

**Zeitschrift:** Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker  
= Bulletin / Association des Actuaires Suisses = Bulletin / Association of  
Swiss Actuaries

**Herausgeber:** Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker

**Band:** 61 (1961)

**Artikel:** Pensionskassen mit variablen Renten

**Autor:** Schaetzle, Theo / Deprez, Eric

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-966732>

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 15.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Pensionskassen mit variablen Renten

*Von Theo Schaetze und Eric Deprez, Zürich*

### Zusammenfassung

Variable Renten («variable annuities») werden eingeführt, um eine Anpassung an die Kaufkraft des Geldes zu erzielen. Kürzlich wurde eine neuartige Pensionskasse gegründet, die ihr Vermögen in Sachwerten anlegt und nicht nur variable Altersrenten, sondern auch variable Invaliden- und Hinterlassenenrenten ausrichtet. Deren versicherungstechnischer Aufbau und die dabei in der Praxis auftretenden Fragen werden beschrieben.

### I. Einleitung

Gut ausgebauten Personalfürsorgeeinrichtungen schweizerischer Betriebe richten im allgemeinen Alters-, Invaliden-, Witwen- und Waisenrenten aus. Die Höhe dieser Leistungen wird entweder in einem festen Frankenbetrag oder in Prozenten des Gehaltes des Versicherten festgesetzt. Neuerdings werden überdies Lösungen gesucht, um die Höhe der Renten variabel zu lassen und ihre Kaufkraft möglichst zu erhalten.

Der Hauptgrund, der zur Einführung dieses neuartigen Systems führt, ist das *Sachwertdenken*. Es soll versucht werden, dem Versicherten nicht nur eine nominelle Leistung zu versprechen, sondern ihm auch eine Garantie hinsichtlich des inneren Wertes der Fürsorgeleistungen zu geben.

Dieses Problem stellt sich immer wieder, und zwar nicht nur in der Lebensversicherung, besonders in der Rentenversicherung, sondern auch bei andern Formen des Sparens. Man sammelt in kaufkraftmässig gutem Geld ein Kapital an, das dann sehr oft bei seiner Fälligkeit bzw. Verwendung nur noch einen geringen Wert besitzt. Warum – wird gefragt – sollen wir «gute» Franken sparen, um dann «schlechte» zu erhalten?

Ein Weg, der bereits im In- und Ausland von betrieblichen Fürsorgeeinrichtungen beschritten wird, führt dahin, dass man das geäußerte Vermögen in Sachwerten, wie z. B. Liegenschaften und Aktien, anlegt und die Höhe der anwartschaftlichen und laufenden Renten den vorhandenen Mitteln immer wieder anpasst. Diese Anlagepolitik soll zur Folge haben, und das ist hier das grundlegende Postulat, dass bei einer Reduktion der Kaufkraft des Geldes der Wert des Kassenvermögens zunimmt, während er bei einer Erhöhung der Kaufkraft abnehmen darf. Obschon damit nicht eine absolute Garantie für die beabsichtigte Anpassung der Renten an den Geldwert gegeben ist, so ist doch etwas in der gewünschten Richtung hin unternommen worden, und es ist durchaus möglich, dass dem Versuch Erfolg beschieden ist.

Wie kann man nun die allfälligen Vorteile der Anlage in Sachwerten den Versicherten zukommen lassen? Das Problem sei noch in einen weiteren Zusammenhang gestellt: Jeder Versicherungsträger macht die Erfahrung, dass sich seine Erwartungen hinsichtlich des Risikoverlaufs usw. selten erfüllen. Der Lebensversicherer z. B. stellt Abweichungen der Sterblichkeit, des Kapitalertrages und des Wertes der Kapitalanlagen fest. Überschüsse, die eine Lebensversicherungsgesellschaft erzielt, geben Anlass, den Versicherten am Gewinn zu beteiligen. Selbständige Pensionskassen können mit den erzielten Überschüssen und Mutationsgewinnen die ursprünglich vorgesehenen Leistungen verbessern oder allfällige technische Fehlbeträge reduzieren. Beim System der variablen Renten sollen die Versicherungsleistungen automatisch dem tatsächlichen Verlauf der Sterblichkeit, dem erzielten Kapitalertrag und den allfälligen Schwankungen des Wertes der Kapitalanlagen angepasst werden.

Ausgangspunkt zur Beurteilung der erwähnten Abweichung bildet das Vermögen des Versicherungsträgers einerseits und das technisch notwendige Deckungskapital der anwartschaftlichen und laufenden Leistungen andererseits. Ist das Vermögen höher als das Deckungskapital, so können die Versicherungsleistungen verbessert werden. Der Quotient

$$\frac{\text{Vermögen}}{\text{Deckungskapital}}$$

ist somit grundsätzlich massgebend für die Festsetzung des Gewinnanteils in der Lebensversicherung, des Überschusses oder Defizits der selbständigen Kasse und der Höhe der variablen Rente.

Wird das Vermögen in Sachwerten angelegt, so kann es sich sehr stark verändern, und zwar sowohl nach oben als auch nach unten. Vielleicht klaffen somit Vermögen und Deckungskapital viel weiter auseinander, als es bei der üblichen Anlagepraxis der Fall ist. Um so wichtiger ist es, dass die Renten variabel sind und automatisch den tatsächlichen Verhältnissen angepasst werden.

## II. Versicherung von Altersrenten

Variable Renten kamen zuerst in den USA auf. Die erste Pensionskasse dieser Art war die der immer wieder erwähnten «Teachers Insurance and Annuity Association» (Society of Actuaries, Transactions, Vol. IV und Vol. XI, S. 1071 ff. sowie XV. Internationaler Kongress der Versicherungsmathematiker, 1957, Vol. I und IV). Vor kurzem wurde auch eine solche Kasse in einem schweizerischen Unternehmen, Nestlé, eingeführt – wir sind Herrn Dr. Harald Schulthess für seine Mitteilungen darüber zu Dank verpflichtet. In England führt die Northern, allerdings in einem kleinen Umfange, eine Versicherungsabteilung mit variablen Renten. In Holland ist die Versicherungsgesellschaft De Waerdye sogar ganz auf variable Versicherungsleistungen eingestellt.

