

Pascal : les mathématiques, les probabilités et le pari

Autor(en): **Muller, Maurice**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer
Versicherungsmathematiker = Bulletin / Association des Actuaire
Suisse = Bulletin / Association of Swiss Actuaries**

Band (Jahr): **60 (1960)**

PDF erstellt am: **27.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-966780>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Pascal :
Les mathématiques, les probabilités et le pari

Par Maurice Muller, Zurich

Résumé

L'auteur met en relief les écrits du philosophe et mathématicien français Blaise Pascal (1623 à 1662). Il commente avant tout les travaux importants de Pascal dans le domaine de la géométrie (théorème de Pascal sur les hexagones inscrits dans une conique), de la physique et du calcul des probabilités. Un aperçu de la correspondance de Pascal avec Fermat complète cette analyse. L'auteur évoque enfin les idées religieuses et philosophiques de Pascal.

Pour mesurer l'ampleur de la révolution opérée par les Galilée, les Descartes et les Pascal, il faudrait se représenter l'état des connaissances au début du dix-septième siècle, telles qu'elles étaient enseignées dans de grands collèges de l'époque, par exemple au collège de La Flèche dont Descartes fut l'élève. Sans doute, les mathématiques et l'astronomie avaient été cultivées pendant le moyen âge, notamment par les Anglais, par les nominalistes parisiens, et plus tard par les ingénieurs et les savants de la Renaissance; mais l'enseignement dépendait encore d'une philosophie inspirée d'Aristote basée essentiellement sur les qualités des choses et leurs «formes». La polémique engagée par le Père Noël contre Pascal et les partisans du vide fut à cet égard caractéristique.

Aucune idée, aujourd'hui, ne nous paraît avoir été aussi efficace que celle, proposée par Descartes, de la réduction de la physique à la géométrie et à la cinématique; et l'on sait à quelle fortune était promise la notion de probabilité, destinée à envahir le domaine de la microphysique. Au dix-septième siècle, une telle idée heurtait nécessairement le système élaboré par les aristotéliens; une telle notion devait, *par sa précision même*, en faire éclater les cadres. Les «qualités» et les «formes», il est vrai, n'en existent pas moins, mais selon de tout autres perspectives.

Blaise Pascal ne reçut aucun enseignement scolastique ¹⁾. Son père, Etienne Pascal, en possession d'une culture éminente et versé dans la géométrie²⁾, fut son maître aussi bien pour les langues anciennes que pour les mathématiques. Pascal rejoignit directement la tradition des mathématiciens grecs et la pensée d'Archimède, dans le domaine des sciences, et la tradition des Pères de l'Eglise, de saint Augustin plus particulièrement, dans celui de la pensée religieuse. C'est peut-être aussi par ce côté de son esprit qu'il intéressa la pensée protestante.

Le génie scientifique de Pascal se manifesta fort tôt : c'est à l'âge de seize ans ³⁾, au cours des années 1639 et 1640, qu'il étudie les propriétés des coniques et publie son *Essai sur les coniques*, lequel contient une première expression du théorème (dit de Pascal) selon lequel les trois points d'intersection des côtés opposés d'un hexagone inscrit dans une conique sont en ligne droite. Des travaux ultérieurs de Pascal sur les coniques, l'essentiel est perdu et l'on n'en connaît que peu de choses, sinon par quelques extraits qu'en fit Leibniz et par une lettre de Leibniz au neveu de Pascal, Etienne Périer, qui lui en avait communiqué les manuscrits. Selon les termes de Leibniz, Pascal «explique les propriétés remarquables d'une certaine figure composée de six lignes droites, qu'il appelle Hexagramme Mystique» et «fait voir par le moyen des projections que tout Hexagramme Mystique convient à une section conique et que toute section conique donne un Hexagramme Mystique ⁴⁾». De cette propriété des coniques, Pascal déduisait un grand nombre de conséquences. Ce que l'on sait du traité sur les coniques qu'il écrivit en 1648 montre en Pascal (après Desargues et avant La Hire) l'un des véritables créateurs de la géométrie projective.

C'est après la découverte de l'hexagramme que Pascal imagina sa machine arithmétique, afin de venir en aide à son père, alors commissaire du Roi à Rouen pour les impôts. Mise au point au cours des années 1642 à 1645, cette machine (la *Pascaline*, comme on l'appelait, comme on nommait la *Pascale* la propriété de l'hexagramme) est à l'origine de nos machines à calculer et il est presque superflu de rappeler de

¹⁾ La documentation scolastique de Pascal lui viendra d'Arnauld. Pascal devait à ses lectures de Montaigne une certaine culture humaniste.

²⁾ Lorsqu'on parle du «limaçon de Pascal» (la conchoïde du cercle), c'est au père qu'il est fait allusion, et non au fils.

³⁾ Pascal naquit en 1623.

