Zeitschrift: Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker = Bulletin / Association des Actuaires Suisses = Bulletin / Association of Swiss Actuaries

Herausgeber: Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker

Band: 59 (1959)

Artikel: Elementare Bemerkungen betreffend Verbindungs- und Überlebensrenten auf mehrere Leben

Autor: Jecklin, Heinrich

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-966820

Elementare Bemerkungen betreffend Verbindungs- und Überlebensrenten auf mehrere Leben

Von Heinrich Jecklin, Zürich

Zusammenfassung

Es wird gezeigt, wie der Barwert unsymmetrischer Verbindungsrenten auf mehrere Leben, deren Leistung von Umfang und Zusammensetzung der Überlebendengruppen abhängig ist, nicht aber von der Ablebensfolge mehrerer Vorverstorbener, praktisch einfach berechnet werden kann.

Wollte man eine Systematik der mehrlebigen Leibrenten aufstellen, so ergeben sich verschiedene Möglichkeiten, wovon eine sich auf folgende Überlegungen stützen kann: Betrachtet man eine Rentnergruppe verbundener Leben, so liegt der allgemeinste Fall offenbar vor, wenn die Rentenleistung abhängig ist von Umfang und Zusammensetzung der Überlebendengruppen sowie von der Reihenfolge der Todesfälle bei den Vorverstorbenen. Spezialisiert man nun dahingehend, dass die Rentenleistung nur von Umfang und Zusammensetzung der Überlebendengruppen abhängig sein soll, nicht aber von der Reihenfolge der Todesfälle mehrerer Vorverstorbener, so ergibt sich eine erste Unterklasse. Engen wir weiter ein in dem Sinne, dass die Rentenhöhe nur noch vom Umfang der Überlebendengruppen abhängig sein soll, so haben wir eine zweite Unterklasse. Schliesslich erhalten wir eine dritte Unterklasse, wenn wir stipulieren, dass die Rentenhöhe unverändert bis zum letzten Tod, d.h. ganz unabhängig von der Reihenfolge der Todesfälle und Umfang sowie Zusammensetzung der Überlebendengruppen sein soll. Es ist dies die konstante reversible Verbindungsrente.

Wenn wir uns diese Klassifikation am Beispiel einer Gruppe von drei Rentnern x, y, z veranschaulichen, so haben wir folgendes Schema:

Im allgemeinsten Fall ist

1. die Rentenleistung C_{123}, solange x, y, z gemeinsam leben,
2. die Rentenleistung C_{12} für x, y, wenn z erstverstorben,
C_{13} für x, z, wenn y erstverstorben,
C_{23} für y, z, wenn x erstverstorben,
3. die Rentenleistung ${}_{23}C_1$ für x, wenn y erst- und z zweitverstorben,
${}_{32}C_1$ für x, wenn z erst- und y zweitverstorben,
${}_{13}C_2$ für y, wenn x erst- und z zweitverstorben,
${}_{31}C_2$ für y, wenn z erst- und x zweitverstorben,
${}_{12}C_3$ für z, wenn x erst- und y zweitverstorben,
${}_{21}C_3$ für z, wenn y erst- und x zweitverstorben.

Setzt man ${}_{23}C_1 = {}_{32}C_1 = C_1$
${}_{13}C_2 = {}_{31}C_2 = C_2$
${}_{12}C_3 = {}_{21}C_3 = C_3$, so folgt die erste Unterklasse mit

1. der Rentenleistung C_{123}, solange x, y, z gemeinsam leben,
2. der Rentenleistung C_{12} für x, y, wenn z erstverstorben,
C_{13} für x, z, wenn y erstverstorben,
C_{23} für y, z, wenn x erstverstorben,
3. der Rentenleistung C_1 für x, wenn y und z vorverstorben,
C_2 für y, wenn x und z vorverstorben,
C_3 für z, wenn x und y vorverstorben.

Wird hier $C_1 = C_2 = C_3 = C_{(1)}$
$C_{12} = C_{13} = C_{23} = C_{(2)}$ gesetzt, hat man die zweite Unterklasse und es ist

1. die Rentenleistung C_{123}, solange x, y, z gemeinsam leben,
2. die Rentenleistung $C_{(2)}$, wenn eine Person verstorben,
3. die Rentenleistung $C_{(1)}$, wenn zwei Personen verstorben.

