Zeitschrift: Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker = Bulletin / Association des Actuaires Suisses = Bulletin / Association of Swiss Actuaries

Herausgeber: Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker

Band: 60 (1960)

Artikel: Note relative au calcul numérique des tarifs d'assurance de groupe TG 1960 2½%

Autor: Amsler, Marc-Henri

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-966791

Note relative au calcul numérique des tarifs d'assurance de groupe TG 1960 $2^1/_2\,\%$

Par Marc-Henri Amsler, Zurich

Résumé

La présente communication indique un procédé numérique permettant à un calculateur électronique d'obtenir par une seule formule de récurrence, directement à partir de l'ordre de survie l_x, tous les éléments des tarifs d'assurance de groupe TG 1960 $2\frac{1}{2}\,\%$.

L'introduction de nouveaux tarifs astreint les compagnies d'assurances à des calculs numériques d'une certaine ampleur qui, très souvent, doivent être exécutés dans des délais fort courts et à des moments parfois peu favorables pour leurs services internes. Depuis la dernière révision des tarifs de groupe, en 1953, les ordinateurs électroniques et, dans des proportions moindres, les calculateurs électromagnétiques à cartes perforées ont pu être mis à contribution pour ce genre de travail. La présente note a pour but d'indiquer une méthode que peut emprunter un ordinateur pour établir directement, à partir de l'ordre de survie l_x, tous les éléments des tarifs, primes uniques et annuelles.

Considérons l'ordre de survie l_x et, pour la symétrie du calcul, la fonction constante égale à 1 (voir tableau colonnes (1) et (2)), les âges allant pour la facilité du raisonnement, décroissant de haut en bas du tableau. Effectuons la lecture à partir d'un âge s (âge-terme du tarif, 65 ans par exemple) et, par la pensée, scindons chacune des deux suites (1) et (2) à partir de l'âge s en deux composantes, la première composante comportant la valeur de la fonction pour la valeur s puis des zéros jusqu'au bas de la colonne, la seconde composante comportant les valeurs manquant dans la première (fonctions complémentaires, voir tableau, colonnes (3) à (6)). Pour obtenir les valeurs actuelles de base ${}_nE_x$, $\ddot{a}_{x:\overline{n}|}$, etc. nécessaires au calcul des tarifs, il suffit de former au fur et à mesure de la lecture des valeurs 1 et l_x les totaux escomptés dans chaque colonne (3) à (6) au moyen de la formule de récurrence suivante:

$$T_x = T_{x+1}\, v + f_x, \qquad \left(v = \frac{1}{1+i}\right),$$

où T_x = total escompté à l'étage x,
f_x = valeur dans la colonne considérée à l'étage x.

Par division des totaux escomptés ainsi obtenus par les dernières valeurs lues (colonne (1) pour les totaux des colonnes (3) et (4), colonne (2) pour les totaux (5) et (6)), nous obtenons, comme on peut s'en persuader aisément, à chaque étage x les 4 valeurs:

$$v^n, \;\; \ddot{a}_{\overline{n|}}, \;\; {}_nE_x, \;\; \ddot{a}_{x:\overline{n|}} \;\; \text{pour l'âge-terme considéré } s = x+n.$$

Si simultanément la même opération est faite en utilisant le facteur $v = 1$ (c'est-à-dire $i = 0$), nous obtenons parallèlement les 4 nouvelles valeurs:

$$1, \;\; n, \;\; {}_np_x, \;\; e_{x:\overline{n|}}.$$

Ainsi, au fur et à mesure de la lecture des deux séries 1 et l_x, le calculateur est en mesure de former dans ses circuits arithmétiques internes tous les éléments intervenant dans le calcul des tarifs, du moins en ce qui concerne les formes d'assurances à prestations fixes dans le temps[1]).

Si l'on tient compte que l'élément $e_{x:\overline{n|}}$ ne se présente dans les formules que sous la forme composée $v^n e_{x:\overline{n|}}$, les primes uniques des tarifs s'obtiennent par combinaison linéaire des 6 éléments calculés ci-dessus, à savoir

$$1, \;\; v^n, \;\; \ddot{a}_{\overline{n|}}, \;\; {}_nE_x, \;\; \ddot{a}_{x:\overline{n|}}, \;\; v^n e_{x:\overline{n|}},$$

et les primes annuelles par division de la prime unique obtenue par l'un d'entre eux: $\ddot{a}_{x:\overline{n|}}$.

Les coefficients des combinaisons linéaires relatives aux formes d'assurance les plus usuelles sont les suivants:

[1]) L'inclusion dans le calcul des éléments nécessaires aux formes d'assurance à prestations variables est possible en formant des totaux du second ordre (totaux de totaux).

