

**Zeitschrift:** Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker  
= Bulletin / Association des Actuaires Suisses = Bulletin / Association of  
Swiss Actuaries

**Herausgeber:** Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker

**Band:** 61 (1961)

**Artikel:** Hyperbolische Interpolation mit Restglied

**Autor:** Rufener, E.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-966736>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 16.04.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Hyperbolische Interpolation mit Restglied

Von *E. Rufener, Zürich*

*Herrn Prof. Dr. H. Jecklin zum 60. Geburtstag*

## Zusammenfassung

Für die Ermittlung der Koeffizienten der einer Funktion  $y = f(x)$  zugeordneten Interpolationshyperbel wird ein Algorithmus entwickelt; ausserdem wird eine formelmässige Darstellung für das Restglied bei hyperbolischer Interpolation hergeleitet.

### 1. Algorithmische Darstellung der Koeffizienten der Interpolationshyperbel

In der von *H. Jecklin* und Mitarbeitern entwickelten Methode der hyperbolischen Interpolation<sup>1)</sup> wird eine Funktion  $y = f(x)$  durch eine Hyperbel mit achsenparallelen Asymptoten ersetzt. Da nach *Steiners* Hauptsatz über die projektive Erzeugung der Kegelschnitte die aus den unendlichfernen Berührungspunkten der Asymptoten nach den Hyperbelpunkten gezogenen Strahlen zwei projektive Büschel bilden, lässt sich die Gleichung der Interpolationshyperbel in formal einfachster Gestalt durch

$$(y_0 y_1 y_2 y) = (x_0 x_1 x_2 x) \quad (1)$$

wiedergeben.  $(x_0/y_0)$ ,  $(x_1/y_1)$ ,  $(x_2/y_2)$  sind Punkte der zu ersetzenden Funktionskurve  $y = f(x)$ .

Durch (1) wird die linear gebrochene Funktion

$$y = \frac{a_0 + a_1 x}{b_0 + b_1 x} \quad (2)$$

mit drei wesentlichen Koeffizienten bestimmt. Wir stellen uns die Aufgabe, (2) derart zu modifizieren, dass als Koeffizienten symmetrische Funktionen der Interpolationsargumente auftreten, welche durch übersichtliche Rechnung bestimmbar sind.

---

<sup>1)</sup> Siehe Literaturverzeichnis am Schlusse dieser Arbeit.

Ist 
$$y = f^*(x) = \frac{a_0 + a_1 x}{b_0 + b_1 x} = \frac{g^*(x)}{l^*(x)}$$

die durch die Stützstellen  $x_0, x_1$  und  $x_2$  sowie die zu ihnen gehörenden Funktionswerte  $y_i = f(x_i)$ , ( $i = 0, 1, 2$ ) bestimmte Interpolationshyperbel, so gelten die Beziehungen

$$f(x_0) = \frac{g^*(x_0)}{l^*(x_0)}, \quad f(x_1) = \frac{g^*(x_1)}{l^*(x_1)}, \quad f(x_2) = \frac{g^*(x_2)}{l^*(x_2)}$$

oder

$$\begin{aligned} a_0 + a_1 x_0 &= (b_0 + b_1 x_0) f(x_0) \\ a_0 + a_1 x_1 &= (b_0 + b_1 x_1) f(x_1) \\ a_0 + a_1 x_2 &= (b_0 + b_1 x_2) f(x_2) \end{aligned} \tag{3}$$

welche in Verbindung mit

$$a_0 + a_1 x = (b_0 + b_1 x) f^*(x)$$

die Elimination der Koeffizienten  $a_0, a_1, b_0$  und  $b_1$  ermöglichen:

$$\begin{vmatrix} 1 & x_0 & f(x_0) & x_0 f(x_0) \\ 1 & x_1 & f(x_1) & x_1 f(x_1) \\ 1 & x_2 & f(x_2) & x_2 f(x_2) \\ 1 & x & f(x) & x f(x) \end{vmatrix} = 0. \tag{4}$$

