

# Über die Dauer von Krankheiten, die zum Tode führen

Autor(en): **Burckhardt, Hans**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer  
Versicherungsmathematiker = Bulletin / Association des Actuaire  
Suisses = Bulletin / Association of Swiss Actuaries**

Band (Jahr): **60 (1960)**

PDF erstellt am: **27.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-966775>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

## Über die Dauer von Krankheiten, die zum Tode führen

*Von Hans Burckhardt, Zürich*

### Zusammenfassung

Seit einigen Jahren bilden Sterbefälle, die nach langer Krankheit eintreten, Gegenstand besonderer Versicherungsleistungen. Gestützt auf Reduktionsfaktoren, die hier angegeben werden, kann die Schadenbelastung ermittelt werden, die sich für verschiedene Leistungsformen (verschiedene Wartefristen und Leistungsdauern) für den Versicherer ergibt.

Die im Jahre 1951 von der Schweizerischen Lebensversicherungs- und Rentenanstalt eingeführte Zusatzversicherung zur Lebensversicherung, die eine besondere Leistung bei Todesfällen nach langdauernder Krankheit vorsieht, wird seither auch von anderen Gesellschaften im In- und Ausland in gleicher oder ähnlicher Form angeboten.

Die zusätzliche Leistung des Versicherers besteht in der Auszahlung einer besonderen Todesfallsumme, die je nach der Krankheitsdauer vor dem Tode gestaffelt ist. Die Sonderleistung wird indessen nur erbracht, wenn die Dauer der Krankheit eine bestimmte Karenzfrist überschritten hat. Diese Frist kann von Gesellschaft zu Gesellschaft verschieden sein; in der Regel beträgt sie 1 bis 3 Monate. Für jeden Tag, um den die Krankheitsdauer vor dem Tode länger war als die festgesetzte Karenzfrist, erhöht sich die zusätzliche Todesfalleistung um einen bestimmten Betrag, meistens 1 bis 2<sup>0</sup>/<sub>100</sub> der Hauptversicherungssumme. Nach der heute üblichen Regelung kann die Sonderleistung nicht höher sein als die Hauptversicherungssumme selbst.

Eine vorläufige Zusammenstellung der bis dahin gesammelten Erfahrungen über die Dauer der dem Tode vorangegangenen Krankheiten ist vom Eidgenössischen Versicherungsamt in seinem Bericht über «Die privaten Versicherungsunternehmen in der Schweiz 1957», Seite 21, veröffentlicht worden. Die dort aufgeführten Zahlen stützen sich auf

Beobachtungen in den Jahren 1956 und 1957. Die Erfahrungszahlen der Rentenanstalt aus dem etwas grösseren Beobachtungszeitraum 1953–1958<sup>1)</sup> zeigen einen grundsätzlich ähnlichen Verlauf.

Gestützt auf diese bisherigen Ergebnisse soll im folgenden die Abhängigkeit der vom Versicherer zu erbringenden Zusatzleistung von der Dauer der Karenzfrist untersucht werden.

Wir bedienen uns dazu gewisser Reduktionsfaktoren, wie sie aus der Theorie der Krankentaggeldversicherung bekannt sind.

Bezeichnen wir mit  $g(x)$  die Anzahl Sterbefälle mit einer vorangegangenen Krankheitszeit  $x$  und bilden wir die Summenfunktion

$$\lambda(x) = \int_x^{\omega} g(\tau) d\tau, \quad (1)$$

wobei  $\omega$  die längste vorkommende Krankheitsdauer bedeutet, so stellt  $\lambda(x)$  die Gesamtheit aller Sterbefälle dar, denen eine Krankheitszeit von mindestens  $x$  Zeiteinheiten (z. B. Tage) vorangegangen ist.

Es ist dann

$$T(t) = \int_0^t \lambda(x) dx \quad (2)$$

die gesamte verstrichene Krankheitszeit nach Ablauf der Zeit  $t$  und entsprechend

$$T(\omega) = \int_0^{\omega} \lambda(x) dx \quad (3)$$

die verstrichene Krankheitszeit nach Eintreten des letzten Sterbefalles. Für  $0 < t < \omega$  lässt sich dann ein für unsere Zwecke geeigneter Reduktionsfaktor definieren als

$$\varrho(t) = \frac{T(t)}{T(\omega)}. \quad (4)$$

Die durch  $\lambda(x)$  beschriebene Summenkurve lässt sich – wie unsere zahlenmässigen Untersuchungen ergeben haben – in dem uns hauptsächlich interessierenden Intervall

$$30 \leq x \leq \omega \quad (x = \text{Anzahl Krankheitstage})$$

---

<sup>1)</sup> Die Rentenanstalt hat die oben beschriebene Zusatzversicherung am 1. Januar 1953 in alle bestehenden prämienspflichtigen oder mit Einmaleinlage abgeschlossenen Einzelkapitalversicherungen ihres Schweizerbestandes obligatorisch eingebaut.

