**Zeitschrift:** Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker

= Bulletin / Association des Actuaires Suisses = Bulletin / Association of

**Swiss Actuaries** 

Herausgeber: Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker

**Band:** 60 (1960)

**Artikel:** Über die Dauer von Krankheiten, die zum Tode führen

**Autor:** Burckhardt, Hans

**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-966775

## Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF:** 10.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

# Über die Dauer von Krankheiten, die zum Tode führen

Von Hans Burckhardt, Zürich

# Zusammenfassung

Seit einigen Jahren bilden Sterbefälle, die nach langer Krankheit eintreten, Gegenstand besonderer Versicherungsleistungen. Gestützt auf Reduktionsfaktoren, die hier angegeben werden, kann die Schadenbelastung ermittelt werden, die sich für verschiedene Leistungsformen (verschiedene Wartefristen und Leistungsdauern) für den Versicherer ergibt.

Die im Jahre 1951 von der Schweizerischen Lebensversicherungsund Rentenanstalt eingeführte Zusatzversicherung zur Lebensversicherung, die eine besondere Leistung bei Todesfällen nach langdauernder Krankheit vorsieht, wird seither auch von anderen Gesellschaften im In- und Ausland in gleicher oder ähnlicher Form angeboten.

Die zusätzliche Leistung des Versicherers besteht in der Auszahlung einer besonderen Todesfallsumme, die je nach der Krankheitsdauer vor dem Tode gestaffelt ist. Die Sonderleistung wird indessen nur erbracht, wenn die Dauer der Krankheit eine bestimmte Karenzfrist überschritten hat. Diese Frist kann von Gesellschaft zu Gesellschaft verschieden sein; in der Regel beträgt sie 1 bis 3 Monate. Für jeden Tag, um den die Krankheitsdauer vor dem Tode länger war als die festgesetzte Karenzfrist, erhöht sich die zusätzliche Todesfalleistung um einen bestimmten Betrag, meistens 1 bis 2% der Hauptversicherungssumme. Nach der heute üblichen Regelung kann die Sonderleistung nicht höher sein als die Hauptversicherungssumme selbst.

Eine vorläufige Zusammenstellung der bis dahin gesammelten Erfahrungen über die Dauer der dem Tode vorangegangenen Krankheiten ist vom Eidgenössischen Versicherungsamt in seinem Bericht über «Die privaten Versicherungsunternehmungen in der Schweiz 1957», Seite 21, veröffentlicht worden. Die dort aufgeführten Zahlen stützen sich auf

Beobachtungen in den Jahren 1956 und 1957. Die Erfahrungszahlen der Rentenanstalt aus dem etwas grösseren Beobachtungszeitraum 1953–1958 <sup>1</sup>) zeigen einen grundsätzlich ähnlichen Verlauf.

Gestützt auf diese bisherigen Ergebnisse soll im folgenden die Abhängigkeit der vom Versicherer zu erbringenden Zusatzleistung von der Dauer der Karenzfrist untersucht werden.

Wir bedienen uns dazu gewisser Reduktionsfaktoren, wie sie aus der Theorie der Krankentaggeldversicherung bekannt sind.

Bezeichnen wir mit g(x) die Anzahl Sterbefälle mit einer vorangegangenen Krankheitszeit x und bilden wir die Summenfunktion

$$\lambda(x) = \int_{\tau}^{\omega} g(\tau) d\tau, \qquad (1)$$

wobei  $\omega$  die längste vorkommende Krankheitsdauer bedeutet, so stellt  $\lambda(x)$  die Gesamtheit aller Sterbefälle dar, denen eine Krankheitszeit von mindestens x Zeiteinheiten (z.B. Tage) vorangegangen ist.

Es ist dann 
$$T(t) = \int_{0}^{t} \lambda(x) dx$$
 (2)

die gesamte verstrichene Krankheitszeit nach Ablauf der Zeit t und entsprechend

$$T(\omega) = \int_{0}^{\omega} \lambda(x) \, dx \tag{3}$$

die verstrichene Krankheitszeit nach Eintreten des letzten Sterbefalles. Für  $0 < t < \omega$  lässt sich dann ein für unsere Zwecke geeigneter Reduktionsfaktor definieren als

$$\varrho(t) = \frac{T(t)}{T(\omega)}. (4)$$

Die durch  $\lambda(x)$  beschriebene Summenkurve lässt sich – wie unsere zahlenmässigen Untersuchungen ergeben haben – in dem uns hauptsächlich interessierenden Intervall

$$30 \le x \le \omega$$
 ( $x = \text{Anzahl Krankheitstage}$ )

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) Die Rentenanstalt hat die oben beschriebene Zusatzversicherung am 1. Januar 1953 in alle bestehenden prämienpflichtigen oder mit Einmaleinlage abgeschlossenen Einzelkapitalversicherungen ihres Schweizerbestandes obligatorisch eingebaut.

in guter Annäherung durch eine Formel darstellen, die schon Moser [1]<sup>1</sup>) in der Technik der Krankengeldversicherung verwendet hat:

$$\lambda(x) = k \, s^x g^{\frac{1}{c+x}}.\tag{5}$$

Für die in dieser Formel auftretenden Parameter haben wir aus unseren Beobachtungen folgende Werte gefunden:

$$c = 49,09995$$
  
 $\log g = 257,8413$   
 $\log s = 0,032977$   
 $\log k = -1,609205$ 

Für x < 30 haben wir als Funktionswerte  $\lambda(x)$  die aus der Beobachtung gewonnenen Zahlen ohne besondere Ausgleichung übernommen.