Und ist schliesslich $C_{123} = C_{(2)} = C_{(1)} = C$, so hat man die engste Unterklasse mit der unveränderten Rentenhöhe C bis zum letzten Tod.

Über Verbindungsrenten auf mehrere Leben besteht eine ziemlich umfangreiche Literatur, was insofern nicht erstaunlich ist, als hier reichlich Gelegenheit geboten wird, Überlegungen der Wahrscheinlichkeitsrechnung und der Kombinatorik in Anwendung zu bringen.

Was den allgemeinen Fall anbelangt, kann insbesondere auf die sehr ausführlichen Darlegungen von Galbrun verwiesen werden [1]. Für den Fall unserer zweiten Unterklasse (Rentenleistung nur vom Umfang der Überlebendengruppen abhängig) finden wir eine besonders schöne Darstellung bei Berger [2]. In letzter Zeit hat zudem Urech dieser Sorte von Verbindungsrenten eine eingehende Studie gewidmet [3].

Es ist zuzugeben, dass die Verbindungsrenten unserer zweiten Unterklasse wegen ihrer Symmetrieeigenschaften eine elementarmathematisch besonders elegante Darstellung ermöglichen, unter Bezugnahme auf die Kombinatorik. Es beruht dies auf dem Umstand, dass wenn die Ereignisse als gleichartig vorausgesetzt sind, die zusammengesetzten Wahrscheinlichkeiten symmetrische Funktionen der Grundwahrscheinlichkeiten sein müssen [4]. Daraus folgt auch, dass die reversiblen Verbindungsrenten eine linear homogene Funktion der Renten auf den ersten Tod sind [5]. Die elegante Darstellungsmöglichkeit mittels der sogenannten Z-Formeln ist bekannt; sie ist bei zahlreichen Lehrbuchautoren zu finden, eine besonders detaillierte Darstellung hat ihr Berger gewidmet [6].

In der Praxis sind Renten auf mehr als zwei Leben eher selten, und die Erfahrung zeigt, dass der Fall der Leistungsabhängigkeit von der Reihenfolge der Todesfälle bei den Vorverstorbenen so gut wie nicht vorkommt, dass aber der unsymmetrische Fall der von der Zusammensetzung der Überlebendengruppen abhängigen Rentenleistung (unsere erste Unterklasse) häufiger anzutreffen ist als der symmetrische Fall der nur vom Umfang der Überlebendengruppen abhängigen Leistung (unsere zweite Unterklasse). Es ist klar und einleuchtend, dass in der Praxis der unsymmetrische Fall mehrlebiger Renten eine wichtigere Rolle spielt als der symmetrische Fall. Es zeigt sich ja schon bei Verbindungsrenten auf zwei Leben, dass die Überlebensrente (insbesondere Witwenrente) ungleich wichtiger ist als die symmetrische Verbindungsrente auf den ersten oder den zweiten Tod. Es handelt sich eben meist um die Lösung eines Fürsorgeproblems, wobei beispielsweise die Mutter gegenüber den Kindern bevorzugt, oder ein schwächliches oder invalides Kind im Rahmen eines Fürsorgeprogramms besonders bedacht werden soll, o.ä. Manchmal spielen auch steuerliche Überlegungen eine Rolle.

Die Zahlen in eckigen Klammern beziehen sich auf das Literaturverzeichnis.

Trotzdem beschränken sich die Lehrbücher seltsamerweise bei den praktischen Beispielen zur Hauptsache auf den Fall der symmetrischen Versicherungsleistungen. Wenn aber der unsymmetrische Fall unserer ersten Unterklasse auch nicht zu so eleganten Formeln führt wie die symmetrische zweite Unterklasse, so ist er rechnerisch doch keineswegs schwieriger zu behandeln, worauf der Verfasser in einer kleinen Note schon vor Jahren hingewiesen hat [7].