in guter Annäherung durch eine Formel darstellen, die schon Moser [1]<sup>1)</sup> in der Technik der Krankengeldversicherung verwendet hat:

$$\lambda(x) = k s^x g^{\frac{1}{c+x}}. \quad (5)$$

Für die in dieser Formel auftretenden Parameter haben wir aus unseren Beobachtungen folgende Werte gefunden:

$$\begin{aligned} c &= 49,09995 \\ \log g &= 257,8413 \\ \log s &= 0,032977 \\ \log k &= -1,609205 \end{aligned}$$

Für  $x < 30$  haben wir als Funktionswerte  $\lambda(x)$  die aus der Beobachtung gewonnenen Zahlen ohne besondere Ausgleichung übernommen.

Setzen wir noch 
$$\frac{1}{T(\omega)} = C,$$

d. h. eine von den Besonderheiten des Versichertenbestandes jedes Versicherers abhängige Konstante, so geht Beziehung (4) über in

$$\varrho(t) = CT(t), \quad (6)$$

und wegen (2) und (5) ergibt sich

$$\varrho(t) = Ck \int_0^t s^x g^{\frac{1}{c+x}} dx. \quad (7)$$

Es wurde schon früher in unserer Zeitschrift gezeigt, wie dieses Integral unter Verwendung der Theorie der unvollständigen Gammafunktionen [2] oder der Theorie der Besselschen Funktionen [3] dargestellt werden kann.

Die aus unseren Beobachtungen gewonnene numerische Auswertung der Beziehung (6) führt zu den in nachstehender Tabelle aufgeführten Reduktionsfaktoren.

<sup>1)</sup> Zahlen in eckigen Klammern verweisen auf das Literaturverzeichnis.

*Reduktionsfaktoren  $q(t)$*

$t$ Tage	$q(t)$ ‰	$t$ Tage	$q(t)$ ‰	$t$ Tage	$q(t)$ ‰	$t$ Tage	$q(t)$ ‰
10	46.3	210	504.4	410	713.2	620	843.1
20	83.2	220	518.4	420	720.8	640	853.1
30	116.8	230	531.9	430	728.2	660	862.8
40	148.1	240	545.0	440	735.4	680	872.2
50	177.9	250	557.6	450	742.5	700	881.4
60	206.2	260	569.7	460	749.4	720	890.4
70	233.0	270	581.5	470	756.2	740	899.1
80	258.6	280	592.8	480	762.8	760	907.7
90	283.0	290	603.8	490	769.3	780	916.1
100	306.2	300	614.5	500	775.6	800	924.3
110	328.4	310	624.8	510	781.8	820	932.3
120	349.5	320	634.8	520	787.9	840	940.3
130	369.8	330	644.5	530	793.9	860	948.1
140	389.2	340	654.0	540	799.8	880	955.8
150	407.7	350	663.1	550	805.5	900	963.3
160	425.5	360	672.0	560	811.2	920	970.8
170	442.6	370	680.7	570	816.7	940	978.2
180	458.9	380	689.1	580	822.2	960	985.6
190	474.7	390	697.4	590	827.5	980	992.8
200	489.8	400	705.4	600	832.8	1000	1000.0

Für die Ermittlung dieser Faktoren haben wir als obere Grenze  $\omega$  eine Krankheitsdauer von 1000 Tagen gewählt, indem angenommen werden darf, dass in der Praxis eine Versicherungsleistung für eine längere Zeitdauer kaum in Aussicht genommen wird. Als massgebende Konstante für unser Beobachtungsmaterial im Sinne von Beziehung (6) ergab sich unter dieser Voraussetzung

$$C = \frac{1}{T(1000)} = 8,641 \cdot 10^{-7}$$

und als weiteres Ergebnis eine mittlere Krankheitsdauer vor dem Tode von

$$\frac{T(1000)}{\lambda(0)} = 151,5 \text{ Tagen,}$$

wobei  $\lambda(0)$  definitionsgemäss die Gesamtzahl aller in die Beobachtung einbezogenen Sterbefälle darstellt.

Während diese für den Versicherungsbestand der Rentenanstalt spezifischen Werte nicht ohne Vorbehalt auf andere Versichertengesamtheiten übertragen werden können (unter anderem, weil die Unfall-Todesfälle nicht in die Untersuchung einbezogen wurden), dürfen wohl die angegebenen Reduktionsfaktoren eine allgemeine Verwendung finden. Sie lassen sich in der aus der Technik der Krankentaggeldversicherung bekannten Weise heranziehen zur Ermittlung der zu erwartenden Schadenbelastung, wenn die Versicherungsleistungen durch Wartefristen hinausgeschoben, in bestimmter Weise gestaffelt oder durch Höchstgrenzen eingeschränkt werden.

