# Bearbeitung des Witwenrentenfaktors $f^w(x\Delta)$ der Grundlagen für Gruppenversicherungen mit elektronischen Rechenmaschinen

*Von Hans-Peter Meier, Basel*

## Zusammenfassung

Der folgende Aufsatz beschreibt die Berechnung des Witwenrentenfaktors der Grundlagen für Gruppenversicherungen aus den Konstanten $b_x$, $c_x$, $f_x$ und $k_x$ mit elektronischen Rechenmaschinen, womit gleichzeitig eine Programmierungsmethode für Exponentialfunktionen gegeben ist.

In den Grundlagen für Gruppenversicherungen ist der Witwenrentenfaktor wie folgt definiert:

$$f^w(x\Delta) = \frac{f(x\Delta)\, E_{x|x-3} - \dfrac{1{,}025}{0{,}98}\left[0{,}3 - 0{,}0075\,(x-\Delta)\right]}{E^w_{x|x-3}},$$

$$\text{wo} \quad f(x\Delta) = \frac{f_x\, 10^{\psi(x\Delta)}}{f_x - 1 + 10^{\psi(x\Delta)}} \quad \text{und} \quad \psi(x\Delta) = \frac{c_x\,(\Delta-3)^{k_x}}{b_x + (\Delta-3)^{k_x}}.$$

Wir finden ihn tabelliert für sämtliche Altersdifferenzen $\Delta$ von $-10$ bis $+21$ für die Alter $x = 20$ bis 100.

Diese Tabellenwerte eignen sich nicht für die Bearbeitung mit elektronischen digitalen programmgespeicherten Rechenmaschinen, da sonst insgesamt etwa 2300 Zahlen auf die Speicher zu bringen wären und somit wertvolle Speicherplätze verloren gingen. Oder es müsste die Lochkarte jedes einzelnen Versicherten mit $f^w(x\Delta)$ versehen werden, womit wir aber wertvolle Kartenkolonnen verlieren.

Nun soll gezeigt werden, wie sich der Witwenrentenfaktor direkt aus den Konstanten $b_x$, $c_x$, $f_x$ und $k_x$ berechnen lässt. Mit dieser Methode lässt sich auch jede weitere Exponentialfunktion programmieren.

Es werden also die Konstanten $b_x$, $c_x$, $f_x$, $k_x$ sowie $E^w_{x|x-3}$ und $E_{x|x-3}$ in die Maschine eingespeichert. $\Delta$ und $x$ befinden sich auf der Lochkarte des Versicherten. Dann berechnet sich $f^w(x\Delta)$ wie folgt:

Wir betrachten den Ausdruck $(\Delta - 3)^{k_x}$. Es handelt sich hier um eine Exponentialfunktion. Vorerst setzt man für $\Delta = 3$, $f^w(x\Delta) = 1$. Für $\Delta \neq 3$ berechnen wir $|\Delta - 3|$ und setzen dies gleich $\Delta - 3$. Hierauf wird $k_x \ln(\Delta - 3)$ berechnet, indem wir $\ln(\Delta - 3) = \ln y$ in die Reihe für den natürlichen Logarithmus entwickeln. Wir nehmen die Reihe

$$\ln y = \ln \frac{1+x}{1-x} = 2\left[x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \ldots\right],$$

$$\text{wo} \quad x = \frac{(\Delta - 3) - 1}{(\Delta - 3) + 1}.$$

Diese Reihe lässt sich mit einer elektronischen Rechenmaschine in Sekundenschnelle berechnen und ist für die meisten Maschinentypen (z.B. IBM 650, UNIVAC UCT, ERMETH) in Form einer Subroutine schon vorhanden.

Wie vollzieht sich nun der Übergang zum Numerus?

Bekanntlich ist

$$(\Delta - 3)^{k_x} = e^{k_x \ln(\Delta - 3)}.$$

Den Ausdruck $e^{k_x \ln(\Delta-3)}$ entwickeln wir in die Reihe für $e^x$

$$e^{k_x \ln(\Delta-3)} = 1 + k_x \ln(\Delta - 3) + \frac{[k_x \ln(\Delta - 3)]^2}{2!} + \ldots,$$

wobei $k_x \ln(\Delta - 3)$ oben berechnet wurde. Die Berechnung der $e^x$-Reihe geschieht gleichfalls in Form einer Subroutine, die für obengenannte Maschinentypen ebenfalls programmiert ist. Somit erhalten wir $(\Delta - 3)^{k_x}$. Hieraus ergibt sich $\psi(x\Delta)$. Die Berechnung von $10^{\psi(x\Delta)}$ bietet nun auch keine Schwierigkeiten mehr. Wir bilden $\psi(x\Delta) \ln 10 = 2{,}30259\, \psi(x\Delta)$.

Nun ist

$$10^{\psi(x\Delta)} = e^{\psi(x\Delta) \ln 10},$$

was wiederum mit der Subroutine für die $e^x$-Reihe berechnet werden kann, womit auch $10^{\psi(x\Delta)}$ gefunden ist.

Hieraus ergibt sich $f(x\Delta)$ und $f^w(x\Delta)$ durch einfache Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division.

## Résumé

Ce travail décrit le calcul du facteur des rentes de veuve pour les bases techniques de l'assurance de groupe en se fondant sur les constantes $b_x$, $c_x$, $f_x$ et $k_x$ avec un calculateur électronique. On reçoit ainsi en même temps une méthode pour programmer les fonctions exponentielles.

## Summary

The present paper describes the calculation of the factor for the widow's annuity of the technical bases about group insurances from the constants $b_x$, $c_x$, $f_x$ and $k_x$ by electronic computers. We receive herewith a programming method for exponential functions.

## Riassunto

Questo tema descrive il calcolo del fattore delle rendite di vedova per le basi techniche dell'assicurazione di gruppo, basandesi sulle constanti $b_x$, $c_x$, $f_x$ e $k_x$ con una calcolatrice elettronica. Si ottiene pure nello stesso tempo un metodo di programma per funzioni esponenziali.