Die in (4) gefundene Determinantenform der Interpolationshyperbel birgt die Möglichkeit einer übersichtlichen Darstellung ihrer Koeffizienten in sich. Erlaubtes Umformen der Determinante (4) führt zunächst auf

$$\begin{vmatrix} \frac{x_1 - x_0}{f(x_1) - f(x_0)} & 1 & x_1 \\ \frac{x_2 - x_0}{f(x_2) - f(x_0)} & 1 & x_2 \\ \frac{x - x_0}{f^*(x) - f(x_0)} & 1 & x \end{vmatrix} = 0. \tag{5}$$

Definiert man die Grössen

$$A_1(x_1, x_0) = \frac{x_1 - x_0}{f(x_1) - f(x_0)}, \quad A_1(x_2, x_0) = \frac{x_2 - x_0}{f(x_2) - f(x_0)}, \tag{6}$$

so lässt sich (5) weiter auf

$$\begin{vmatrix} \frac{x-x_0}{f^*(x)-f(x_0)} & x-x_1 \\ 1 & \frac{x_2-x_1}{A_1(x_2,x_0)-A_1(x_1,x_0)} \end{vmatrix} = 0$$

reduzieren, woraus mit

$$A_2(x_2,x_1,x_0) = \frac{x_2-x_1}{A_1(x_2,x_0)-A_1(x_1,x_0)}, \quad (7)$$

$$\boxed{f^*(x) = f(x_0) + \frac{x-x_0}{A_1(x_1,x_0) + \frac{x-x_1}{A_2(x_2,x_1,x_0)}}} \quad (8)$$

erhalten wird.

Nach (6) kann  $A_1(x_1,x_0)$  trivialerweise als Quotient zweier Determinanten geschrieben werden:

$$A_1(x_1,x_0) = \frac{\begin{vmatrix} 1 & x_0 \\ 1 & x_1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & f(x_0) \\ 1 & f(x_1) \end{vmatrix}}. \quad (9)$$

Um  $A_2(x_2,x_1,x_0)$  in Determinantenform zu kleiden, beachte man, dass aus

$$f^*(x) = \frac{a_0 + a_1 x}{b_0 + b_1 x} = f(x_0) = \frac{x-x_0}{A_1 + \frac{x-x_1}{A_2}}$$

$$a_1 = A_2(x_2,x_1,x_0) \quad \text{und} \quad b_1 = 1$$

folgt und löse hierauf das in  $a_0, a_1$  und  $b_0$  lineare System (3) nach  $a_1$ :

$$a_1 = A_2(x_2,x_1,x_0) = - \frac{\begin{vmatrix} 1 & f(x_0) & x_0 f(x_0) \\ 1 & f(x_1) & x_1 f(x_1) \\ 1 & f(x_2) & x_2 f(x_2) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & x_0 & f(x_0) \\ 1 & x_1 & f(x_1) \\ 1 & x_2 & f(x_2) \end{vmatrix}}. \quad (9')$$

$A_1(x_1, x_0)$  und  $A_2(x_2, x_1, x_0)$  sind mithin symmetrische Funktionen der Interpolationsargumente. (9) und (9') vermitteln überdies einen Zusammenhang mit den durch

$$\begin{aligned} \gamma_0 f(x) &= [x_0] = f(x_0) \\ \gamma_1 f(x) &= [x_1, x_0] = \frac{[x_1] - [x_0]}{x_1 - x_0} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & f(x_0) \\ 1 & f(x_1) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & x_0 \\ 1 & x_1 \end{vmatrix}} \\ \gamma_2 f(x) &= [x_2, x_1, x_0] = \frac{[x_2, x_1] - [x_1, x_0]}{x_2 - x_0} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & x_0 & f(x_0) \\ 1 & x_1 & f(x_1) \\ 1 & x_2 & f(x_2) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & x_0 & x_0^2 \\ 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \end{vmatrix}} \end{aligned}$$

definierten Steigungen <sup>1)</sup>. Es ist nämlich

$$\begin{aligned} A_1(x_1, x_0) &= \frac{1}{\gamma_1 f(x)} = \frac{1}{[x_1, x_0]}, \\ A_2(x_2, x_1, x_0) &= - \frac{\begin{vmatrix} \gamma_1 f(x) & \gamma_1 x f(x) \\ \gamma_2 f(x) & \gamma_2 x f(x) \end{vmatrix}}{\gamma_2 f(x)} = - \frac{\begin{vmatrix} [x_1, x_0] & [x_1 f(x_1), x_0 f(x_0)] \\ [x_2, x_1, x_0] & [x_2 f(x_2), x_1 f(x_1), x_0 f(x_0)] \end{vmatrix}}{[x_2, x_1, x_0]}. \end{aligned}$$