Wenn wir die einzelnen Leben numerieren, so lässt sich ein Rentenbarwert der ersten Unterklasse beispielsweise im Falle von drei Leben offenbar wie folgt darstellen:

$$R_{(3)} = f_{123}\, a_{123} + f_{12}\, a_{12} + f_{13}\, a_{13} + f_{23}\, a_{23} + f_1\, a_1 + f_2\, a_2 + f_3\, a_3\,, \tag{1}$$

und es gilt, die Koeffizienten f so zu bestimmen, dass die für die verschiedenen Nummernzusammensetzungen der Überlebendengruppen stipulierten Leistungen garantiert sind. Wenn im ganzen k verbundene Leben rentenversichert sind, so haben wir allgemein in symbolischer Darstellung:

$$R_{(k)} = f_{(k)}\, a_{(k)} + \sum_{\binom{k}{k-1}} f_{(k-1)}\, a_{(k-1)} + \sum_{\binom{k}{k-2}} f_{(k-2)}\, a_{(k-2)} + \ldots + \sum_{\binom{k}{1}} f_{(1)}\, a_{(1)}\,, \tag{2}$$

wobei das Summenzeichen $\sum\limits_{\binom{k}{l}}$ besagen soll, dass so viele Summanden mit einfachen Verbindungsrenten $a_{(l)}$ vorhanden sind, als sich verschiedene Gruppen von l Personen aus der Gesamtgruppe von k Personen herausheben lassen. Der Rentenwert $R_{(k)}$ setzt sich demnach aus

$$\binom{k}{k} + \binom{k}{k-1} + \binom{k}{k-2} + \ldots + \binom{k}{1} = 2^n - 1$$

Summanden zusammen, falls alle Faktoren $f \neq 0$ sind.

Zur Bestimmung der Koeffizienten f bedient man sich am einfachsten der Methode der unbestimmten Koeffizienten, deren Begründung wir als bekannt voraussetzen dürfen. Es sei insbesondere auf deren ausführliche Behandlung im Falle symmetrischer Versicherungsleistungen bei Berger verwiesen [8]. Es wird dort betont, dass diese Methode den für die Praxis wichtigen Vorteil eines ganz mechanisch anzuwendenden Verfahrens biete, welches sich unter gewissen Voraussetzungen auch auf nicht symmetrische Versicherungsansprüche ausdehnen lasse. Diese gewissen Voraussetzungen liegen eben darin, dass die Reihenfolge der Todesfälle bei den Vorverstorbenen irrelevant sein muss. Die Methode der unbestimmten Koeffizienten ist ihrem Wesen nach identisch mit der sogenannten Methode der Zerlegung nach Renten auf den ersten Todesfall [9].

Es seien im folgenden die Rentenleistungen mit C bezeichnet und mit den Nummern der Überlebenden indexmässig bezeichnet. So bedeute z. B. C_{23} die Rentenleistung, wenn nur noch die Versicherten Nr. 2 und Nr. 3 am Leben sind. Indem man feststellt, welche Rentenleistungen allen möglichen Überlebensgruppen zugehören, hat man für die Faktoren von (2) das System der folgenden 2^n-1 unabhängigen linearen Bestimmungsgleichungen

$$\left.\begin{aligned} f_1 &= C_1 \\ f_2 &= C_2 \\ &\;\cdots \\ f_k &= C_k \end{aligned}\right\} \; k \text{ Gleichungen}$$

$$\left.\begin{aligned} f_{12}+f_1+f_2 &= C_{12} \\ f_{13}+f_1+f_3 &= C_{13} \\ &\;\cdots\cdots \\ f_{k-1,\,k}+f_{k-1}+f_k &= C_{k-1,\,k} \end{aligned}\right\} \; \binom{k}{2} \text{ Gleichungen} \qquad (3)$$

$$\left.\begin{aligned} f_{123}+f_{12}+f_{13}+f_{23}+f_1+f_2+f_3 &= C_{123} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots & \end{aligned}\right\} \; \binom{k}{3} \text{ Gleichungen}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

Die ersten k Gleichungen sind offenbar Identitäten, indem $f_l = C_l$, d. h. die betreffenden Faktoren gleich der Rentenleistung für die letztüberlebende Person sind. Durch fortlaufende Substitution können also ohne weiteres alle Faktoren f bestimmt werden, denn es ist

$$\begin{aligned} f_{12} &= C_{12}-f_1-f_2\,, \\ f_{13} &= C_{13}-f_1-f_3\,, \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots \\ f_{123} &= C_{123}-f_{12}-f_{13}-f_{23}-f_1-f_2-f_3\,, \\ f_{124} &= C_{124}-f_{12}-f_{14}-f_{24}-f_1-f_2-f_4\,, \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \end{aligned} \qquad (4)$$