Im allgemeinen sehen alle diese Versicherungsträger nur Altersrenten vor. Daher sei zuerst auf das dabei in der Regel angewandte Verfahren eingegangen, nachher wird dann die Erweiterung auf Invaliden- und Hinterlassenenrenten beschrieben.

Der übliche amerikanische Pensionsplan wird durch *Einmaleinlagen* finanziert. Das System ist einfach und schon lange bekannt. Auch in der Schweiz gibt es einige Versicherungseinrichtungen mit dieser Finanzierungsart. Der Beitrag, der für einen Versicherten jeweils zu Beginn des Versicherungsjahres entrichtet wird, führt, als Einmaleinlage betrachtet, zur Bildung einer gewissen Teilaltersrente: Bezeichnen wir mit  $EE_x$  die im Alter  $x$  geleistete Einmaleinlage, so wird diese Teilaltersrente

$$\Delta AR_x = \frac{EE_x}{s-x|\ddot{a}_x}. \quad (1)$$

Die schliesslich im Schlussalter  $s$  zur Auszahlung gelangende Altersrente  $AR$  ist gleich der Summe dieser durch Einmaleinlagen finanzierten Teilrenten:

$$AR = \sum_{v=0}^{s-x-1} \frac{EE_{x+v}}{s-x-v | \ddot{a}_{x+v}}. \quad (2)$$

Im Gegensatz zum System der Durchschnittsprämie, das die meisten autonomen Pensionskassen kennen, wird von der Individualprämie ausgegangen, wie z.B. bei der schweizerischen Gruppenversicherung. Die Höhe der Altersrente wird also abhängig gemacht vom Alter des Versicherten bei der Zahlung der Einmaleinlage und von der Höhe dieser Einlage.

Das Deckungskapital einer solchen Altersrentenversicherung nach  $t$  Jahren ist gegeben durch

$$tV = \sum_{v=0}^{t-1} \frac{EE_{x+v}}{s-x-v | \ddot{a}_{x+v}}. \quad (3)$$

Die Summe der individuellen Deckungskapitalien bildet das Gesamdeckungskapital, das nun mit dem tatsächlich vorhandenen Vermögen verglichen wird. Ist dieses grösser als das Deckungskapital, so können die bereits erworbenen Altersrenten direkt im Verhältnis Vermögen durch Deckungskapital erhöht werden. Umgekehrt muss eine Reduktion der Altersrenten vorgenommen werden, wenn das Vermögen kleiner ist als das Deckungskapital. Es ist einfach, in diese Betrachtung ebenfalls die bereits laufenden Renten einzuschliessen.

Da die Altersrente variabel ist, kann ihre Höhe nicht in Franken, sondern muss z.B. in «Punkten» (in den USA oft «unit» genannt) angegeben werden. Dabei ist der Wert eines Punktes gegeben durch den Quotienten

$$\text{Punktwert} = \frac{\text{Vermögen}}{\text{Deckungskapital}}. \quad (4)$$

Ist bei der Gründung der Fürsorgeeinrichtung das Vermögen gleich dem Deckungskapital, so kann man als Punktwert setzen 1 Punkt = 1 Fr. Wenn wir annehmen, das Vermögen der Kasse sei nach  $t$  Jahren 50% höher als das Deckungskapital, so können die bisher erworbenen Altersrenten um 50% erhöht werden. Der Punktwert beträgt von diesem Zeitpunkt an 1 Punkt = Fr. 1.50. Die versicherte Rente wird also, um sie in Franken auszudrücken, mit dem neuen Punktwert multipliziert. Allgemein gilt:

$$\begin{array}{lcl} \text{Versicherungsleistung} & = & \text{Versicherungsleistung} \\ \text{in Franken} & = & \text{in Punkten} \end{array} \text{ mal Punktwert.} \quad (5)$$

Wie verhält es sich jetzt mit der Bewertung der in Franken zahlbaren, konstanten Einmaleinlagen? Da notwendigerweise die Versicherungsleistung in Punkten angegeben werden muss, ist auch die Einmaleinlage in Punkten umzurechnen. Schreiben wir Beziehung (1) in vereinfachter Form unter Berücksichtigung der Einheiten Franken und Punkte:

$$\Delta(Fr.) = \frac{EE(Fr.)}{\ddot{a}}, \quad \Delta(P) = \frac{EE(P)}{\ddot{a}}, \quad (6)$$

daraus folgt

$$\frac{EE(P)}{EE(Fr.)} = \frac{\Delta(P)}{\Delta(Fr.)}. \quad (7)$$

Formel (5) wird in analoger Schreibweise

$$\Delta(Fr.) = \Delta(P) \cdot PW. \quad (8)$$

Aus den beiden letzten Beziehungen ergibt sich:

$$EE(P) = \frac{EE(Fr.)}{PW}. \quad (9)$$

Diese rein formale Herleitung führt zum allgemein gültigen Ergebnis:

$$\text{Beitrag in Punkten} = \frac{\text{Beitrag in Franken}}{\text{Punktwert}}. \quad (10)$$

Es wird auch durch folgende Überlegung bestätigt: Eine Erhöhung des Punktwertes ist im allgemeinen die Folge einer Verminderung der Kaufkraft des Geldes. Die künftigen Frankenbeiträge besitzen daher ebenfalls eine geringere Kaufkraft als früher, was sich durch eine Reduktion ihres Wertes in Punkten auszudrücken hat. Die Verhältnisse sind gerade umgekehrt, wenn die Kaufkraft des Geldes steigt: eine daraus folgende Herabsetzung des Punktwertes wird wohl die bisher angesammelte Altersrente reduzieren, den Wert der künftigen Beiträge jedoch erhöhen.