Im Sonderfall gleicher Argumentsintervalle  $x_0 = x$ ,  $x_1 = x + h$ ,  $x_2 = x + 2h$  ist wegen  $\gamma_\nu f(x) = \frac{1}{\nu!} \frac{\Delta^\nu f(x)}{h^\nu}$

$$A_1(x+h, x) = \frac{h}{\Delta f(x)}, \quad A_2(x+2h, x+h, x) = - \frac{1}{h \Delta^2 f(x)} \begin{vmatrix} \Delta f(x) & \Delta x f(x) \\ \Delta^2 f(x) & \Delta^2 x f(x) \end{vmatrix},$$

so dass sich für  $h \rightarrow 0$  die Grenzwertrelationen

$$A_1(x, x) = \frac{1}{Df(x)} \quad \text{und} \quad A_2(x, x, x) = - \frac{1}{D^2 f(x)} \begin{vmatrix} Df(x) & D x f(x) \\ D^2 f(x) & D^2 x f(x) \end{vmatrix} \quad (10)$$

mit  $D \equiv \frac{d}{dx}$  abzeichnen.

---

<sup>1)</sup> Vgl. etwa *R. Zurmühl: «Praktische Mathematik für Ingenieure und Physiker»*, Springer Verlag Berlin/Göttingen/Heidelberg (1953), S. 174 ff.

## 2. Spezielle gleichseitige Interpolationshyperbeln mit achsenparallelen Asymptoten

a) *Hyperbel durch  $(x_0/y_0)$ , welche  $y = f(x)$  in  $(x_1/y_1)$  berührt.*

Ihre Gleichung ist durch

$$f^*(x) = f(x_0) + \frac{x - x_0}{A_1(x_1, x_0) + \frac{x - x_1}{A_2(x_1, x_1, x_0)}}$$

bestimmt; darin ist

$$A_2(x_1, x_1, x_0) = - \lim_{x_2 \rightarrow x_1} \frac{\begin{vmatrix} 1 & f(x_0) & x_0 f(x_0) \\ 1 & f(x_1) & x_1 f(x_1) \\ 1 & f(x_2) & x_2 f(x_2) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & x_0 f(x_0) \\ 1 & x_1 f(x_1) \\ 1 & x_2 f(x_2) \end{vmatrix}} = - \frac{\begin{vmatrix} 1 & f(x_0) & x_0 f(x_0) \\ 1 & f(x_1) & x_1 f(x_1) \\ 0 & D f(x_1) & D x_1 f(x_1) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & x_0 & f(x_0) \\ 1 & x_1 & f(x_1) \\ 0 & 1 & D f(x_1) \end{vmatrix}} \\ = - \frac{\begin{vmatrix} \gamma_1 f(x_0) & \gamma_1 x_0 f(x_0) \\ D f(x_1) & D x_1 f(x_1) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \gamma_1 f(x_0) \\ 1 & D f(x_1) \end{vmatrix}}.$$

b) *Hyperbel, deren Krümmung mit  $y = f(x)$  in  $(x_0/y_0)$  übereinstimmt.*

Aus (8) erhält man für die cartesische Darstellung dieser «Krümmungshyperbel»

$$f^*(x) = f(x_0) + \frac{x - x_0}{A_1(x_0, x_0) + \frac{x - x_1}{A_2(x_0, x_0, x_0)}} = \frac{\alpha_0 + \alpha_1 x}{\beta_0 + \beta_1 x}.$$

Es ist

$$A_1(x_0, x_0) = \frac{1}{D f(x_0)};$$

aus

$$\begin{aligned} \alpha_0 + \alpha_1 x_0 &= \beta_0 f(x_0) + \beta_1 x_0 f(x_0) \\ \alpha_1 &= \beta_0 D f(x_0) + \beta_1 D x_0 f(x_0) \\ 0 &= \beta_0 D^2 f(x_0) + \beta_1 D^2 x_0 f(x_0) \end{aligned}$$

folgt unter Berücksichtigung von  $\alpha_1 = A_2(x_0, x_0, x_0)$  und  $\beta_1 = 1$

$$A_2(x_0, x_0, x_0) = - \frac{1}{D^2 f(x_0)} \begin{vmatrix} D f(x_0) & D x_0 f(x_0) \\ D^2 f(x_0) & D^2 x_0 f(x_0) \end{vmatrix}$$

in Übereinstimmung mit (10).

