- Distrikt,
- Motorenstärke,
- jährliche Fahrleistung,
- Fahrerfahrung

abgestuft. Bei einer jährlichen Fahrleistung von weniger als 10 000 km wird ein Rabatt, bei einer solchen von mehr als 25 000 km ein Zuschlag von 20 % angewendet. Für die Fahrerfahrung gilt folgende Regel: Personen, die älter als 25 Jahre oder länger als drei Jahre im Besitze einer Fahrbewilligung sind, erhalten einen Rabatt von 20 %. Die statistischen Grundlagen zu diesem neuartigen Tarifverfahren werden später noch im Detail erläutert werden.

Die einfachste Prämienabstufung wird von den Versicherungsunternehmen in Belgien, Deutschland und der Schweiz vorgenommen, die nur nach

- Fahrzeugart,
- Motorenstärke unterscheiden.

In Frankreich klassieren die Gesellschaften, wie schon früher bekanntgegeben, nach

- Fahrzeugart,
- Motorenstärke,
- Distrikt,
- Verwendungszweck,

während in Amerika und in Kanada

- Distrikt,
- Verwendungszweck,
- persönliche Merkmale im Tarif verwendet werden.

In England schliesslich werden alle oben aufgeführten Merkmale – mit Ausnahme der schwedischen – in den Tarif eingebaut.

Untersuchungen von Lanteli

Die schwedischen Gesellschaften haben mit dem Einbau

- der Anzahl gefahrener Kilometer,
- dem Alter des Fahrers,
- der Dauer des Fahrausweises

in das Tarifwerk eine in Europa erstmalige Auswahl neuer Tarifmerkmale getroffen. Die von Lanteli am letzten ASTIN-Kolloquium vorgelegten Resultate [6] sind dermassen aufschlussreich, dass sie eine eingehendere Betrachtung verdienen. Zudem hat auch die Kontroverse, ob Männer mehr Unfälle verursachen als Frauen, eine objektive Beantwortung erfahren. Lanteli fand für Männer und Frauen genau gleiche jährliche Schadenhäufigkeiten, wobei aber die Fahrleistung der Männer im gleichen Zeitraum 25 % höher als diejenige der Frauen war.

Die Untersuchungen über die Abhängigkeit der Schadenfrequenz vom Alter des Fahrzeugführers haben folgendes Ergebnis gezeigt:

Tabelle II

Alter	Schadenfrequenz ‰	Durchschnittliche jährliche Fahrleistung in km
18–19	527	23 610
20–24	308	22 950
25–29	208	21 140
30–34	160	19 920
35–39	144	18 920
40–49	140	18 040
50–59	142	15 920
60–69	129	13 270
70–	100	9 830

Der Rückgang der Schadenhäufigkeit mit zunehmendem Alter kann als gesichert gelten, denn auch im Staate Massachusetts haben eingehende Sondierungen das gleiche Resultat ergeben [8].

Ähnliches lässt sich über die Fahrerfahrung sagen; für Schweden sind folgende Zahlen ermittelt worden:

Tabelle III

Dauer des Führerscheins in Jahren	Schadenfrequenz ‰	Durchschnittliche jährliche Fahrleistung in km
0– 1	382	18 400
1– 2	299	19 280
2– 3	215	18 170
3– 4	195	18 320
4– 5	183	18 750
5–10	156	18 530
10–20	146	19 240
20–30	137	17 570
30–40	134	15 620

Von besonderem Interesse ist die Abhängigkeit des Risikos von der Fahrleistung. Schon Thépaut [9], ein überzeugter Gegner des heute üblichen Tarifverfahrens, hat sich in seiner Kolloquiumsarbeit 1961 bemüht, neue Wege der Tarifierung zu finden. Dabei äusserte er die nicht bewiesene Vermutung, dass zwischen der Schadenfrequenz und der Anzahl gefahrener Kilometer ein linearer Zusammenhang besteht. Der Grossteil der Versicherungsexperten vermutet einen Zusammenhang, aber es werden auch andere Meinungen vertreten. Man könnte selbstverständlich auch annehmen, dass die grössere Fahrleistung eine grössere Fahroutine mit sich bringt, die die Schadenanfälligkeit vermindert. Thépaut widerlegte dieses Argument mit dem Hinweis auf die Pariser Taxichauffeure, die grosse Routine besitzen und alle gefährlichen Stellen kennen und trotzdem eine viermal grössere Schadenhäufigkeit aufweisen als der Durchschnittsfahrer.