### III. Versicherung von Alters-, Invaliden- und Hinterlassenenrenten

Eine wirkungsvolle Personalfürsorge kann sich nicht mit der Gewährung von Altersrenten begnügen. Die Hilfeleistung muss ebenfalls auf den Tod und die Invalidität gerichtet sein. In den USA z. B. werden deshalb neben dem vorstehend beschriebenen Pensionsplan zusätzlich,

unter der Bezeichnung «group insurance», einjährige Risikoversicherungen für das Personal abgeschlossen. Dass die schweizerischen Pensionskassen die drei Risiken gleichzeitig decken, hat unter anderem den Vorteil, Änderungen der Sterblichkeit teilweise zu kompensieren.

Im folgenden ist der versicherungstechnische Aufbau des konkreten Beispiels einer selbständigen Kasse beschrieben, mit welcher der Versuch gemacht wird, die Kaufkraft der Versicherungsleistungen zu erhalten. Es handelt sich um die praktische Realisierung dieses Postulates durch die 1960 errichtete Suprema-Stiftung für höhere Angestellte des Bührle-Konzerns.

Das Stiftungsvermögen besteht aus einer Gründungsdotation und wird durch die Beiträge der Arbeitgeber und Versicherten geäufnet. Vorgeschrieben ist, dass es zur Hauptsache in in- und ausländischen, kotierten und nicht kotierten Aktien oder anderen Sachwerten angelegt wird. Dieser Anlagepolitik stimmten die zuständigen Behörden zu. Berücksichtigt wurde vor allem, dass es sich im vorliegenden Fall um eine auf einen ausgewählten Kreis von Versicherten beschränkte, zusätzliche Pensionskasse handelt, deren Mitglieder zugleich anderen, nach traditioneller Methode aufgebauten Kassen angehören.

Durch die Anlage des Stiftungsvermögens in Sachwerten wird angestrebt, dass sein Wert, in Franken ausgedrückt, bei fallender Kaufkraft des Geldes (Inflation) steigt, während in Kauf genommen wird, dass der frankenmässige Wert bei steigender Kaufkraft abnimmt. Wir verzichten hier absichtlich auf Voraussagen für die Zukunft und sind uns bewusst, dass die zweckmässige Anlage des Vermögens einerseits ein grosses Verantwortungsbewusstsein der Stiftungsorgane und andererseits ein besonderes Verständnis für wirtschaftliche Fragen von seiten der Versicherten voraussetzt.

Für die Suprema-Stiftung gelten vorerst die in Abschnitt II erläuterten Grundsätze. Die Versicherungsleistungen werden in Punkten festgesetzt. Entsprechend dem Quotienten (4) besitzt jeder Punkt einen bestimmten Wert, der sich aus der Division des Vermögens durch das Deckungskapital ergibt. Gemäss den Beziehungen (5) und (10) werden die in Punkten ausgedrückten Leistungen durch die Multiplikation mit dem Punktewert in Franken umgewandelt, und die in Franken einzuzahlten Beiträge müssen durch Division mit dem Punktewert in Punkte umgerechnet werden. Bei der Errichtung der Kasse ist der Punktewert 1 Punkt = 1 Fr.

### *a) Versicherte Leistungen und Finanzierung*

Die neue Pensionskasse sieht monatlich zahlbare Alters-, Invaliden-, Witwen- und Waisenrenten vor, wobei das Hauptgewicht auf den Alters- und Hinterlassenenschutz gelegt wird. Hinsichtlich der Höhe der Invalidenrente hielten wir uns an das System, wie es bei der Altersrente gemäss Abschnitt II Verwendung findet. Mit jedem Beitrag wird eine Teilrente in Form einer gewissen Anzahl von gutgeschriebenen Punkten finanziert, und die zur Auszahlung gelangende Invalidenrente entspricht dann der Summe der bis zum Rentenbeginn erworbenen Teilrenten. Die anfängliche Invalidenrente ist allerdings klein. Das wurde jedoch in Kauf genommen, weil es sich um eine zusätzliche Fürsorgeeinrichtung zu bestehenden Pensionskassen handelt.

Die Höhe der Alters- und Invalidenrenten ist dadurch gegeben, dass dem Versicherten jedes Jahr auf Grund des für ihn entrichteten Beitrages folgende Teilrente gutgeschrieben wird:

Jährliche Punktegutschrift = Beitrag in Punkten mal «Altersfaktor». (11)

Vom 65. Altersjahr an hat der Versicherte Anspruch auf eine lebenslängliche Altersrente, deren Höhe der Summe der bis zum Rentenbeginn gutgeschriebenen Punktezahlen entspricht.

Die Bestimmung des tarifgemässen «Altersfaktors» wird unter c erläutert.

Unsere Kasse gewährt der Witwe eines aktiv oder pensioniert verstorbenen Versicherten eine Rente in der Höhe von 50% jener Altersrente, die dem Versicherten selber zugekommen wäre, wenn bei gleichbleibendem Punktewert der letzte Jahresbeitrag bis zum Rücktrittsalter von 65 Jahren weiterbezahlt worden wäre.

Kinder unter 20 Jahren aktiv oder pensioniert verstorbener Versicherter erhalten eine Waisenrente, die 20% der soeben definierten Altersrente beträgt. Vollwaisen haben Anspruch auf 40% dieser Altersrente.

Hinsichtlich der Finanzierung der Hinterlassenrenten mussten wir eine neue Lösung suchen, wobei wir uns an keine Vorbilder halten konnten. Weil der Todesfallschutz auch über das Rücktrittsalter hinaus besteht, wurden wir zur Finanzierung der Witwen- und Waisenrenten durch «konstante Jahresprämien» geführt, im Gegensatz zu den Einmaleinlagen für die Invaliden- und Altersrenten.

b) *Rechnungsgrundlagen und Grundformeln*

Für die Berechnungen dienten die neusten technischen Grundlagen der Eidgenössischen Versicherungskasse EVK (A) 1960, 3 %. Um einer weiteren Abnahme der Sterblichkeit Rechnung zu tragen, wurden in Anlehnung an die Arbeiten von Professor Nolfi (Technische Grundlagen für Pensionsversicherungen, VZ 1950 und 1960) sogenannte Umwandlungszuschläge eingeführt. Diese Methode ist einfach. Wir verstärken die Anwartschaft eines Aktiven auf die lebenslängliche Altersrente, fällig sofern der Versicherte das Alter 65 als Aktiver erlebt, durch Multiplikation mit  $1 + 0,005 \cdot (65 - x)$ . Für einen 35jährigen z.B. wird der Rentenbarwert also um 15 % erhöht.