### 3. Beispiele

a)  $y = r^x = e^{\delta x}$ .

– Interpolationshyperbel durch drei aequidistante Punkte.

Zufolge  $A_1(x+1, x) = \frac{r^{-x}}{r-1}, \quad A_1(x+2, x) = \frac{2r^{-x}}{r^2-1},$

$A_2(x+2, x+1, x) = -(r+1)r^x$  ergibt sich:

Interpolationsstellen

Interpolationshyperbel

0, 1, 2  $f^*(x) = 1 + \frac{(r-1)x}{1 - \frac{(r+1)(x-1)}{r-1}}$

$\xi, \xi+1, \xi+2 \quad f^*(x) = r^\xi \left[ 1 + \frac{(r-1)(x-\xi)}{1 - \frac{(r+1)(x-\xi-1)}{r-1}} \right]$

– Interpolationshyperbel durch drei zusammenfallende Kurvenpunkte (Krümmungshyperbel)

$A_1(x, x) = \frac{1}{\delta e^{\delta x}}, \quad A_2(x, x, x) = -e^{\delta x}.$

Interpolationsstelle

Krümmungshyperbel

0  $f^*(x) = 1 + \frac{\delta x}{1 - \delta x}$

$\xi \quad f^*(x) = e^{\delta \xi} \left[ 1 + \frac{\delta(x-\xi)}{1 - \delta(x-\xi)} \right]$

b)  $\psi(x) = \int_0^\infty \left( \frac{e^{-t}}{t} - \frac{e^{-xt}}{1-e^{-t}} \right) dt, R(x) > 0.$

Da

$\psi(x+1) - \psi(x) = \int_0^\infty e^{-xt} dt = \frac{1}{x},$

folgt

$A_1(x+1, x) = x, \quad A_1(x+2, x) = \frac{2x(x+1)}{2x+1}$

und

$A_2(x+2, x+1, x) = 2 + \frac{1}{x},$

somit unter Berücksichtigung von

$$\begin{aligned} \psi(1) &= \int_0^{\infty} \left( \frac{e^{-t}}{t} - \frac{1}{1-e^{-t}} \right) dt = -\lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} - \log n \right) = -C \\ &= -0.577\ 215\dots \end{aligned}$$

für die zu den Stützstellen 1, 2 und 3 gehörende Interpolationshyperbel

$$f^*(x) = -C + \frac{x-1}{1 + \frac{x-2}{3}}.$$

c) 
$$\psi'(x) = -\int_0^{\infty} \frac{te^{-xt}}{1-e^{-t}} dt, \quad R(x) > 0.$$

---

$\psi'(x)$  erfüllt die Differenzgleichung

$$\psi'(x+1) - \psi'(x) = -\frac{1}{x^2},$$

so dass für

$$A_1(x+1, x) = -x^2, \quad A_1(x+2, x) = -\frac{2x^2(x+1)^2}{x^2 + (x+1)^2}$$

und

$$A_2(x+2, x+1, x) = -\left( 2 + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} \right)$$

erhalten wird. Da

$$\psi'(1) = -\int_0^{\infty} \frac{1}{1-e^{-t}} dt = \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\nu^2} = \frac{\pi^2}{6},$$