Die von Thépaut erhobene Forderung, den Zusammenhang statistisch zu prüfen, ist schneller erfüllt worden, als er geglaubt haben

mag, indem Lanteli den Teilnehmern des letzten ASTIN-Kolloquiums folgende Zahlen vorlegte:

Tabelle IV

Jährliche Fahrleistung in 1000 km	Schadenfrequenz ‰
0– 7,5	93
7,5–12,5	103
12,5–17,5	142
17,5–22,5	180
22,5–27,5	220
27,5–35	240
35 –45	289
45 –55	288
55 –	323

Nimmt man an, dass der grösste Teil des Beobachtungsmaterials sich auf die mittleren Distanzen verteilt und die minime Abnahme im Abschnitt 45 000 bis 54 990 km auf das geringe Beobachtungsmaterial zurückgeführt werden muss, so scheint ein linearer Zusammenhang zu bestehen. Um den Zusammenhang zu prüfen, sei die Schadenhäufigkeit mit y und die Anzahl der gefahrenen Kilometer mit x bezeichnet. Im weitem sei auf die beiden letzten Beobachtungen verzichtet. Damit lautet die Gleichung der Regressionsgeraden (x in 1000 km):

$$y = 5,53 x + 48,67. \quad (19)$$

Die Gleichung sagt aus, dass die Schadenerwartung bei 1000 km Mehrfahrt im Jahr um 5,5 ‰ steigt.

Das Bestimmtheitsmass B , das gegenüber dem Korrelationskoeffizienten ρ den Vorteil einleuchtender Deutung besitzt, ergibt sich zu