Die Kosten der Witwenrente werden nach der kollektiven Methode berechnet. Für die Mitversicherung der Waisenrenten erhöhen wir der Einfachheit halber die Barwerte der anwartschaftlichen Witwenrente um 5 %.

Es ergeben sich in Anlehnung an die in den Tafeln EVK 1960 verwendeten Symbole folgende Grundformeln:

$$AR = \text{Altersrente} \quad {}_{65-x|}a_x^a = \frac{D_{65}^a}{D_x^a} \ddot{a}_{65}^{(12)}. \quad (12)$$

$$\text{Verstärkungsfaktor:} \quad g_x = 1 + 0,005 \cdot (65 - x). \quad (13)$$

$$IR = \text{Invalidenrente} \quad a_x^{ai} = \frac{N_x^{ai}}{D_x^a}, \quad (14)$$

$$N_x^{ai} = \sum_{v=0}^{64-x} D_{x+v}^{ai}, \quad (15)$$

$$D_x^{ai} = v^{x+\frac{1}{2}} l_x^a * i_x \ddot{a}_{x+\frac{1}{2}}^{(12)}. \quad (16)$$

$$AIR = \text{Alters- und Invalidenrente} \quad (AR = IR)$$

$$T_x = \frac{1}{g_x {}_{65-x|}a_x^a + a_x^{ai}}, \quad (17)$$

$T_x$ : Gutgeschriebene Teilrente für einen  $x$ -jährigen Versicherten für eine Einmaleinlage 1.

$$U_x = \sum_{v=0}^{64-x} T_{x+v}, \quad (18)$$

$U_x$ : Altersrente eines  $x$ -jährigen Neueintretenden, wenn vom Eintrittsalter  $x$  an bis zum Schlussalter 65, zu Beginn jedes Jahres, eine Einmaleinlage 1 entrichtet wird.

*WiWaiR = Witwen- und Waisenrente*

Jahresprämie für  $WiR = 1$  und  $WaiR = 0,4$

$$P_x^{aw} = \frac{1,05 a_x^{aw}}{\ddot{a}_{x:65-x}^a}. \quad (19)$$

Zuschlag von 5% für Waisenrenten.

*c) Beitrag und Punktwert konstant*

In den folgenden Betrachtungen wird vorläufig angenommen, dass vom Eintrittsalter an bis zum Rücktrittsalter jährlich ein konstanter Beitrag 1 für die Alters-, Invaliden- und Hinterlassenenrenten erteilt werde, und ferner, dass der Punktwert 1 Punkt = 1 Fr. sei. Veränderungen des Beitrages und des Punktwertes werden in Abschnitt *d* und *e* untersucht.

Der für einen  $x$ -jährigen Versicherten geleistete Beitrag 1 wird aufgeteilt in eine Einmaleinlage zur Finanzierung der Alters- und Invalidenrente und in eine Jahresprämie zur Finanzierung der Hinterlassenenrenten:

$$1 = EE_x(AIR) + P_x(WiWaiR), \quad (20)$$

$AR_x$  sei diejenige Altersrente, die einem  $x$ -jährigen Neueintretenden zukommt, wenn der Beitrag 1 zu Beginn jedes Jahres bis zum Alter von 65 Jahren einbezahlt wird. Die versicherte Witwenrente ist dann  $0,5 AR_x$ . Die entsprechende Jahresprämie für die Hinterlassenenrenten beträgt

$$P_x(WiWaiR) = 0,5 AR_x P_x^{aw}. \quad (21)$$

Vom totalen Beitrag 1 stehen also noch als jeweilige Einmaleinlage für die zu versichernde Alters- und Invalidenrente zur Verfügung:

$$EE_x(AIR) = 1 - 0,5 AR_x P_x^{aw}. \quad (22)$$

Ausgehend von der Definition von  $U_x$  wird die Altersrente des  $x$ -jährigen dann:

$$AR_x = U_x(1 - 0,5 AR_x P_x^{aw}). \quad (23)$$

Setzen wir zur Vereinfachung

$$h_x = 0,5 U_x P_x^{aw} \quad (24)$$

so erhalten wir

$$AR_x = \frac{U_x}{1 + h_x}. \quad (25)$$

Werden diese Ausdrücke in die Formeln (22) und (21) eingesetzt, so erhält man

$$EE_x(AIR) = \frac{1}{1 + h_x}, \quad (26)$$

$$P_x(WiWaiR) = \frac{h_x}{1 + h_x}. \quad (27)$$

Unter Berücksichtigung der Definition von  $T_x$  führt der im Alter  $x + t$  entrichtete totale Beitrag 1, wenn  $x$  das Eintrittsalter bedeutet, zu folgender, dem Versicherten gutzuschreibenden

$$\text{Erhöhung der Alters- und Invalidenrente} = \frac{T_{x+t}}{1 + h_x}. \quad (28)$$

Die Summe der einzelnen Teilrenten führt zur Altersrente

$$AR_x = \sum_{v=0}^{64-x} \frac{T_{x+v}}{1 + h_x}. \quad (29)$$

Die durch die Beziehung (28) gegebene Teilrente stellt, wenn der Beitrag vom Eintritt in die Versicherung an konstant bleibt, den in Formel (11) erwähnten Altersfaktor dar. Er ist nicht nur vom erreichten Alter  $x + t$ , sondern auch vom Eintrittsalter  $x$  abhängig und gibt Anlass zur Konstruktion eines Tarifes mit 2 Eingängen. Ein Auszug aus diesem Tarif ist im Anhang I abgedruckt. Ein Blick darauf zeigt, dass z.B. mit einem Jahresbeitrag von Fr. 1000 ein 60jähriger Versicherter seine Alters- und Invalidenrente um Fr. 82 oder um Fr. 85 erhöhen kann, je nachdem er mit 45 oder 55 Jahren in die Kasse eingetreten ist.