⁴⁾ Lettre de Leibniz à Etienne Périer, du 30 août 1676

quelle utilité ces machines ont été et sont encore pour l'actuaire. En construisant sa machine arithmétique, Pascal se révèle véritable ingénieur mécanicien, obligé de composer avec la résistance des matériaux et la technique des artisans. «N'ayant pas l'industrie de manier le métal et le marteau comme la plume et le compas, écrit-il dans sa lettre dédicatoire au chancelier Séguier, et les artisans ayant plus de connaissance de la pratique de leur art que des sciences sur lesquelles il est fondé, je me vis réduit à quitter toute mon entreprise, dont il ne me revenait que beaucoup de fatigues, sans aucun bon succès.» Car Pascal avait de la peine à obtenir des artisans auxquels il s'adressait un travail suffisamment précis. Après de nombreux déboires, sa tentative fut cependant couronnée de succès.

Cet esprit pratique ¹⁾, ces qualités d'ordre technique se sont aussi manifestés dans les recherches de Pascal sur l'équilibre des «liqueurs». On sait qu'en 1644 Torricelli, renouvelant avec le mercure les observations des fontainiers de Florence ²⁾, avait montré que le mercure en suspension dans un tube (qui sera le tube barométrique) laisse en haut du tube, selon les termes de Pascal, *un espace vide en apparence*. On connaît l'histoire, partiellement collective, de la découverte de la pesanteur de l'air, notamment de l'expérience du Puy de Dôme dont Pascal chargea son beau-frère Périer en 1648 et au moyen de laquelle fut vérifiée la variation, avec l'altitude, de la hauteur du mercure dans le tube. Les recherches de Pascal devaient aboutir, après quelques années, aux deux *Traité de l'équilibre des liqueurs et de la pesanteur de l'air*, dans lesquels Pascal montrait en particulier pourquoi «les liqueurs pèsent suivant leur hauteur» et pourquoi «la pesanteur de la masse de l'air produit tous les effets qu'on a jusqu'ici attribués à l'horreur du vide ³⁾». Probablement écrits au cours des années 1651 à 1654, ces traités appartiennent aux plus beaux ouvrages de physique expérimentale où la rigueur de la déduction s'allie à l'observation et à l'expérience. Ce sont, en un sens élargi du mot, les plus «cartésiens» des traités de Pascal; les phénomènes observés y sont réunis sous le dénominateur commun

¹⁾ L'esprit pratique de Pascal se manifesta aussi à la fin de sa vie lors de la création, en 1662, des «carrosses à cinq sols», ancêtres de nos transports en commun.

²⁾ Voir à ce propos Pierre Humbert, *L'œuvre scientifique de Blaise Pascal*, Paris 1947.

³⁾ Ces traités, publiés en 1663, après la mort de Pascal, étaient annoncés dans une «Adresse à l'Académie» de 1654.

de l'équilibre que se font aussi bien les liquides que les gaz (et même les corps solides) soumis à la pesanteur. Ils ruinaient définitivement toute une part de la physique inspirée d'Aristote ¹⁾.

On s'accorde à faire débiter en 1652 la « période mondaine » de Pascal. Pour comprendre ce qu'elle signifie dans l'évolution de sa pensée (la création du calcul des probabilités en dépend), il convient de rappeler qu'à l'époque de la création de la machine arithmétique toute la famille Pascal fut gagnée, par la lecture des ouvrages de Saint-Cyran, à la sévère religion de Port-Royal. C'est la « première conversion » de Blaise Pascal (en 1646), déjà profonde mais qui ne l'éloigne pas encore ni de l'étude des mathématiques (qu'il n'abandonnera d'ailleurs jamais complètement), ni du Monde. Elle est suivie, en 1650, après un séjour à Clermont, du retour définitif de Pascal à Paris, de la mort de son père (en 1651) et de l'entrée de sa sœur Jacqueline à Port-Royal. A Paris, les meilleurs amis de Pascal sont le duc de Roannez (qu'il entraînera plus tard dans son adhésion aux doctrines jansénistes) et les joueurs « libertins », le chevalier de Méré et Mitton. C'est au cours de cette période mondaine (qui va de 1652 à novembre 1654) qu'il s'intéresse, sollicité par Méré, aux problèmes posés par les jeux de hasard et prépare son traité du triangle arithmétique ²⁾. Ce sont les questions posées par Méré qui sont à l'origine du calcul des probabilités créé grâce aux efforts conjugués de Fermat ³⁾ et de Pascal.

Le premier problème posé par Méré ⁴⁾, résolu par Fermat, Roberval

¹⁾ Ces traités de Pascal constituent une étape importante de la pensée scientifique; on y trouve un véritable traité d'hydrostatique fondé sur un principe général dont les phénomènes dûs à la pesanteur de l'air ne sont que des cas particuliers. Ils contiennent le principe de la presse hydraulique. D'autre part, les lettres de Pascal au Père Noël et à Le Pailleur au sujet des expériences touchant le vide témoignent de son talent littéraire qui, avant les *Provinciales* déjà, en faisait un redoutable polémiste.

²⁾ Le traité du triangle arithmétique a été publié, avec d'autres traités connexes, en 1665.