Setzen wir noch 
$$\frac{1}{T(\omega)} = C,$$

d.h. eine von den Besonderheiten des Versichertenbestandes jedes Versicherers abhängige Konstante, so geht Beziehung (4) über in

$$\varrho(t) = CT(t), \tag{6}$$

und wegen (2) und (5) ergibt sich

$$\varrho(t) = Ck \int_{0}^{t} s^{x} g^{\frac{1}{c+x}} dx.$$
 (7)

Es wurde schon früher in unserer Zeitschrift gezeigt, wie dieses Integral unter Verwendung der Theorie der unvollständigen Gammafunktionen [2] oder der Theorie der Besselschen Funktionen [3] dargestellt werden kann.

Die aus unseren Beobachtungen gewonnene numerische Auswertung der Beziehung (6) führt zu den in nachstehender Tabelle aufgeführten Reduktionsfaktoren.

<sup>1)</sup> Zahlen in eckigen Klammern verweisen auf das Literaturverzeichnis.

T	7	7 .	•		- 7				1.1	1
Re	du	$\iota kt$	201	$\iota st$	ak	tor	en	0	t	)
								6		,

t Tage	$\varrho(t)$	$\begin{array}{ c c }\hline t\\ {\rm Tage}\\ \end{array}$	$rac{arrho(t)}{^{ m 0}/_{ m 00}}$	t Tage	<i>Q</i> (t) <sup>ο</sup> / <sub>οο</sub>	$egin{array}{c} t \ \mathrm{Tage} \end{array}$	arrho(t)
10 20 30 40 50 60 70 80 90 100 110 120 130 140 150 160 170 180 190	46.3 83.2 116.8 148.1 177.9 206.2 233.0 258.6 283.0 306.2 328.4 349.5 369.8 389.2 407.7 425.5 442.6 458.9 474.7	210 220 230 240 250 260 270 280 290 300 310 320 330 340 350 360 370 380 390	504.4 518.4 531.9 545.0 557.6 569.7 581.5 592.8 603.8 614.5 624.8 634.8 644.5 654.0 663.1 672.0 680.7 689.1 697.4	410 420 430 440 450 460 470 480 490 500 510 520 530 540 550 560 570 580 590	713.2 720.8 728.2 735.4 742.5 749.4 756.2 762.8 769.3 775.6 781.8 787.9 793.9 799.8 805.5 811.2 816.7 822.2 827.5	620 640 660 680 700 720 740 760 780 800 820 840 860 890 920 940 960 980	843.1 853.1 862.8 872.2 881.4 890.4 899.1 907.7 916.1 924.3 932.3 940.3 948.1 955.8 963.3 970.8 978.2 985.6 992.8
200	489.8	400	705.4	600	832.8	1000	1000.0

Für die Ermittlung dieser Faktoren haben wir als obere Grenze  $\omega$  eine Krankheitsdauer von 1000 Tagen gewählt, indem angenommen werden darf, dass in der Praxis eine Versicherungsleistung für eine längere Zeitdauer kaum in Aussicht genommen wird. Als massgebende Konstante für unser Beobachtungsmaterial im Sinne von Beziehung (6) ergab sich unter dieser Voraussetzung

$$C = \frac{1}{T(1000)} = 8,641 \cdot 10^{-7}$$

und als weiteres Ergebnis eine mittlere Krankheitsdauer vor dem Tode von

$$\frac{T(1000)}{\lambda(0)} = 151,5$$
 Tagen,

wobei  $\lambda(0)$  definitionsgemäss die Gesamtzahl aller in die Beobachtung einbezogenen Sterbefälle darstellt.

Während diese für den Versicherungsbestand der Rentenanstalt spezifischen Werte nicht ohne Vorbehalt auf andere Versichertengesamtheiten übertragen werden können (unter anderem, weil die Unfall-Todesfälle nicht in die Untersuchung einbezogen wurden), dürfen wohl die angegebenen Reduktionsfaktoren eine allgemeine Verwendung finden. Sie lassen sich in der aus der Technik der Krankentaggeldversicherung bekannten Weise heranziehen zur Ermittlung der zu erwartenden Schadenbelastung, wenn die Versicherungsleistungen durch Wartefristen hinausgeschoben, in bestimmter Weise gestaffelt oder durch Höchstgrenzen eingeschränkt werden.