Die Anwendung des zweieingängigen Tarifes ist umständlich. Insbesondere ist es nicht leicht, bei Beitragsänderungen die Versicherungsleistungen aus dem geschilderten Tarif zu bestimmen. Ohne eingehend die damit zusammenhängenden praktischen Schwierigkeiten zu erörtern, sei lediglich erwähnt, dass die Höhe der Versicherungsleistungen nicht nur vom Eintrittsalter und vom anfänglichen Beitrag, sondern auch von den Altern, in welchen Beitragsänderungen stattgefunden haben, und von der Höhe dieser Beitragsänderungen, abhängig ist.

Wir haben daher geprüft, ob der zweieingängige Tarif nicht durch einen Tarif mit nur einem Parameter ersetzt werden könnte. Dabei erwies es sich als sinnvoll, von der «Altersrentenreihe» (25) auszugehen

und die Erhöhung der Alters- und Invalidenrente, statt gemäss Beziehung (28), durch folgende Differenz zu ermitteln

$$\Delta AIR_{x+t} = \frac{U_{x+t}}{1+h_{x+t}} - \frac{U_{x+t+1}}{1+h_{x+t+1}}. \quad (30)$$

Die Summe dieser Teilrenten, nämlich die beim Rücktrittsalter schliesslich erreichte Altersrente, ist gleich hoch, ob nun der ein- oder zweieingängige Tarif angewendet wird, da

$$\sum_{v=0}^{64-x} \frac{T_{x+v}}{1+h_x} = \frac{U_x}{1+h_x} = \sum_{v=0}^{64-x} \left( \frac{U_{x+v}}{1+h_{x+v}} - \frac{U_{x+v+1}}{1+h_{x+v+1}} \right). \quad (31)$$

Eine eingehende Untersuchung zeigt, dass im allgemeinen die nach Formel (30) berechneten Punktegutschriften kleiner sind als die genau mit Formel (28) berechneten. Die Differenz der angesammelten Punktegutschriften bewegt sich für mittlere Alter um einige Prozente der genauen Werte und fällt dann gegen das Schlussalter hin auf 0 herab. Nach dem Tarif mit 2 Eingängen könnten also etwas höhere Invalidenrenten versichert werden als nach dem Tarif mit einem Eingang. Infolgedessen führt dieser zu einer, wenn auch bescheidenen, Sicherheitsmarge für das Invaliditätsrisiko.

Im Anhang II sind die nach Formel (30) berechneten Altersfaktoren wiedergegeben.

#### *d) Beitragsänderungen*

In den vorangehenden Betrachtungen haben wir angenommen, dass der Beitrag vom Eintrittsalter an bis zum Rücktrittsalter konstant bleibe. Die Annahme spielt immer wieder eine Rolle, da bei einer Beitragsänderung vorerst wieder so gerechnet werden muss, wie wenn der neue Beitrag nun unverändert beibehalten würde. Der Grund liegt darin, dass die Witwenrente auf 50% jener Altersrente festgesetzt ist, auf die der Versicherte Anspruch gehabt hätte, wenn der letzte Jahresbeitrag bis zum Alter von 65 Jahren weiterbezahlt worden wäre.

Wir haben angedeutet, dass vor allem bei einer Beitragsänderung im Laufe der Versicherungsdauer die Anwendung des zweieingängigen Tarifes kompliziert sei und haben deshalb einen zweckmässigeren Tarif aufgestellt. Aber auch bei diesem gibt die gewählte Art der Finanzierung zu folgenden Überlegungen Anlass: Aus den Beziehungen (26) und (27) ist ersichtlich, dass die Aufteilung des Beitrages in eine Ein-

maleinlage für die Alters- und Invalidenrente und in eine Jahresprämie für die Hinterlassenenrenten, wegen  $h_x$ , vom Eintrittsalter  $x$  abhängt. Wird im Alter  $x+t$  der Beitrag erhöht, so kommt mit der Beitrags-erhöhung eine zusätzliche Versicherung, eine Nachversicherung, zu-stande. Die Differenz zwischen dem neuen und dem alten Beitrag wird wiederum gemäss Formel (26) und (27), wobei jedoch  $x$  durch  $x+t$  zu ersetzen ist, aufgeteilt<sup>1)</sup>.

Bezeichnen wir den ursprünglichen Beitrag mit  $\mathfrak{B}$ , so betrug bis zur Beitragserhöhung die Aufteilung in Einmaleinlage und Jahresprämie

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{B} \frac{1}{1+h_x} + \mathfrak{B} \frac{h_x}{1+h_x}. \quad (32)$$

Für die im Alter  $x+t$  eintretende Beitragserhöhung  $\Delta\mathfrak{B}$  dagegen:

$$\Delta\mathfrak{B} = \Delta\mathfrak{B} \frac{1}{1+h_{x+t}} + \Delta\mathfrak{B} \frac{h_{x+t}}{1+h_{x+t}}. \quad (33)$$

Da  $h_{x+t} \neq h_x$ , wird die Aufteilung des neuen Beitrages verändert.