Forme d'assurance:	Coefficient de: 1	v^n	$\ddot{a}_{\overline{n}\rceil}$	${}_nE_x$	$\ddot{a}_{x:\overline{n}\rceil}$	$v^n\, e_{x:\overline{n}\rceil}$
mixte	$\frac{1}{1-\beta}$	—	—	—	$\frac{d-\gamma^E-\gamma^T}{1-\beta}$	—
terme fixe	—	$\frac{1}{1-\beta}$	—	—	$\frac{\gamma^E}{1-\beta}$	$\frac{\gamma^T}{1-\beta}$
temporaire	$\frac{1}{1-\beta}$	—	—	$\frac{-1}{1-\beta}$	$\frac{d-\gamma^T}{1-\beta}$	—
rentes survivants	—	$\frac{0{,}5}{1-\beta}$	$\frac{1}{1-\beta}$	$\frac{-0{,}5}{1-\beta}$	$\frac{-1}{1-\beta}\left(1-\frac{\gamma^T}{d}\right)$	$\frac{-1}{1-\beta}\,\frac{\gamma^T}{d}$

où γ^E, γ^T et β représentent les divers chargements pour frais prévus par le tarif

Les formules des primes uniques et périodiques ne faisant intervenir (pour un âge s donné) que des éléments de la ligne x, il est ainsi possible d'obtenir, par la méthode exposée ci-dessus, les primes du tarif pour un âge x à partir de celles relatives à l'âge $x+1$ par la lecture du couple de valeurs 1 et l_x.

En ce qui concerne la méthode utilisée et les moyens mis en œuvre, remarquons tout d'abord qu'il existe d'autres procédés, en particulier d'autres formules de récurrence capables de mener à bien le calcul. Néanmoins cette formule est spécialement adaptée à l'exemple des tarifs d'assurance de groupe, tous basés sur des âges-termes bien déterminés ($s = 55, 60, 63, 65$ ans). Pour l'ordinateur, la méthode n'exige pas de mémoire interne très étendue: de la place pour les 8 valeurs actuelles de base établies par récurrence et pour les coefficients relatifs aux diverses formes d'assurance. Rien n'empêche d'autre part, pour une calculatrice de moyenne envergure, de décomposer l'opération en plusieurs étapes, d'établir premièrement, par la formule de récurrence simple indiquée ci-dessus, les valeurs actuelles de base ${}_nE_x$, $\ddot{a}_{x:\overline{n}\rceil}$, etc., puis de calculer les combinaisons linéaires propres à chaque tarif. L'enregistrement de la fonction l_x dans la mémoire de l'ordinateur, quoique souhaitable, n'est pas nécessaire puisque le passage d'un âge à l'autre se fait uniquement par la lecture d'une seule nouvelle valeur, à savoir la valeur de la fonction l_x pour le nouvel âge x. Quant à la rapidité du calcul, elle dépend avant tout de celle de l'ordinateur; elle peut être accélérée en partant des 4 fonctions bien distinctes 1, v^x, l_x et D_x au lieu des 2 fonctions 1 et l_x comme indiqué ci-dessus; dans le cas de ces 4 fonctions initiales, la formule de récurrence se réduit à une simple addition. En partant des 2 fonctions 1 et l_x il est possible d'autre part de faire varier à sa guise le taux technique de l'intérêt i qui n'intervient dans le calcul que sous la forme simple $v = \dfrac{1}{1+i}$.

Tableau des fonctions intervenant dans le calcul

Age	Ordre de survie		Décomposition en 2 fonctions complémentaires			
	$l_x = 1$ ($q_x = 0$)	l_x (q_x TG 1960)	$q_x = 0$		q_x TG 1960	
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$				
75	1	l_{75}				
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$				
s	1	l_s	1	0	l_s	0
.	.	.	0	1	0	l_{s-1}
.	.	.	0	1	0	l_{s-2}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$x+1$	1	l_{x+1}	0	1	0	l_{x+1}
x	1	l_x	0	1	0	l_x
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
15	1	l_{15}	0	1	0	l_{15}
Valeur actuelle obtenue à l'étage x, $v = \dfrac{1}{1+i}$:			v^n	$\ddot{a}_{\overline{n}\rceil}$	${}_nE_x$	$\ddot{a}_{x:\overline{n}\rceil}$
respectivement $v = 1$:			1	n	${}_np_x$	$e_{x:\overline{n}\rceil}$

Zusammenfassung

Es wird ein numerisches Verfahren angegeben, welches einem elektronischen Rechenautomaten ermöglicht, durch eine einzige Rekursionsformel unmittelbar aus der Überlebensordnung l_x sämtliche Elemente der Gruppenversicherungstarife TG 1960 $2\frac{1}{2}\%$ auszurechnen.

Riassunto

Viene indicato un procedimento numerico che permette ad una calcolatrice elettronica di ottenere, grazie ad una sola formula, partendo direttamente dall'ordine di sopravvivenza l_x, tutti gli elementi delle tariffe collettive TG 1960 $2\frac{1}{2}\%$.

Summary

The present paper indicates a numerical working process according to which, by means of a single recurrent formula an electronic computer may compute directly from the probabilities of survival l_x all elements of the group insurance tariff TG 1960, $2\frac{1}{2}\%$.