hat die den Interpolationsstellen 1, 2 und 3 zugeordnete Hyperbel die Gleichung

$$f^*(x) = \frac{\pi^2}{6} - \frac{x-1}{1 - \frac{x-2}{5}}.$$

#### 4. Die Restgliedfunktion bei hyperbolischer Interpolation

Falls die hyperbolisch zu interpolierende Funktion  $y = f(x)$  nicht selber gleichseitige Hyperbel mit achsenparallelen Asymptoten ist, weicht die Interpolationskurve  $y = f^*(x)$  ausser in den Stützstellen  $x_0, x_1$  und  $x_2$  von ihr ab. Um eine Aussage über die Grösse dieser Abweichung in Abhängigkeit des Interpolationsargumentes  $x$  machen zu können, setzen wir voraus, dass  $f(x)$  im Interpolationsintervall  $\alpha \leq x \leq \beta$ , das  $x_0, x_1$  und  $x_2$  enthält, hinreichend regulär sei und eventuell vorhandene Pole nicht in  $x_0, x_1$  oder  $x_2$  fallen. Die zu approximierende Funktion  $y = f(x)$  wird durch

$$f(x) = f(x_0) + \frac{x-x_0}{A_1(x_1, x_0) + \frac{x-x_1}{A_2(x_2, x_1, x_0) + \frac{x-x_2}{A(x; x_2, x_1, x_0)}} = \frac{g(x)}{l(x)}$$

dargestellt.

$$f^*(x) = f(x_0) + \frac{x-x_0}{A_1(x_1, x_0) + \frac{x-x_1}{A_2(x_2, x_1, x_0)}} = \frac{g^*(x)}{l^*(x)}$$

ist Ersatzhyperbel;  $l(x)$  und  $l^*(x)$  sind in  $x$  linear.

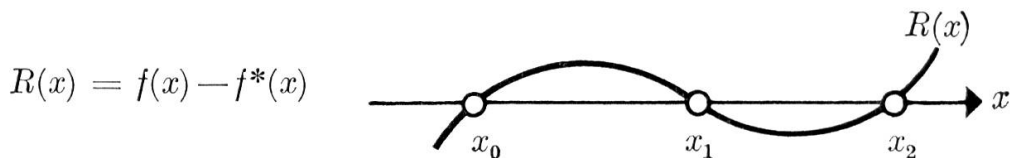
Da zwischen zwei aufeinanderfolgenden Näherungswerten  $\frac{z_{k-1}}{n_{k-1}}$  und  $\frac{z_k}{n_k}$  des Kettenbruches

$$w = a_0 + \frac{a_1}{b_1 + \frac{a_2}{b_2 + \frac{a_3}{b_3 + \frac{a_4}{b_4 + \dots}}}}$$

die Beziehung

$$\frac{z_k}{n_k} - \frac{z_{k-1}}{n_{k-1}} = \frac{(-1)^{k-1} a_1 a_2 \dots a_k}{n_k n_{k-1}}$$

besteht, ergibt sich für die Restgliedfunktion (Fig. 1)



die Relation

$$R(x) = \frac{g(x)}{l(x)} - \frac{g^*(x)}{l^*(x)} = A \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)}{l(x)l^*(x)},$$

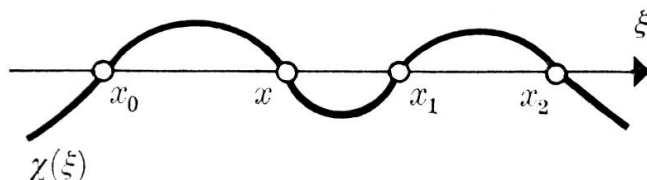
durch welche das Darstellungsproblem für  $R(x)$  auf das Ermitteln der Konstanten  $A$  zurückgeführt wird.

Die Funktionen

$$\Phi(\xi) = \frac{g(\xi)}{l(\xi)} - \frac{g^*(\xi)}{l^*(\xi)} - A \frac{(\xi-x_0)(\xi-x_1)(\xi-x_2)}{l(\xi)l^*(\xi)}$$

und

$$\chi(\xi) = l(\xi)l^*(\xi)\Phi(\xi) = g(\xi)l^*(\xi) - g^*(\xi)l(\xi) - A(\xi-x_0)(\xi-x_1)(\xi-x_2)$$