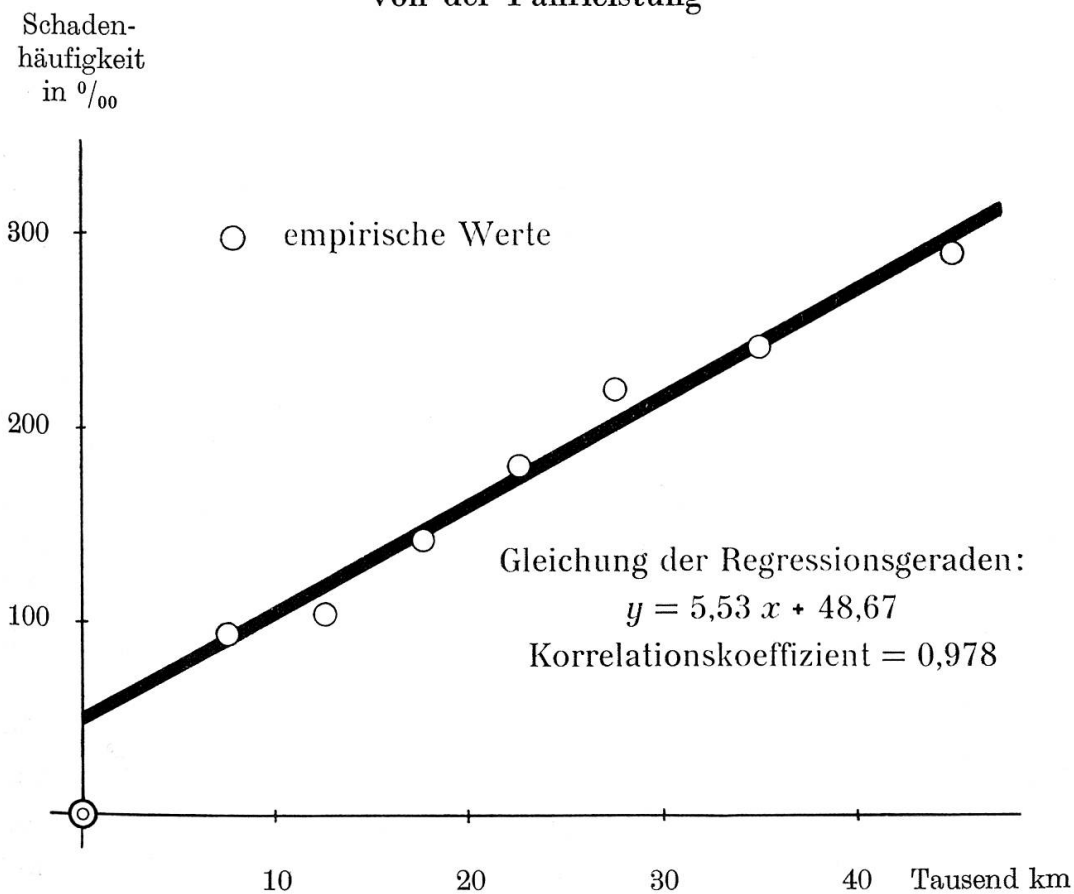
$$B = 0,956$$

und sagt aus, dass sich in einem solcherart gruppierten Bestand 95,6 % der Zunahme der Schadenhäufigkeit durch die zunehmende Fahrleistung erklären.

Die von Thépaut aufgestellte Vermutung wird somit durch die Ergebnisse von Lanteli fast vollständig bestätigt. Es kann als gesichert angenommen werden, dass die Fahrleistung ein wichtiges Tarifmerkmal darstellt und deren Auslassen für die Prämienbemessung die Risikogerechtigkeit des Tarifs beeinträchtigt.

Ausserdem muss festgehalten werden, dass in dieser wie auch in den übrigen Statistiken von Lanteli das subjektive Risiko enthalten ist. Diese Feststellung ist von besonderer Wichtigkeit, da möglicherweise aus dem Vorhergesagten der Eindruck entstanden ist, dass zum vornherein nur rund ein Zehntel aller Schadenfälle objektiv erfasst werden kann, während der Rest auf subjektive Gründe zurückzuführen ist.

Die Abhängigkeit der Schadenhäufigkeit von der Fahrleistung



Figur 1

III. Der Bonus

Bei dem überragenden Gewicht, das dem subjektiven Risiko zukommt, dürfte es ausgeschlossen sein, einen risikogerechten Tarif auf direktem Wege aufzustellen, d. h. durch die vorherige Abschätzung aller das Risiko beeinflussenden Faktoren. Deshalb wird heute fast in allen Ländern ein sogenannter Bonus ausgeschüttet, der einer Nachtarifizierung oder einer indirekten Tarifizierung gleichkommt. Obwohl heute, vor allem in Frankreich und in Deutschland, in vermehrtem Masse gegen diese Art der Beitragserhebung Sturm gelaufen wird, dürfte man ohne Rabattsystem kaum zu befriedigenden Resultaten gelangen.

Untersuchungen über Wahrscheinlichkeitsansteckung in der Auto-Haftpflichtversicherung haben gezeigt, dass die Versicherungen nach einer relativ kurzen Übergangszeit einem Endzustand mit stabilisierten Wahrscheinlichkeiten zustreben. Eng verbunden damit ist die Abnahme der Schadenanfälligkeit mit zunehmender Versicherungsdauer, was der Selektionswirkung – Ausmerzung schlechter Fahrer – besonders aber auch der vermehrten Fahrerfahrung zugeschrieben werden kann.