³⁾ Fermat, conseiller au Parlement de Toulouse, était, comme le père de Pascal, comme Pascal lui-même et tant d'autres mathématiciens, un amateur. Ce sont de tels « amateurs » de génie qui ont créé la science, et non toujours des « officiels ». Roberval lui-même était professeur au Collège de France (alors Collège Royal), institution créée par François I^{er} pour faire contrepoids à la Sorbonne.

⁴⁾ Méré n'était pas mathématicien; c'est de lui dont Pascal pensait (avant sa seconde conversion) qu'on le rendrait parfait si on pouvait le rendre géomètre. Les joueurs savaient d'ailleurs appliquer les règles les plus simples du calcul des probabilités; mais, faute d'en comprendre exactement les principes, ils se trompaient aisément lorsque les problèmes devenaient plus compliqués.

et Pascal (et peut-être aussi par Méré lui-même) est le suivant : si l'on joue avec deux dés, en combien d'épreuves avons-nous avantage à parier qu'on amènera double six ? En jouant n parties, le nombre des cas possibles est 36^n , celui des cas défavorables 35^n ; l'exposant n doit satisfaire à la relation

$$1 - \left(\frac{35}{36}\right)^n > \frac{1}{2};$$

n doit être au moins égal à 25.

Le second problème de Méré, plus compliqué, est relatif au cas de deux joueurs qui conviennent de jouer « en n parties » à un jeu de hasard quelconque laissant au départ les mêmes chances aux deux joueurs (par exemple à pile ou face ou, dans la langue de l'époque, à croix et pile). Le premier des deux joueurs qui aura gagné n parties ramassera tout l'enjeu (le sien et celui de l'autre joueur). Par exemple, au jeu de pile ou face, deux adversaires jouent en trois parties ; si le premier joueur qui a parié *pile* gagne trois parties alors que le second n'en a point gagnée ou n'en a gagnées qu'une ou deux, il aura gagné tout l'enjeu. Tel est le point de départ d'une question posée par Méré à Pascal, qui la transmet à Fermat, et à laquelle on peut donner la forme suivante : si les deux joueurs rompent le jeu avant que l'un ou l'autre ait gagné, comment opérer la répartition de l'enjeu (les *partis*) suivant la probabilité qu'avait chacun d'eux de gagner ¹⁾ ? Fermat et Pascal résolvent tous deux le problème, mais alors que Fermat reste fidèle à la méthode générale des arrangements et combinaisons intuitivement appliquée par les joueurs et qui constituera le procédé en quelque sorte naturel du calcul des probabilités, Pascal invente ici une méthode différente plus particulièrement adaptée à la question soulevée ²⁾. Prenons le cas, écrit-il à peu près à Fermat dans sa lettre du 29 juillet 1654, où deux joueurs A et B ont misé chacun 32 pistoles (le tout de l'enjeu étant

¹⁾ C'est le problème connu sous le nom de problème des *partis* (et non des parties), désigné aussi par *règle des partis*. Il est évident que le nombre de parties (ou épreuves) qui doivent être jouées pour que l'un des joueurs gagne la totalité de l'enjeu est supérieur ou au moins égal à n , si le jeu est « en n parties ».

²⁾ Le procédé de Pascal constituerait, selon Emile Picard, l'une des deux méthodes analytiques du calcul des probabilités (voir à ce sujet les *Oeuvres complètes* de Pascal, éditées dans la Bibliothèque de la Pléiade par Jacques Chevalier, Paris 1957, page 75). La méthode de Fermat semble cependant plus générale et plus naturelle.

alors de 64 pistoles) et qui se joue «en trois parties». Supposons que le joueur *A* ait gagné deux parties, que le joueur *B* ait gagné une partie seulement et qu'ils décident d'abandonner (de rompre) le jeu; il faut alors répartir équitablement entre eux l'enjeu total de 64 pistoles. Dans ce but, Pascal imagine ce qui se passerait si une partie encore était jouée: dans ce cas, ou bien *A* gagne cette partie et alors il reçoit les 64 pistoles puisqu'il en a gagnées trois, ou bien *B* la gagne, et alors *A* et *B* sont à égalité de jeu et, s'ils se séparent, ils retireront leurs mises, soit 32 pistoles chacun. L'examen de cette partie supplémentaire (hypothétique puisque les joueurs ont décidé de rompre le jeu avant de la jouer) permet à Pascal de trouver la solution; il suffit de citer ici le passage de la lettre à Fermat qui s'y rapporte, car nul ne saurait l'exprimer aussi bien que lui: «Considérez donc, Monsieur, que si le premier gagne, il lui appartient 64; s'il perd, il lui appartient 32. Donc s'ils veulent ne point hasarder cette partie et se séparer sans la jouer, le premier doit dire: «Je suis sûr d'avoir 32 pistoles, car la perte même me les donne; mais pour les 32 autres, peut-être je les aurai, peut-être vous les aurez; le hasard est égal; partageons donc ces 32 pistoles par la moitié et me donnez, outre cela, mes 32 qui me sont sûres.» Il aura donc 48 pistoles et l'autre 16.