Soll aus der Belastung, die sich durch eine zeitlich ungekürzte und ihrem Wert nach bekannte Basisleistung S ergibt, die Teilbelastung  $S^{w/d}$  ermittelt werden, die sich durch Festsetzung einer Wartefrist w und einer beschränkten Leistungsdauer d ergibt, so gilt die allgemeine Formel

$$S^{w/d} = S[\varrho(w+d) - \varrho(w)],$$

sofern  $d \leq z - w$ , wobei z die ungekürzte Leistungsdauer bedeutet.

Auf unsere Untersuchungen übertragen und unter Verwendung der oben angegebenen Reduktionsfaktoren  $\varrho(t)$  erhalten wir das folgende, für die Praxis aufschlussreiche Zahlenbeispiel:

Es sei K die Belastung, die sich für einen Versicherer ergibt, wenn er bei jedem Sterbefall (ohne Unfall-Todesfälle) eine Todesfallsumme 1 erbringt. Würde bei allen Sterbefällen für jeden dem Tode vorangegangenen Krankheitstag (höchstens aber für 1000 Tage) eine zusätzliche Leistung von  $2^{0}/_{00}$  der Todesfallsumme ausgerichtet, so wäre hierfür ein Aufwand von

$$S = 0.002 \cdot T(1000)$$

erforderlich. Da in unserem Falle

$$T(1000) = 151,5 \lambda(0)$$

und

$$\lambda(0) = K,$$

erhalten wir als Basisleistung

$$S = 0.303 K$$
.

Soll nun aber, wie es bei einigen Lebensversicherungsgesellschaften üblich ist, die zusätzliche Leistung erst nach einer Karenzfrist von 90 Tagen und höchstens für 500 Tage ausgerichtet werden, so gilt

$$S^{90/500} = S[\varrho(590) - \varrho(90)]$$
  
= 0.5445 S = 0.165 K.

Daraus ist ersichtlich, dass bei Einführung einer Zusatzversicherung von der beschriebenen Art mit einer zusätzlichen Schadenbelastung von rund 16,5% zu rechnen wäre. Bei gleicher Rechnung, aber unter Abkürzung der Karenzfrist auf 60 Tage, ergäbe sich eine zusätzliche Belastung von 18,3%.

In unseren bisherigen Untersuchungen und Folgerungen haben wir eine Unterscheidung weder nach dem Geschlecht der versicherten Personen noch nach deren Alter beim Tod vorgenommen. Das uns zur Verfügung stehende Erfahrungsmaterial zeigt indessen, dass die Dauer der Krankheiten vor dem Tode in starkem Masse vom Alter der Versicherten abhängig ist. Wir haben andernorts darüber Näheres berichtet [4]. Die hier mitgeteilten Ergebnisse sind daher mit der notwendigen Vorsicht zu verwerten, insbesondere bei Fehlen eines Obligatoriums oder einer sonstigen risikoausgleichenden Massnahme. Es sind hier ähnliche Vorbehalte anzubringen wie für die Anwendung durchschnittlicher Reduktionsfaktoren in der Krankentaggeldversicherung. Wir verweisen auf die in dieser Zeitschrift schon früher erschienene Mitteilung zu diesem Gegenstand [5].

### Literaturverzeichnis

- [1] Chr. Moser: Communication touchant une table de morbidité. Berichte des III. Internationalen Aktuarkongresses in Paris, 1900.
- [2] A. Kienast: Über die Berechnung des Reduktionsfaktors in der Krankenversicherung. «Mitteilungen der Vereinigung schweizerischer Versicherungsmathematiker», Heft 18, 1923.
- [3] K. Böschenstein: Der Reduktionsfaktor in der Theorie der Krankenversicherung und die Besselschen Funktionen. «Mitteilungen», Heft 2, 1907.
- [4] H. Burckhardt: Erfahrungen mit der zusätzlichen Versicherung für Tod nach langer Krankheit. Berichte des XVI. Internationalen Aktuarkongresses in Brüssel, 1960 (in Vorbereitung).
- [5] K. Stauber: Begriff und Verwendung des Reduktionsfaktors in der Krankenversicherung. «Mitteilungen», 47. Band, 1947.

## Résumé

Depuis quelques années, une prestation spéciale est payée en cas de décès après une maladie de longue durée. En se fondant sur les facteurs de réduction indiqués, on peut calculer la charge financière qui résultera pour l'assureur de l'application de différents plans de prestations (divers délais d'attente et diverses durées de prestations).

## Riassunto

I decessi in seguito a lunga malattia formano da qualche anno oggetto di particolari prestazioni assicurative. In base a fattori di riduzione qui presentati, si può determinare l'onere dei sinistri che risulta all'assicuratore per le differenti forme di prestazioni (diversi periodi di attesa e durata delle prestazioni).

# Summary

Death after a long-lasting sickness is—for some years past—an object of special insurance benefit. Based upon reduction factors given in this paper the claim costs for different types of benefit (different waiting periods and duration of benefit) can be rated.