Dass es sich in diesem Versicherungszweig um ein fallendes Risiko handelt, kann auch den Ergebnissen von Lanteli entnommen werden. Eine Deckung dieses fallenden Risikos mit einer festen Durchschnittsprämie wäre deshalb sehr unzweckmässig. Vielmehr erfordert ein solches Risiko eine fallende Prämie, was eben durch einen Bonus zu erreichen ist.

Man kann über die Risikogerechtigkeit bei der Bonusausschüttung – wenigstens in der heutigen Form – geteilter Meinung sein, aber es scheint doch, dass ein progressives Rabattsystem zweckmässig ist, um negative Deckungskapitalien bei Beginn der Versicherung zu verhindern. Eine gut konzipierte Bonusskala wird deshalb so aufgebaut sein, dass nie negative Reserven entstehen können.

Über die Art der Bemessung des Bonus sind verschiedene Meinungen zu hören. Das heute übliche Vorgehen, den Bonus nach ein oder zwei schadenfreien Jahren auszuzahlen, kann wegen des zufallsartigen Charakters dieses Versicherungszweiges dazu führen, dass auch schlechte Fahrer in den Genuss des Bonus gelangen. Wer ein Jahr ohne Unfall gefahren ist, kann nicht notwendigerweise als ein gutes Risiko gelten. Die Beobachtungen nach einem Jahr sind ungenügend, um mit einer gewissen Sicherheit den Bonus nur an gute Risiken auszuschütten.

In La Baule hat Bichsel [3] eine Arbeit vorgelegt, in welcher eine Rabattskala hergeleitet wurde, die mit 90 % Sicherheit den Bonus nur guten Risiken zukommen lässt. Bichsel fand dabei folgendes Ergebnis:

Tabelle V

Schadenfreie Jahre	Bonus in Prozent der Bruttoprämie
0	—
1	—
2	—
3	—
4	—
5	—
6	3,5
7	12
8	19
9	25
10	30

Die Ausschüttung eines Bonus sollte also erst nach einer wesentlich längeren Karenzfrist gewährt werden, als dies heute üblich ist.

Die Bonusskala ist in den meisten Ländern zu wenig grosszügig ausgebaut. Dies rührt daher, dass aus geschäftspolitischen Gründen der Bonuszuschlag zu schwach bemessen wird. Soll ein Tarif risikogerecht aufgebaut sein, so muss die zu Beginn der Versicherung zu zahlende Bruttoprämie so hoch sein wie die wirkliche Prämie des schlechtesten Risikos in der versicherten Gefahrengemeinschaft, da sonst ein schlechtes Risiko, auch wenn es nie in den Genuss eines Bonus gelangt, auf Kosten anderer zu wenig zahlt. Dafür muss die Bonusskala kräftig ausgebaut werden. In Schweden kommt man dieser Forderung am ehesten nach, indem die Bonusskala bis auf 70 % der Bruttoprämie ansteigt.

Diese Bemerkungen zeigen, dass noch grosse Unsicherheiten in der Art der Bonuszuteilung herrschen. Dies mag durch folgendes Beispiel abschliessend illustriert werden: Die *State Farm Mutual* gewährt

seit dem 15. Januar 1962 an High School- und College-Studenten mit guten Zeugnissen einen Bonus von 20%. Auf Grund von Untersuchungen nimmt die Gesellschaft an, dass solche Studenten mehr Zeit für ihre Hausaufgaben verwenden und daher weniger lang auf der Strasse sind. Die Rabatte beziehen sich auf männliche Fahrer im Alter von 16–25 Jahren. Obwohl diese Art der Bonusbemessung, vom Standpunkt der Risikogerechtigkeit aus gesehen, einen gewissen Fortschritt darstellt, indem der Rabatt die Risikoqualität zu einem gewissen Teil berücksichtigt und nicht auf das zufällige Unfallgeschehen allein abstellt, geht man wohl nicht fehl in der Annahme, dass eher geschäftspolitische Gründe und nicht solche technischer Art hinter dieser Neueuerung stecken. Den gleichen Zweck würde man schliesslich auch erreichen, wenn der Tarif nach der Anzahl gefahrener Kilometer abgestuft wäre.