Pascal ramène ensuite, pour le jeu «en trois parties», le cas où le premier joueur a gagné deux parties et l'autre point, et celui où le premier «a une partie» et l'autre point, au cas qui vient d'être examiné. Il se pose finalement la question fondamentale suivante: Etant donné un jeu «en *n* parties», quelle est la valeur de la première partie, gagnée par exemple par le premier joueur et en supposant qu'après cette seule partie le jeu est rompu? Pascal montre, en se servant alors des combinaisons, que l'on obtient, si *E* est la mise d'un joueur, le résultat suivant pour la valeur de la première partie:

$$E \left[1 + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-3)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot (2n-2)} \right].$$

Ainsi, dans le cas du jeu en trois parties, avec enjeu de 32 pistoles par joueur, la valeur de la première partie est égale à

$$32 \left(1 + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \right) = 44 \text{ (pistoles).}$$

Pascal, en quelques lignes (sur la base de l'exemple concret du jeu *en cinq parties*), formule encore d'une autre manière ¹⁾ le second des deux termes contenus dans la parenthèse carrée de l'expression générale indiquée ci-dessus: «la valeur de la première partie de 5 sur l'argent de l'autre est la fraction qui a pour numérateur la moitié de la combinaison de 4 sur 8 (je prends 4 parce qu'il est égal au nombre des parties qui manquent, et 8 parce qu'il est double de 4) et pour dénominateur ce même numérateur plus toutes les combinaisons supérieures» (il faut prendre le double de 4 car, ainsi que le dit Pascal: «si on a une partie de 5, par exemple, et qu'il en manque 4, le jeu sera infailliblement décidé en 8, qui est double de 4»). On peut brièvement démontrer les formules de Pascal de la manière suivante:

Soit un jeu qui se décide en n parties (c'est-à-dire tel que celui des deux joueurs qui aura gagné le premier n parties aura gagné le tout de l'enjeu); par hypothèse une seule partie a été jouée, que le joueur A a gagnée. Combien lui appartient-il sur l'argent du joueur B ? Le jeu sera infailliblement décidé en $2(n-1)$ nouvelles parties au plus. Il faut donc calculer la probabilité P , pour A , de gagner *au moins* $(n-1)$ parties sur $2(n-1)$. On obtient, pour le rapport du nombre des cas favorables au nombre des cas possibles:

$$P = \frac{C_{2n-2}^{m-1} + C_{2n-2}^m + \dots + C_{2n-2}^{2n-2}}{2^{2n-2}},$$

ou

$$P = \frac{\frac{1}{2}(2^{2n-2} + C_{2n-2}^{m-1})}{2^{2n-2}}$$

et on obtient

$$P = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{C_{2n-2}^{m-1}}{2^{2n-2}} \right),$$

où C_m^p représente le nombre de combinaisons de m objets p à p , avec

$$\sum_{p=0}^m C_m^p = 2^m; \quad C_m^0 = C_m^m = 1 \quad \text{et} \quad C_m^{m-p} = C_m^p.$$

En multipliant P par l'enjeu total ($2E$) des deux joueurs A et B , on voit que la fraction

$$Q = \frac{C_{2n-2}^{m-1}}{2^{2n-2}}$$

¹⁾ Pascal illustre en même temps par le même exemple pratique la première formule indiquée par lui, permettant ainsi d'en dégager la signification.

correspond à la part du joueur A (qui a gagné la première partie, la seule qui sera jouée) sur l'argent de B . On en déduit aisément l'une des formes du théorème énoncé par Pascal dans sa lettre à Fermat :

$$Q = \frac{\frac{1}{2} C_{2n-2}^{m-1}}{\frac{1}{2} C_{2n-2}^{m-1} + C_{2n-2}^m + \dots + C_{2n-2}^{2n-2}}.$$

L'autre forme du théorème, exprimée par le rapport d'un produit de nombres successifs impairs à un produit analogue de nombres pairs, est obtenue en faisant usage de l'identité :

$$1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2m-1) = \frac{(2m)!}{2^m m!};$$

on obtient en effet, en remplaçant dans la première expression de Q le numérateur C_{2n-2}^{m-1} par son expression usuelle, le résultat suivant :

$$Q = \frac{(2n-2)!}{[(n-1)!]^2 2^{2n-2}} = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-3)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot (2n-2)}.$$