Nunmehr kann man aber offenbar die Faktoren f durch die Leistungen C ausdrücken, denn aus (3) und (4) folgt

$$
\begin{aligned}
f_{12} &= C_{12} - C_1 - C_2\,, \\
&\quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
f_{123} &= C_{123} - (C_{12} - C_1 - C_2) - (C_{13} - C_1 - C_3) - (C_{23} - C_2 - C_3) - C_1 - C_2 - C_3 = \\
&= C_{123} - C_{12} - C_{13} - C_{23} + C_1 + C_2 + C_3\,, \\
&\quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
f_{1234} &= C_{1234} - (C_{123} - C_{12} - C_{13} - C_{23} + C_1 + C_2 + C_3) \\
&\quad - (C_{124} - C_{12} - C_{14} - C_{24} + C_1 + C_2 + C_4) \\
&\quad - \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&\quad - (C_{12} - C_1 - C_2) \\
&\quad - (C_{13} - C_1 - C_3) \\
&\quad - \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&\quad - C_1 - C_2 - C_3 - C_4\,, \\
&= C_{1234} - C_{123} - C_{124} - C_{134} - C_{234} \\
&\quad + C_{12} + C_{13} + C_{14} + C_{23} + C_{24} + C_{34} \\
&\quad - C_1 - C_2 - C_2 - C_4\,, \\
&\quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\,,
\end{aligned}
\tag{5}
$$

oder in allgemeiner symbolischer Darstellung, wenn $l \leqq k$ eine bestimmte Überlebendengruppe bezeichnet

$$
f_{(l)} = C_{(l)} - \sum_{\binom{l}{l-1}} C_{(l-1)} + \sum_{\binom{l}{l-2}} C_{(l-2)} \mp \ldots (-1)^{l-1} \sum_{\binom{l}{1}} C_{(1)}\,. \tag{6}
$$

Haben wir im speziellen

$$
\begin{aligned}
C_1 &= C_2 = C_3 = \ldots = C_{(1)} \\
C_{12} &= C_{13} = C_{23} = \ldots = C_{(2)} \\
C_{123} &= C_{124} = \ldots \quad \ldots = C_{(3)} \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\,,
\end{aligned}
$$

so liegt der symmetrische Fall vor, und wir haben einfach

$$
f_{(l)} = C_{(l)} - \binom{l}{l-1} C_{(l-1)} + \binom{l}{l-2} C_{(l-2)} \mp \ldots (-1)^{l-1} \binom{l}{1} C_{(1)}\,, \tag{7}
$$

in Übereinstimmung mit Formeln (9) und (11) der zitierten Arbeit von Urech [3].

Um das Gleichungssystem (3) zu lösen, könnte man sich auch der Determinantenmethode bedienen, ohne dass sich in diesem einfach gelagerten Fall ein wesentlicher Vorteil ergäbe. Die linke Seite des

Gleichungssystems liefert offensichtlich eine Determinante, welche in der Hauptdiagonale lauter Einsen und oberhalb derselben lauter Nullen aufweist, ihr Wert ist also eins. Im Falle von drei Leben beispielsweise zeigt sie folgendes Bild:

$$\left|\begin{array}{ccc:ccc:c} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hdashline 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hdashline 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array}\right|$$

Man sieht, dass die Lage der Einsen auf und unterhalb der Hauptdiagonale der kombinatorischen Verteilung der elementarsymmetrischen Funktionen entspricht. Um einen bestimmten Faktor f zu berechnen, ersetzt man die bezügliche Kolonne durch die Reihe der Leistungen C. Es ist also im vorliegenden Beispiel

$$f_{12} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & C_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & C_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & C_3 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & C_{13} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & C_{23} & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & C_{123} & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & C_1 \\ 0 & 1 & 0 & C_2 \\ 0 & 0 & 1 & C_3 \\ 1 & 1 & 0 & C_{12} \end{vmatrix}$$

Entwickelt man nun nach der C-Kolonne und bezeichnet die Unterdeterminanten mit $|D|$, so hat man ganz allgemein

$$f_{(l)} = C_{(l)} + \sum_{\binom{l}{l-1}} C_{(l-1)} \left|D_{(l-1)}\right| + \sum_{\binom{l}{l-2}} C_{(l-2)} \left|D_{(l-2)}\right| + \ldots . \qquad (8)$$

Es ist, durch Vertauschung der einzelnen Zeilen mit der letzten Zeile leicht zu überblicken, dass die Unterdeterminanten nur den Wert $+1$, -1 oder 0 haben können und dass die Darstellungen (6) und (8) identisch sind.