Soll aus der Belastung, die sich durch eine zeitlich ungekürzte und ihrem Wert nach bekannte Basisleistung  $S$  ergibt, die Teilbelastung  $S^{w/d}$  ermittelt werden, die sich durch Festsetzung einer Wartefrist  $w$  und einer beschränkten Leistungsdauer  $d$  ergibt, so gilt die allgemeine Formel

$$S^{w/d} = S[\varrho(w+d) - \varrho(w)],$$

sofern  $d \leq z - w$ , wobei  $z$  die ungekürzte Leistungsdauer bedeutet.

Auf unsere Untersuchungen übertragen und unter Verwendung der oben angegebenen Reduktionsfaktoren  $\varrho(t)$  erhalten wir das folgende, für die Praxis aufschlussreiche Zahlenbeispiel:

Es sei  $K$  die Belastung, die sich für einen Versicherer ergibt, wenn er bei jedem Sterbefall (ohne Unfall-Todesfälle) eine Todesfallsumme 1 erbringt. Würde bei allen Sterbefällen für jeden dem Tode vorangegangenen Krankheitstag (höchstens aber für 1000 Tage) eine zusätzliche Leistung von  $2\text{‰}$  der Todesfallsumme ausgerichtet, so wäre hierfür ein Aufwand von

$$S = 0,002 \cdot T(1000)$$

erforderlich. Da in unserem Falle

$$T(1000) = 151,5 \lambda(0)$$

und

$$\lambda(0) = K,$$

erhalten wir als Basisleistung

$$S = 0,303 K.$$

Soll nun aber, wie es bei einigen Lebensversicherungsgesellschaften üblich ist, die zusätzliche Leistung erst nach einer Karenzfrist von 90 Tagen und höchstens für 500 Tage ausgerichtet werden, so gilt

$$\begin{aligned} S^{90/500} &= S[\varrho(590) - \varrho(90)] \\ &= 0,5445 S = 0,165 K. \end{aligned}$$

Daraus ist ersichtlich, dass bei Einführung einer Zusatzversicherung von der beschriebenen Art mit einer zusätzlichen Schadenbelastung von rund 16,5% zu rechnen wäre. Bei gleicher Rechnung, aber unter Abkürzung der Karenzfrist auf 60 Tage, ergäbe sich eine zusätzliche Belastung von 18,3%.

In unseren bisherigen Untersuchungen und Folgerungen haben wir eine Unterscheidung weder nach dem Geschlecht der versicherten Personen noch nach deren Alter beim Tod vorgenommen. Das uns zur Verfügung stehende Erfahrungsmaterial zeigt indessen, dass die Dauer der Krankheiten vor dem Tode in starkem Masse vom Alter der Versicherten abhängig ist. Wir haben andernorts darüber Näheres berichtet [4]. Die hier mitgeteilten Ergebnisse sind daher mit der notwendigen Vorsicht zu verwerten, insbesondere bei Fehlen eines Obligatoriums oder einer sonstigen risikoausgleichenden Massnahme. Es sind hier ähnliche Vorbehalte anzubringen wie für die Anwendung durchschnittlicher Reduktionsfaktoren in der Krankentaggeldversicherung. Wir verweisen auf die in dieser Zeitschrift schon früher erschienene Mitteilung zu diesem Gegenstand [5].

### Literaturverzeichnis

- [1] *Chr. Moser*: Communication touchant une table de morbidité. Berichte des III. Internationalen Aktuar-Kongresses in Paris, 1900.
- [2] *A. Kienast*: Über die Berechnung des Reduktionsfaktors in der Krankenversicherung. «Mitteilungen der Vereinigung schweizerischer Versicherungsmathematiker», Heft 18, 1923.
- [3] *K. Böschstein*: Der Reduktionsfaktor in der Theorie der Krankenversicherung und die Besselschen Funktionen. «Mitteilungen», Heft 2, 1907.
- [4] *H. Burckhardt*: Erfahrungen mit der zusätzlichen Versicherung für Tod nach langer Krankheit. Berichte des XVI. Internationalen Aktuar-Kongresses in Brüssel, 1960 (in Vorbereitung).
- [5] *K. Stauber*: Begriff und Verwendung des Reduktionsfaktors in der Krankenversicherung. «Mitteilungen», 47. Band, 1947.

## Résumé

Depuis quelques années, une prestation spéciale est payée en cas de décès après une maladie de longue durée. En se fondant sur les facteurs de réduction indiqués, on peut calculer la charge financière qui résultera pour l'assureur de l'application de différents plans de prestations (divers délais d'attente et diverses durées de prestations).

## Riassunto

I decessi in seguito a lunga malattia formano da qualche anno oggetto di particolari prestazioni assicurative. In base a fattori di riduzione qui presentati, si può determinare l'onere dei sinistri che risulta all'assicuratore per le differenti forme di prestazioni (diversi periodi di attesa e durata delle prestazioni).

## Summary

Death after a long-lasting sickness is—for some years past—an object of special insurance benefit. Based upon reduction factors given in this paper the claim costs for different types of benefit (different waiting periods and duration of benefit) can be rated.