Die neue Einmaleinlage für die Alters- und Invalidenrente beträgt:

$$\mathfrak{EE}_{x+t}(AIR) = \mathfrak{B} \frac{1}{1+h_x} + \Delta\mathfrak{B} \frac{1}{1+h_{x+t}}. \quad (34)$$

Die neue Jahresprämie für die Hinterlassenenrente beträgt:

$$\mathfrak{P}_{x+t}(WiWaR) = \mathfrak{B} \frac{h_x}{1+h_x} + \Delta\mathfrak{B} \frac{h_{x+t}}{1+h_{x+t}}. \quad (35)$$

Die Punktegutschrift im Alter  $x+t$  errechnet sich, gemäss Beziehungen (11) und (30), zu

$$\Delta\mathfrak{ATR}_{x+t} = (\mathfrak{B} + \Delta\mathfrak{B}) \left( \frac{U_{x+t}}{1+h_{x+t}} - \frac{U_{x+t+1}}{1+h_{x+t+1}} \right). \quad (36)$$

Die jetzt versicherte Altersrente beträgt, falls der neue Beitrag  $\mathfrak{B} + \Delta\mathfrak{B}$  vom Alter  $x+t$  an bis zum Schlussalter entrichtet wird:

$$\mathfrak{AR}_{x+t} = \mathfrak{B} \frac{U_x}{1+h_x} + \Delta\mathfrak{B} \frac{U_{x+t}}{1+h_{x+t}}. \quad (37)$$

Die Witwenrente beläuft sich auf 50 % dieses Betrages.

---

1) Im Gegensatz zu den bisherigen Bezeichnungen für Einmaleinlage, Jahres-prämie und versicherter Rente, die sich auf einen totalen, konstanten Beitrag 1 beziehen, verwenden wir fortan, um Verwechslungen zu vermeiden, für einen sich im Laufe der Versicherung verändernden Beitrag Buchstaben in Fraktur.

Ist, statt einer Erhöhung, eine Beitragsreduktion eingetreten, so wird diese in den Formeln (34) bis (37) einfach mit  $-\Delta B$  eingesetzt. Zudem ist aus den vorangehenden Ausführungen auch die Berücksichtigung jeder weiteren Beitragsänderung ersichtlich.

*e) Änderungen des Punktwertes*

Zum leichteren Verständnis wurde in den Abschnitten *c* und *d* vom Punktwert 1 Punkt = 1 Fr. ausgegangen. Untersuchen wir nun die Auswirkungen einer Änderung des Punktwertes.

Die eingehenden Beiträge, also bestimmte Frankenbeträge, werden gemäss Beziehung (10) in Punkte umgerechnet. Ein Beitrag von Fr. 1000 wird somit mit 1000 oder 800 oder 2000 Punkten usw. eingesetzt, je nachdem, ob der Punktwert zur Zeit der Beitragszahlung 1 Punkt = Fr. 1.— oder Fr. 1.25 oder Fr. —.50 beträgt. Daraus folgt sofort, dass eine Erhöhung des Punktwertes gleich zu behandeln ist wie eine Beitragsherabsetzung, eine Herabsetzung des Punktwertes wie eine Beitragserhöhung. Jede Änderung des Punktwertes entspricht also einer Beitragsänderung und wird, wie in Abschnitt *d* erläutert, als solche behandelt.

Möglicherweise ändern Punktwert und Beitrag gleichzeitig, wobei sich die Wirkungen beider Änderungen aufheben können, wie z. B.

Beitrag in Franken	Punktwert	Beitrag in Punkten
1000	1	1000
1250	1,25	1000
800	0,8	1000

Ändert der Punktwert, so beeinflusst dies ebenfalls die Höhe der versicherten Leistungen. Die bisher angesammelte Punktegutschrift, in Franken ausgedrückt, hat von diesem Zeitpunkt an einen anderen Wert, weil sie nach Beziehung (5) mit dem Punktwert multipliziert wird. Auch auf die zukünftigen Leistungen hat der Wert des Punktes einen Einfluss. Mit dem nachstehenden Zahlenbeispiel für einen einzelnen Versicherten soll anschaulich dargestellt werden, wie sich Änderungen des Beitrages und des Punktwertes auswirken. Über diese haben wir ganz willkürliche Annahmen getroffen. Die für die technischen Berechnungen notwendigen Werte sind vollständig aufgeführt.

*Beispiel eines 45jährigen Neueintretenden*

x	Punkt- wert	Beitrag in		Punkte- gut- schrift	Invali- denrente in Punkten	Alters- rente in Punkten	$\mathfrak{P}_x(WiWaR)$	Deckungs- kapital am Jahresende in Punkten
		Franken	Punkten					
45	1	1000	1000	122	122	1948	238.30	956
46	1	800	800	95	217	1583	190.95	1747
47	1,25	1000	800	93	310	1583	190.95	2557
48	1,25	1000	800	90	400	1583	190.95	3384
49	1,25	1000	800	88	488	1583	190.95	4233
50	1,25	1250	1000	107	595	1856	236.85	5286
51	1,25	1500	1200	125	720	2109	282.30	6555
52	1	1500	1500	152	872	2456	349.70	8136
53	1	1500	1500	147	1019	2456	349.70	9744
54	0,8	1600	2000	192	1211	2935	459.—	11863
55	0,8	1200	1500	141	1352	2504	351.45	13571
56	0,8	1200	1500	138	1490	2504	351.45	15329
57	1	1200	1200	108	1598	2301	289.40	16850
58	1	1400	1400	123	1721	2418	329.80	18601
59	1,2	1500	1250	107	1828	2343	300.30	20264
60	1,5	1800	1200	102	1930	2323	290.75	21957
61	1,5	2100	1400	118	2048	2388	327.50	23933
62	1,5	2100	1400	115	2163	2388	327.50	26015
63	1,5	2100	1400	113	2276	2388	327.50	28256
64	1,5	2100	1400	112	2388	2388	327.50	30719

Zusätzlich sei noch ein Beispiel gegeben, in welchem die Beitrags- und Punktswertsänderung in einem bestimmten Verhältnis zueinander stehen. Es sei angenommen, die Kaufkraft des Geldes sinke nach einer gewissen Zeit um 50 % und der Wert der Anlagen, in Franken ausgedrückt, verändere sich in genau gleichem Ausmaße, verdopple sich also. Der Punktwert würde deshalb auf 1 Punkt = 2 Fr. steigen.