Man ersieht aus diesen wenigen Andeutungen, dass es heute einen ideal bemessenen Bonus nicht gibt und wahrscheinlich auch gar nie geben kann, da der Automobilversicherung gewisse Grenzen der Beitragsgerechtigkeit gesetzt sind. Solange aber dem subjektiven Risiko ein dermassen grosses Gewicht zukommt, dürfte wohl kaum auf ein Rabattsystem verzichtet werden können.

Literaturverzeichnis

- [1] *H. Ammeter*: Die Rückvergütung bei schadenfreiem Verlauf in der Motorfahrzeugversicherung, Mitteilungen der Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker, 59. Band, Heft 2, 1959.
- [2] *H. Ammeter*: Das zweite internationale Kolloquium der ASTIN über versicherungsmathematische Probleme der Nicht-Lebensversicherung, 61. Band, Heft 2, 1961.
- [3] *F. Bichsel*: Une Méthode pour Calculer une Ristourne Adéquate pour Années sans Sinistres, ASTIN Bulletin, Vol. I, Part III, 1960.
- [4] *P. Delaporte*: Sur l'Efficacité des Critères de Tarification de l'Assurance contre les Accidents d'Automobiles, ASTIN Bulletin, Vol. II, Part I, 1962.
- [5] *M. Gürtler*: Das subjektive Risiko in der Motorfahrzeugversicherung, Zeitschrift für die gesamte Versicherungswissenschaft, 49. Band, Heft 2, 1960.
- [6] *G. Lanteli*: Novelties in Swedish Automobile Insurance Rating, ASTIN Bulletin, Vol. II, Part I, 1962.
- [7] *J. Mehring*: Strukturprobleme in der Kraftfahrt-Haftpflichtversicherung, Blätter der Deutschen Gesellschaft für Versicherungsmathematik, Band V, Heft 1, 1960.
- [8] *Studies by members of the Casualty Actuarial Society*, Automobile Insurance Rate Making, Published by the Casualty Actuarial Society, 1961.
- [9] *A. Thépaut*: Quelques Réflexions sur la Réforme du Tarif Français d'Assurance Automobile, ASTIN Bulletin, Vol. II, Part I, 1962.
- [10] *A. Troeblinger*: Eine kleine Studie zum Kraftfahrttarif, Versicherungswirtschaft, Heft 4, 1961.

Résumé

L'auteur donne un aperçu des problèmes relatifs à l'assurance automobile. De l'examen de trois hypothèses sur la fréquence de sinistres, il ressort que la distribution binomiale négative reflète assez bien la réalité. Les difficultés auxquelles donne lieu la détermination numérique du coût total des sinistres sont exposées brièvement. L'incertitude résultant du choix d'éléments caractéristiques tarifaires est mise en évidence. Le présent travail est complété par un exposé sur de récentes recherches effectuées en Suède.

Summary

The author gives a survey about the problems related to motor insurance. Three hypotheses about claim frequencies are investigated and it is shown that the negative binomial distribution function fits the empirical data well enough. The difficulties involved in numerical computations of the total amount of claims are discussed in short. The uncertainty in the appropriate choice of rating elements is set forth and the results of a recent investigation in Sweden are added.

Riassunto

L'autore fa un'esposizione sintetica dei diversi problemi inerenti l'assicurazione automobile. Dall'esame di tre ipotesi sulla frequenza dei sinistri risulta che la distribuzione binomiale negativa riflette abbastanza bene la realtà. Le difficoltà per la determinazione numerica del costo totale dei sinistri sono esposte brevemente. Viene descritta l'incertezza per la giusta scelta di elementi caratteristici tariffari e vengono indicati inoltre i risultati di recenti indagini effettuate in Svezia.