Dans la lettre à Fermat du 29 juillet 1654, où seules les grandes lignes du raisonnement sont indiquées, Pascal admet avoir été conduit à ces résultats par la méthode des combinaisons (et non par la sienne). Il convient de relever ici que Pascal avait sans doute connaissance, sous une forme générale, d'une formule donnant le nombre des combinaisons de m objets p à p . C'est, semble-t-il en effet, au cours de ses recherches sur les probabilités que Pascal eut l'idée d'une théorie générale du triangle arithmétique, et les traités qui ont pour objet le triangle paraissent avoir été composés ou préparés en 1654 ¹⁾. L'un de ces traités indique les deux formules suivantes pour les combinaisons (en langage technique moderne) :

$$C_m^p = \frac{(p+1)(p+2) \dots m}{(m-p)!}$$

et

$$C_m^p = \frac{m(m-1) \dots (m-p+1)}{p!},$$

la seconde étant due à Gagnières. Pascal montre l'identité des deux formules. Les traités du triangle arithmétique que nous venons de men-

¹⁾ Ils ont été édités en 1665.

tionner sont d'ailleurs d'une grande richesse; non seulement ils appliquent la théorie du triangle arithmétique au calcul des probabilités et à la règle des partis, mais ils conduisent à la formule du binôme dite de Newton, fournissent des règles d'intégration pour les paraboles de tous les degrés et contiennent le premier emploi complet (au dire de Cantor) de la méthode dite du raisonnement par récurrence ou « principe d'induction complète » ¹⁾.

En comparant, pour la règle des partis, la méthode générale de Fermat à la sienne, Pascal, dans une lettre à Fermat du 24 août 1654, soutient que la méthode des combinaisons, valable pour deux joueurs, ne l'est plus lorsque trois joueurs sont en présence dont, par exemple, le premier a gagné deux parties sur trois qui sont nécessaires, et les deux autres chacun une partie seulement. Un simple examen du tableau des combinaisons possibles montre que Pascal commet une erreur et, dans une lettre du 27 octobre 1654, il reconnaîtra l'équivalence des deux méthodes. Nous ne nous arrêterions d'ailleurs pas à cette lettre du 24 août 1654 si Pascal n'y mentionnait une objection de Roberval à laquelle il répond dans le cas de deux joueurs tout en admettant (momentanément) sa validité dans le cas de trois joueurs. Pour bien entendre cette objection de Roberval, souvenons-nous par exemple que la formule de Pascal donnant la valeur de la probabilité de gain du premier joueur (dans le cas de deux joueurs en présence) qui a gagné la première partie est basée sur le fait que le jeu se décide en $2(n-1)$ parties *au plus*. Or, il n'est pas toujours nécessaire que $2(n-1)$ parties soient encore jouées pour que l'un ou l'autre des joueurs gagne tout l'enjeu, puisque le jeu s'arrête lorsque l'un d'eux a gagné n parties en tout. L'objection de Roberval, telle qu'elle est présentée par Pascal, est rédigée de la manière suivante: « Que c'est à tort que l'on prend l'art de faire le parti sur la supposition qu'on joue en quatre parties, vu que, quand il manque deux parties à l'un et trois à l'autre, il n'est pas de nécessité que l'on joue quatre parties, pouvant arriver

¹⁾ Voir aussi à ce sujet, dans l'édition des *Oeuvres complètes* de la Pléiade, le texte d'introduction aux *Traité*s du triangle arithmétique, ainsi que l'ouvrage de P. Humbert sur l'œuvre scientifique de Pascal. Pour le raisonnement par récurrence, Pascal eut un précurseur en Maurolycus; quant au triangle arithmétique, il n'était pas inconnu avant lui, par Michel Stifel notamment. Mais Pascal sut tirer du triangle des propriétés que d'autres avant lui n'y avaient pas vues, et il semble avoir fait le premier un usage bien caractérisé du raisonnement par récurrence.

qu'on n'en jouera que deux ou trois, ou, à la vérité peut-être quatre». De sorte que, ajoute Pascal, Roberval «avait quelque soupçon que nous avions fait un paralogisme». La réponse de Pascal, au moins pour ce genre de problèmes, est pertinente: «N'est-il pas clair que les mêmes joueurs, n'étant pas astreints à jouer les quatre parties, mais voulant quitter le jeu dès que l'un aurait atteint son nombre, peuvent, sans dommage ni avantage, s'astreindre à jouer les quatre parties entières et que cette convention ne change en aucune manière leur condition? Car, si le premier gagne les deux premières parties de quatre et qu'ainsi il ait gagné, refusera-t-il de jouer encore deux parties, vu que, s'il les gagne, il n'a pas mieux gagné, et s'il les perd, il n'a pas moins gagné...» Quoique inadéquate à la règle des partis, l'objection de Roberval n'est pas sans valeur: poussée à l'extrême, elle conduirait à révoquer en doute les principes du calcul classique des probabilités avec les *conventions* qui lui sont attachées. Il est en effet d'usage courant de résoudre les problèmes du calcul des probabilités relatifs aux jeux de hasard qui sont interrompus lorsqu'un certain événement bien défini est réalisé en se servant du théorème des probabilités composées, théorème qui cesse d'être applicable tel quel à l'échelle de la mécanique ondulatoire¹⁾.