Ein im Alter 40 eingetretener Versicherter sei jetzt 50 Jahre alt. Für einen Beitrag von bisher Fr. 1000 = 1000 Punkte sind ihm bis anhin 1244 Punkte gutgeschrieben worden.

Wenn nun der Beitrag, der Geldentwertung entsprechend, im Alter von 50 Jahren auf Fr. 2000 angesetzt würde, so wären das 1000 Punkte, wie ursprünglich bei 1 Punkt = 1 Fr. Bleiben Beitrag

und Punktewert nachher unverändert, so werden vom 50. bis 64. Altersjahr 1368 Punkte gutgeschrieben, für die ganzen 25 Jahre somit  $1244 + 1368 = 2612$  Punkte. Der Versicherte erhält also eine Altersrente von 2612 Punkten = Fr. 5224, deren Kaufkraft der Rente von Fr. 2612 entspricht, wie sie ihm vor der Geldentwertung in Aussicht gestellt wurde.

Sofern also der Wert des Kassenvermögens und die Höhe der Beiträge im gleichen Verhältnis zunehmen, wie der Geldwert abnimmt, bleibt die Kaufkraft der Renten erhalten.

### f) Deckungskapital

Alljährlich muss der Punktewert neu festgesetzt werden. Dazu ist die Bestimmung des Deckungskapitals erforderlich. Diese gestaltet sich einfach, da für jeden Versicherten eine technische Karte mit den notwendigen Eintragungen geführt wird. Für die anwartschaftlichen Leistungen ist die Formel für das individuelle Deckungskapital nach  $t$  Jahren, bei prospektiver Betrachtung:

$$\begin{aligned} {}_t \mathfrak{V} \equiv & (g_{x+t:65-x-t} | a_{x+t}^a + a_{x+t}^{ai}) \sum_{v=0}^{t-1} \Delta \mathfrak{A} \mathfrak{J} \mathfrak{R}_{x+v} + \\ & 0,525 \mathfrak{A} \mathfrak{R}_{x+t} a_{x+t}^{aw} - \mathfrak{P}_{x+t} (WiWaiR) \ddot{a}_{x+t:65-x-t}^a. \end{aligned} \quad (38)$$

Im ersten Summanden tritt die bisherige Punktegutschrift auf, im zweiten die anwartschaftliche Witwenrente und im dritten die Prämie für die Hinterlassenenrenten. Das Deckungskapital wird stets in Punkten ausgedrückt.

Wir haben am Schluss von Abschnitt c erwähnt, dass die angesammelte Punktegutschrift ( $\sum \Delta \mathfrak{A} \mathfrak{J} \mathfrak{R}_{x+v}$ ) bei der Anwendung unseres Tarifs im Laufe der Versicherung um einige Prozente unter der Invalidenrente liegt, die eigentlich mit dem genauen Tarif mit 2 Eingängen versichert werden könnte. Bei der Berechnung des Deckungskapitals nach Beziehung (38) kommt man deshalb auf einen etwas zu kleinen Wert, und dadurch könnte unter Umständen der gemäss Beziehung (4) definierte Punktewert ungerechtfertigterweise erhöht werden. Wir empfehlen deshalb, das Deckungskapital angemessen zu erhöhen.

Im Anhang II sind die für die praktische Durchführung notwendigen Versicherungswerte angegeben. Dabei ist der totale Jahresbeitrag zu 1000 Punkten angenommen. In der ersten Kolonne sind die

jährlichen Punktegutschriften angegeben. Durch Aufsummieren ergibt sich die Höhe der Invalidenrente bzw. der in der zweiten Kolonne angegebenen Altersrente. Die jeweils mitversicherte Witwenrente beträgt 50% dieser Altersrente. Der Ausdruck  $1000 h_x (1 + h_x)^{-1}$  stellt den Anteil vom totalen Beitrag dar, der auf die Jahresprämie der Hinterlassenenrenten entfällt. Die Zahlen der drei letzten Kolonnen sind für die Berechnung des Deckungskapitals gemäss Formel (38) bestimmt.

#### IV. Schlussbetrachtungen

Die beschriebene Pensionskasse sucht eine neue Lösung in der Richtung, dass die Versicherten weniger von der Geldentwertung betroffen werden. Zu diesem Zwecke wird das Vermögen in Sachwerten angelegt, und die damit allfällig verbundenen Vorteile sollen durch das System der variablen Renten automatisch den Versicherten zukommen.

Nicht nur Schwankungen des Wertes der Anlagen, sondern auch des Kapitalertrages und des Risikoverlaufs haben einen Einfluss auf die Höhe der versicherten Renten. Der Versicherte geniesst sofort und direkt die Vorteile einer günstigen Entwicklung. Allerdings trägt er auch das Risiko, dass ungünstige Umstände ihm zu Schaden gereichen. Es sei deshalb nochmals darauf hingewiesen, dass die Suprema-Stiftung eine zusätzliche Fürsorgeeinrichtung ist; neben ihr bestehen Pensionskassen, die nach den bisher üblichen Systemen aufgebaut sind.

Bei der Gründung der Kasse sind ausserdem gewisse Sicherheitsmassnahmen getroffen worden. Es wurde z. B. ein Gründungsvermögen eingebracht, das zusätzlich zum technisch notwendigen Deckungskapital als Schwankungsreserve zur Verfügung steht. Sie soll die Folgen unglücklicher Verhältnisse, etwa in bezug auf den Risikoverlauf, ganz oder teilweise auffangen. Sie wird ebenfalls in Punkten ausgedrückt, ebenso wie eine sogenannte Ausgleichsreserve, die aus den Vorauszahlungen der Arbeitgeber für künftige Beitragszahlungen besteht. Im konkreten Fall wird also der Wert eines Punktes genauer berechnet aus dem Quotienten

Vermögen

---

Deckungskapital + Schwankungsreserve + Ausgleichsreserve

Es wird einige Zeit dauern, bis man etwas über den Erfolg des Systems der variablen Renten aussagen kann. Die wirtschaftlichen Gegebenheiten der letzten Jahrzehnte hätten sich für die Versicherten günstig ausgewirkt. Im allgemeinen wäre mit einer Abnahme der Kaufkraft des Geldes eine Erhöhung des Wertes des Stiftungsvermögens einhergegangen. Auch hätten sich, zusammen mit dem Einkommen der Versicherten, die aufzubringenden Beiträge erhöht. Dies sind nun aber gerade die Bedingungen, dass die Kaufkraft der Versicherungsleistungen erhalten bleibt!