(Fig. 2) verschwinden in den Interpolations- und Stützstellen  $x$  und  $x_0, x_1, x_2$ ;  $\chi(\xi)$  hat demnach im Intervall  $[\alpha, \beta]$  vier Nullstellen. Nach dem Satz von Rolle liegt für eine beliebige stetige und differenzierbare Funktion zwischen zwei Nullstellen mindestens eine Nullstelle ihrer Ableitung. Bei der als hinreichend vorausgesetzten Regularität der Funktion  $f(x)$  gibt es daher im Intervall  $(\alpha, \beta)$  mindestens eine Stelle  $\xi_0$ , in welcher  $\chi'''(\xi)$  zu Null wird:

$$\chi'''(\xi_0) = [g(\xi_0)l^*(\xi_0)]''' - [g^*(\xi_0)l(\xi_0)]''' - 3!A = 0.$$

In der so erhaltenen linearen Bestimmungsgleichung für  $A$  ist das mittlere Glied als dritte Ableitung einer quadratischen Funktion Null, so dass als Lösung

$$A = \frac{1}{6} \left[ \left( \frac{d}{d\xi} \right)^3 g(\xi)l^*(\xi) \right]_{\xi=\xi_0} = \frac{1}{6} \left[ \left( \frac{d}{d\xi} \right)^3 l(\xi)l^*(\xi)f(\xi) \right]_{\xi=\xi_0}$$

und damit für die Restgliedfunktion

$$R(x) = \frac{1}{6} \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)}{l(x)l^*(x)} \left[ \left( \frac{d}{dx} \right)^3 l(x)l^*(x)f(x) \right]_{x=\xi_0} \quad (11)$$

resultiert. Bleibt  $f(x)$  in  $[\alpha, \beta]$  endlich, ist die Annahme  $l(x) \equiv l^*(x)$  zulässig.

## 5. Ausblick

Der gewählte Ansatz für die interpolierende Hyperbel legt die Verallgemeinerung der von *Jecklin* eingeführten Interpolationsmethode durch Funktionen

$$f^*(x) = f(x_0) + \frac{x - x_0}{A_1 + \frac{x - x_1}{A_2 + \frac{x - x_2}{A_3 + \dots}}}, \quad (12)$$

d. h. durch Kettenbrüche oder äquivalente gebrochene rationale Funktionen nahe. Die bisher nur im Zusammenhang mit dem Leibrentenproblem für spezielle Funktionen in Erscheinung getretenen Kettenbrüche könnten in erweitertem Rahmen für die Bedürfnisse der praktischen Versicherungsmathematik nutzbringend eingeführt werden. Eine auf Funktionen (12) basierende *F*-Methode zur globalen Reserveberechnung dürfte hinreichend geschmeidig sein, um auch den für temporäre Versicherungen typischen Reserveverlauf zu erfassen.

## Literaturhinweise

- H. Jecklin*: «Hyperbolische Interpolation», Elemente der Mathematik, Band IV/2 (1949).
- H. Jecklin* und *H. Zimmermann*: «Eine praktische Interpolationsformel», Mitteilungen der Vereinigung schweizerischer Versicherungsmathematiker, Band 48 (1948).
- H. Jecklin*: «A new Method for the group calculation of reserves», Journal of the Institute of Actuaries Student's Society, Vol. X, No. 2 (1951).
- H. Jecklin*: «Nouvelle méthode pour le calcul par groupes des réserves mathématiques en assurance-Vie», Boletim do Instituto dos Actuários Portugueses, ano V, no. 5 (1950).
- M. T. L. Bizley* and *A. E. Lacey*: «Approximate Valuation of Life Assurance and Annuity Contracts», Cambridge University Press (1954), p. 93–97.

### Résumé

Pour déterminer les coefficients de l'hyperbole d'interpolation relative à la fonction  $y = f(x)$ , on a recours à un algorithme. On peut d'autre part, en cas d'interpolation hyperbolique, représenter la partie restante à l'aide d'une formule.

### Summary

To determine the coefficient of the interpolation hyperbola applied to a function  $y = f(x)$  an algorithmus is developped. Moreover, the author derives a formula representing the remainder in case of hyperbolic interpolation.

### Riassunto

Per determinare i coefficienti della iperbole d'interpolazione coordinata alla funzione  $y = f(x)$  si ricorre ad un algoritmo. Inoltre si deriva una formola per rappresentare il resto nel caso dell'interpolazione iperbolica.