La lettre de Pascal à Fermat, dans laquelle Pascal constate que les deux méthodes (celle de Fermat et la sienne) conduisent aux mêmes résultats est du 27 octobre 1654; on fixe à un mois plus tard, au 23 novembre 1654, la date de la «seconde conversion» de Pascal qui, sans doute préparé par des entretiens avec sa sœur Jacqueline, décide de rompre avec le Monde²⁾. S'il revint parfois aux mathématiques, celles-ci ne furent plus pour lui qu'un «divertissement» passager et occasionnel. En 1658 toutefois, en partie semble-t-il pour se distraire

¹⁾ Il s'agit du théorème sous la forme que lui donne par exemple G. Darmais dans sa *Statistique mathématique* (nous en modifions légèrement la rédaction): Quand un événement résulte du concours de deux événements, sa probabilité est égale à celle de l'un d'eux, multipliée par la probabilité nouvelle que prend l'autre événement quand on suppose (en outre de l'information générale) l'événement choisi en premier réalisé. (Une statistique plus générale ferait dépendre le résultat de l'ordre des événements et composerait les probabilités d'une manière différente du calcul classique.)

²⁾ Pascal, au cours de la nuit du 23 novembre 1654, semble avoir eu une sorte d'illumination intellectuelle et mystique dont la conséquence fut l'abandon sans retour de toute préoccupation mondaine. Sainte-Beuve, dans son *Port-Royal*, rattache la seconde conversion à un accident qu'il aurait eu au pont de Neuilly. Cet accident a été contesté.

de douloureuses névralgies ¹⁾, il prépare — après avoir soumis aux savants de son temps un certain nombre de questions sur les propriétés de la cycloïde — ses célèbres écrits sur la roulette et sur des questions connexes, dont le fameux *Traité des sinus du quart de cercle* dans lequel se trouve un lemme assimilant l'élément d'arc à l'élément de longueur prélevé sur la tangente. C'est cette assimilation que Leibniz (qui déclarera avoir trouvé dans ce lemme «une lumière que l'auteur n'avait point vue») systématisera et généralisera pour parvenir aux notions de différentielle et de dérivée. L'ouvrage de Pascal sur la roulette serait d'autre part, selon Emile Picard, le premier traité de calcul intégral puisqu'on y trouve des résultats fondamentaux «se rapportant à ce que les géomètres appellent aujourd'hui les intégrales curvilignes et les intégrales doubles». Il convient cependant de rappeler que Pascal ne fut pas le seul mathématicien à la recherche de méthodes permettant de former des quadratures (ou de tirer des tangentes). Archimède chez les anciens, Viète, Kepler, Cavalieri, Roberval (qui prélude à la méthode des fluxions), Descartes, Fermat, Wallis, d'autres encore chez les modernes, ont proposé des méthodes particulières qui trouvèrent leur aboutissement dans le calcul des fluxions de Newton et dans le calcul différentiel et intégral de Leibniz. Il semble bien cependant que, dans ce domaine, Pascal fut l'un des génies les plus puissants. Mais, tout en saisissant fort bien la généralité des procédés qu'il invente, Pascal reste étranger à la recherche de méthodes universelles, applicables en toute circonstance, comme l'était la géométrie analytique de Descartes ou le sera la méthode différentielle de Leibniz ²⁾. Les problèmes qu'il résout ont toujours (et ceci est vrai pour ses recherches sur les coniques, pour les traités du triangle arithmétique, aussi bien que pour les écrits sur la roulette et les dimensions des lignes courbes) pour point de départ des questions particulières d'une portée limitée, auxquelles il cherche

¹⁾ Une nuit au cours de laquelle il souffrait d'insomnie, il résolut un certain nombre de problèmes relatifs à la roulette (ou cycloïde). Voir à ce sujet la *Vie de Monsieur Pascal* par sa sœur M^{me} Périer.

²⁾ C'est pourquoi Paul Valéry, dans son *Introduction à la méthode de Léonard de Vinci*, se trompe dans le reproche qu'il fait à Pascal de s'être perdu «à coudre des papiers dans ses poches» au lieu d'avoir découvert le «calcul de l'infini». La recherche d'un algorithme général était contraire à la forme du génie de Pascal, et il est absurde de le lui reprocher. Ce caractère des mathématiques pascaliennes a été relevé, d'une manière ou d'une autre, par les spécialistes de Pascal (par exemple par P. Humbert).