## Anhang I

### *Altersfaktoren bei konstantem Beitrag 1* (Auszug aus dem Tarif mit 2 Eingängen)

Alter beim Eintritt	35	40	45	50	55	60
Erreichtes Alter						
35	0,163					
36	158					
37	154					
38	150					
39	146					
40	0,142	0,143				
41	138	139				
42	135	135				
43	131	132				
44	128	128				
45	0,124	0,125	0,125			
46	121	121	122			
47	118	118	119			
48	114	115	115			
49	111	112	112			
50	0,108	0,109	0,109	0,110		
51	105	106	106	107		
52	102	103	103	104		
53	99	100	100	102		
54	97	97	98	99		
55	0,094	0,094	0,095	0,096	0,098	
56	91	92	92	93	95	
57	89	89	90	91	93	
58	86	87	87	88	90	
59	84	84	85	86	87	
60	0,082	0,082	0,082	0,083	0,085	0,088
61	79	80	80	81	83	85
62	77	77	78	79	80	83
63	75	75	75	76	78	80
64	72	72	73	73	75	77

**Anhang II**

*Tarif für einen Beitrag von 1000 Punkten*

Alter	Jährliche Punkte-gutschrift	Alters-rente	$1000 \frac{h_x}{1+h_x}$	$g_x \bar{a}_{65-x}^a + a_x^{ai}$	$1,05 a_x^{aw}$	$\bar{a}_{x:65-x}^a$
20	248	6436	242,98	3,105	1,827	24,187
21	241	6188	243,51	3,190	1,883	23,913
22	234	5947	244,10	3,277	1,939	23,629
23	227	5713	244,51	3,366	1,997	23,334
24	220	5486	244,92	3,459	2,056	23,029
25	214	5266	245,12	3,552	2,116	22,714
26	208	5052	245,47	3,649	2,176	22,388
27	202	4844	245,56	3,748	2,237	22,051
28	196	4642	245,74	3,850	2,300	21,704
29	191	4446	245,96	3,955	2,364	21,346
30	186	4255	246,02	4,062	2,428	20,977
31	181	4069	246,05	4,173	2,492	20,597
32	176	3888	246,02	4,285	2,558	20,206
33	171	3712	245,87	4,401	2,625	19,805
34	166	3541	245,85	4,520	2,693	19,392
35	162	3375	245,51	4,642	2,760	18,967
36	157	3213	245,19	4,768	2,829	18,531
37	152	3056	244,84	4,896	2,897	18,083
38	148	2904	244,38	5,029	2,966	17,623
39	144	2756	243,88	5,165	3,036	17,152
40	140	2612	243,16	5,305	3,104	16,668
41	137	2472	242,45	5,449	3,173	16,171
42	133	2335	241,57	5,598	3,240	15,662
43	129	2202	240,62	5,752	3,308	15,140
44	125	2073	239,49	5,911	3,374	14,604
45	122	1948	238,32	6,075	3,439	14,055
46	119	1826	236,83	6,244	3,501	13,494
47	116	1707	235,33	6,419	3,562	12,919
48	113	1591	233,58	6,599	3,619	12,332
49	110	1478	231,65	6,785	3,675	11,732
50	107	1368	229,56	6,975	3,728	11,120
51	104	1261	227,22	7,173	3,776	10,495
52	101	1157	224,65	7,376	3,821	9,858
53	98	1056	221,76	7,586	3,861	9,209
54	96	958	218,62	7,800	3,897	8,549
55	94	862	215,09	8,021	3,927	7,877
56	92	768	211,24	8,248	3,952	7,193
57	90	676	206,90	8,483	3,972	6,498
58	88	586	202,07	8,724	3,986	5,789
59	86	498	196,66	8,974	3,993	5,065
60	85	412	190,60	9,234	3,995	4,323
61	84	327	183,83	9,511	3,992	3,556
62	82	243	176,35	9,804	3,984	2,755
63	81	161	167,89	10,125	3,970	1,910
64	80	80	158,60	10,485	3,953	1,000

## Résumé

Les rentes variables («variable annuities») ont été introduites afin d'adapter les prestations d'assurance au pouvoir d'achat de la monnaie. Récemment une caisse de pensions d'un genre nouveau a été créée; sa fortune est placée en valeurs réelles et elle n'accorde non seulement des rentes variables de vieillesse, mais encore des rentes variables d'invalidité, de veuves et d'orphelins. Les auteurs traitent de l'élaboration actuarielle d'une telle caisse et présentent les problèmes techniques qui en découlent sur le plan pratique.

## Summary

Variable annuities have been introduced earlier in order to adapt retirement pensions to the purchasing power of the money. Recently a new type of pension schemes has been started under which the assets are invested in real values and which provides not only for the payment of variable old age pensions but also variable disability, widow's and orphans' pensions. In this article the actuarial aspects as well as the technical problems arising in practice from such scheme are described.

## Riassunto

Gli autori si propongono di adattare le rendite al potere di acquisto della moneta per mezzo di rendite variabili. Una nuova forma di cassa-pensione che investe i suoi beni in valori immobili e che concede non solamente rendite di vecchiaia, bensì anche rendite variabili di invalidità e rendite variabili ai superstiti è stata recentemente creata. La costruzione attuariale di tale cassa e i problemi che si presentano nella pratica sono descritti nell'articolo.