des méthodes de résolution qui leur sont spécifiquement adaptées. Pascal ne cherche pas l'algorithme qui lui permettrait de donner à un domaine des mathématiques cette sorte de généralité abstraite propre à en conférer la maîtrise. Ses théorèmes sont souvent rédigés dans le langage courant, à propos d'exemples, comme il se voit dans ses lettres à Fermat, plutôt que sous la forme d'une relation entre des signes d'opérations. Ce n'est qu'à la fin d'un traité sur les combinaisons annexé à celui du triangle arithmétique qu'il établit une formule générale pour les combinaisons, alors qu'un mathématicien plus moderne eût commencé par là. La position de Pascal en mathématiques, sans être absolument anticartésienne (Pascal semble avoir professé une certaine admiration pour ce Descartes qu'il qualifiera plus tard, visant le physicien et le métaphysicien, d'inutile et d'incertain), est partiellement étrangère au courant, à l'origine duquel il faut bien placer Descartes, qui entraînera les mathématiques vers un formalisme toujours plus abstrait. On pourrait presque étendre à Pascal mathématicien, et même, mais dans un sens différent, à Pascal physicien si proche d'Archimède, ce texte de Léon Chestov (qui lui-même se sentait voisin de Pascal) concernant Pascal philosophe (ou antiphilosophe, comme on le voudra): «Tout se renouvelait, et tous voyaient dans ce renouvellement leur destinée historique. Mais Pascal avait peur de la nouveauté. Tous les efforts de sa pensée, si inquiète en même temps que profonde et concentrée, il les appliquait à résister aux courants de l'histoire, à ne pas se laisser entraîner par eux»¹).

* * *

Pascal tourné vers le passé, Descartes tourné vers l'avenir²): images qui ne sont justes qu'approximativement, et qui n'expliquent entièrement ni Descartes, ni Pascal. Pascal est, dans sa philosophie, bien plutôt hors du temps. Chestov le place dans une lignée qui, dans

¹) L. Chestov, *La nuit de Gethsémani*, traduction du russe, Paris 1923, page 2.

²) Descartes ne fut cependant pas sans dette à l'égard des scolastiques. Quant à Pascal, qui ne les connaissait guère que par Arnauld et Nicole, les sources de sa pensée se trouvent dans un passé plus lointain: la Bible, saint Augustin, les mathématiciens grecs et leurs élèves. Au contraire de ce que pensait Albert Béguin (dans son *Pascal par lui-même*), il n'y a guère trace d'*esprit* thomiste chez lui. Béguin, insistant sur un côté rationnel de la pensée de Pascal, en fait l'héritier — sans bien le savoir — du thomisme. Je serais plutôt du sentiment de l'abbé Baudin qui voit en saint Thomas le philosophe que Pascal a «en même temps le plus ignoré et le plus contredit» (E. Baudin, *La philosophie de Pascal*, II, chap. IV, p. 152).

le passé, allait de Tertullien à Luther et passera plus tard par Kierkegaard, par Nietzsche, par Dostoïewski : l'un des esprits les plus inquiétants qui soient. Nietzsche, qui l'avait médité, disait de lui qu'il était « le seul chrétien conséquent ».

La période mondaine de Pascal fut courte mais son commerce avec Méré et Mitton devait laisser des traces certaines dans son esprit et orienter l'une au moins des intentions de l'apologie du christianisme qu'il prépara (la conversion des libertins) et dont il ne put laisser que l'ébauche et les fragments qui constituent les *Pensées*. Parmi ces fragments se trouve le texte célèbre *Infini-rien*, le pari de Pascal¹⁾. Toutefois, pour essayer d'en rendre explicite le sens à tant d'égards énigmatique, il convient de souligner en passant un aspect de cette doctrine janséniste dont Pascal se fit le défenseur dans les *Provinciales*.

La doctrine de Port-Royal fut élaborée par Du Vergier de Hauranne, futur abbé de Saint-Cyran, et son ami Jansénius, plus tard évêque d'Ypres, au cours des cinq années qu'ils vécurent ensemble dans la région de Bayonne, étudiant la pensée de saint Augustin. Au « chemin de velours » proposé par les molinistes, ils opposèrent une théorie de la grâce inspirée de saint Augustin que les Port-Royalistes, Arnauld et Pascal en particulier, s'efforcèrent de distinguer de la doctrine calviniste de la prédestination. Exprimé d'une manière sommaire, chaque homme est, selon les jansénistes, prédestiné soit à être sauvé, soit à être damné. L'extrême rigueur de leurs principes moraux ainsi que le recours à saint Augustin rapprochaient les jansénistes de Calvin²⁾ et les protestants ne s'y trompèrent pas³⁾.

¹⁾ On trouve une analyse très détaillée du pari dans l'ouvrage de G. Brunet, *Le pari de Pascal*, Paris 1956.

²⁾ Sainte-Beuve écrit, semble-t-il avec pertinence : de la part des jansénistes il y avait, à l'égard du calvinisme, « affinité secrète, en effet, en même temps qu'horreur naïve. Port-Royal approchait du calvinisme sur les points de la Grâce : il en différait autant que possible sur l'article des trois sacrements de la Pénitence, d'Eucharistie et d'Ordre ; et plus il s'en rapprochait et paraissait y toucher par un point, plus il lui importait de s'en séparer manifestement dans l'ensemble, afin de ne laisser aucune équivoque ». Les *Ecrits* de Pascal *sur la grâce* semblent confirmer aussi bien cette parenté que cette horreur naïve. Selon certains indices (il est vrai bien ténus), Pascal se serait cependant quelque peu écarté tout à la fin de sa vie de la pure doctrine janséniste.

³⁾ Au dix-neuvième siècle, notamment, l'intérêt s'est plutôt concentré sur Pascal : de Vinet à Arnold Reymond, les protestants se sont intéressés à lui. Remarquons encore que les raisons de la destruction de Port-Royal ont été tout autant politiques (les mêmes que celles qui provoquèrent la révocation de l'Edit

La doctrine augustinienne de la grâce fait apparaître en plein jour tout ce que l'argument du pari contient d'*insolite*. Si le pari s'adresse aux libertins, c'est-à-dire aux athées, et vise à les convaincre en empruntant un mode de raisonnement auquel Pascal semble penser qu'ils pourraient être sensibles (et l'on n'a peut-être pas assez remarqué que le pari est la forme «en clair» du calcul inconscient ou demi-conscient auquel se livrent les tièdes), son pouvoir véritable sur les esprits – selon la doctrine même de Port-Royal – ne pourrait dépendre que d'une grâce extérieure à tout jugement rationnel. C'est pourquoi, semble-t-il, l'argument du pari, dans le texte même des *Pensées*, tourne court lorsque l'interlocuteur imaginaire de Pascal, tout en convenant que l'argument est démonstratif, demande s'il n'y a pas moyen de voir «le dessous du jeu». Oui, «l'Écriture, et le reste» écrit Pascal. Le véritable recours est donc extérieur au pari.

Mais l'argument du pari nous intéresse ici à un autre point de vue : il met aussi en jeu, d'une manière d'ailleurs détournée, la notion d'espérance mathématique, et ne peut être véritablement compris, semble-t-il, qu'au moyen de cette notion. En somme, le pari est le suivant : Nous sommes embarqués et il faut choisir entre les deux jugements : Dieu est ou Dieu n'est pas. Mais en pariant que Dieu est, et en renonçant à des biens de ce Monde, même s'il n'y a que quelque chance que Dieu soit, il y a «une infinité de vie infiniment heureuse à gagner». Tout joueur, dit Pascal, hasarde avec certitude pour gagner avec incertitude, mais «l'incertitude de gagner est proportionnée à la certitude de ce qu'on hasarde, selon la proportion des hasards de gain et de perte» (la certitude de ce qu'on hasarde correspondant au bien fini que le joueur expose). On doit mettre en relation la mise et la probabilité de perdre, la valeur du gain possible et la probabilité de gagner. Dans le cas, écrit Pascal, où il y a «pareil hasard de gain et de perte, si vous n'aviez qu'à gagner deux vies pour une, vous pourriez encore gager ; mais s'il y en avait trois à gagner, il faudrait jouer (puisque vous êtes dans la nécessité de jouer) et vous seriez imprudent, lorsque vous êtes forcé à jouer, de ne pas hasarder votre vie pour en gagner trois, à un jeu où il y a pareil hasard de perte et de gain».

de Nantes) que religieuses. Richelieu jugeait Saint-Cyran «plus dangereux que six armées» et il l'enferma à Vincennes. Louis XIV persécuta les jansénistes. Il semble au contraire que Rome eût préféré ne pas pousser les choses au pire (voir à ce sujet le *Port-Royal* de Sainte-Beuve).

La pensée de Pascal, dans tous les domaines qu'il a abordés, est restée extrêmement vivante. Dans le domaine philosophique, elle demeure, aussi transposée en d'autres formes, infiniment actuelle. «Vous êtes embarqué», écrit Pascal; «nous sommes engagés», disent nos contemporains. Sans vouloir exagérer la valeur de parentés là où il y a plutôt des similitudes, il est utile et passionnant de méditer les ouvrages d'un génie aussi profond.

Zusammenfassung

Die Arbeit würdigt den französischen Philosophen und Mathematiker Blaise Pascal, 1623–1662. Besprochen werden vor allem die bedeutsamen Beiträge von Pascal auf dem Gebiete der Geometrie (Satz von Pascal über das Sehn-Sechseck bei Kegelschnitten), der Physik und in der Wahrscheinlichkeitstheorie. Zum letzteren Punkt wird näher auf den Briefwechsel zwischen Pascal und Fermat eingegangen. Schliesslich geht die Arbeit auch auf den religiösen und philosophischen Ideenkreis von Pascal ein.

Summary

The author pays tribute to the French philosopher and mathematician Blaise Pascal (1623–1662). Particularly mentioned are his important contributions in the domain of geometry (theorem on hexagons inscribed to sections of cones), the domain of physics and of probability. His thoughts on the last subject are illustrated by a summary of the correspondence with Fermat. Finally the author enters into the religious and philosophical ideas of Pascal.

Riassunto

L'autore mette in rilievo le opere del filosofo e matematico Blaise Pascal (1623–1662). In primo luogo commenta i lavori importanti di Pascal nel dominio della geometria (Teorema di Pascal sugli esagoni iscritti in una sezione conica), della fisica e del calcolo di probabilità. Un breve riassunto della corrispondenza tra Pascal e Fermat completa questo ultimo punto. Infine l'autore riepiloga le idee religiose e filosofiche di Pascal.