Abschliessend mag zur Illustration ein kompliziert scheinendes Beispiel einer unsymmetrischen Verbindungsrente auf vier Leben berechnet werden.

Die Rentenleistungen sollen folgende sein:

1. Solange alle vier am Leben sind: $C_{1234} = 4$,

2. Wenn Nr. 1 als erster stirbt, für die drei Überlebenden: $C_{234} = 1$,
   » » 2 » » » » » » » : $C_{134} = 2$,
   » » 3 » » » » » » » : $C_{124} = 3$,
   » » 4 » » » » » » » : $C_{123} = 0$,

3. Wenn Nrn. 1 und 2 vorverstorben, » » zwei » : $C_{34} = 1$,
   » » 1 » 3 » » » » » : $C_{24} = 2$,
   » » 1 » 4 » » » » » : $C_{23} = 3$,
   » » 2 » 3 » » » » » : $C_{14} = 1$,
   » » 2 » 4 » » » » » : $C_{13} = 2$,
   » » 3 » 4 » » » » » : $C_{12} = 0$,

4. Wenn Nrn. 1, 2 und 3 » » den Letztüberlebenden: $C_4 = 1$,
   » » 1, 2 » 4 » » » » : $C_3 = 2$,
   » » 1, 3 » 4 » » » » : $C_2 = 3$,
   » » 2, 3 » 4 » » » » : $C_1 = 0$.

Die Lösung ergibt sich nach Formel (6) einfach wie folgt:

$$
\begin{aligned}
f_1 &= C_1 = 0, \\
f_2 &= C_2 = 3, \\
f_3 &= C_3 = 2, \\
f_4 &= C_4 = 1, \\
f_{12} &= C_{12} - C_1 - C_2 = 0 - 0 - 3 = -3, \\
f_{13} &= C_{13} - C_1 - C_3 = 2 - 0 - 2 = 0, \\
f_{14} &= C_{14} - C_1 - C_4 = 1 - 0 - 1 = 0, \\
f_{23} &= C_{23} - C_2 - C_3 = 3 - 3 - 2 = -2, \\
f_{24} &= C_{24} - C_2 - C_4 = 2 - 3 - 1 = -2, \\
f_{34} &= C_{34} - C_3 - C_4 = 1 - 2 - 1 = -2, \\
f_{123} &= C_{123} - C_{12} - C_{13} - C_{23} + C_1 + C_2 + C_3 = 0 - 0 - 2 - 3 + 0 + 3 + 2 = 0, \\
f_{124} &= C_{124} - C_{12} - C_{14} - C_{24} + C_1 + C_2 + C_4 = 3 - 0 - 1 - 2 + 0 + 3 + 1 = 4, \\
f_{134} &= C_{134} - C_{13} - C_{14} - C_{34} + C_1 + C_3 + C_4 = 2 - 2 - 1 - 1 + 0 + 2 + 1 = 1, \\
f_{234} &= C_{234} - C_{23} - C_{24} - C_{34} + C_2 + C_3 + C_4 = 1 - 3 - 2 - 1 + 3 + 2 + 1 = 1, \\
f_{1234} &= C_{1234} - C_{123} - C_{124} - C_{134} - C_{234} + C_{12} + C_{13} + C_{14} + C_{23} + C_{24} + C_{34} - C_1 - \\
&\quad - C_2 - C_3 - C_4 = 4 - 0 - 3 - 2 - 1 + 0 + 2 + 1 + 3 + 2 + 1 - 0 - 3 - 2 - 1 = 1.
\end{aligned}
$$

Also lautet die Lösung:

$$R_{(4)} = a_{1234} + 4a_{124} + a_{134} + a_{234} - 3a_{12} - 2a_{23} - 2a_{24} - 2a_{34} + 3a_2 + 2a_3 + a_4.$$

Vollständigkeitshalber sei erwähnt, dass die Methode ebenso wie für unmittelbar beginnende, so auch für aufgeschobene unsymmetrische Verbindungsrenten anwendbar ist und damit eo ipso auch für mehrlebige konditionierte Erlebensfallversicherungen. Auch können, da es sich bei der Koeffizientenbestimmung um ein rein algebraisches Problem handelt, für die einzelnen Leben verschiedene Sterbetafeln benutzt werden.

Zitierte Literatur

[1] *Galbrun, Henri:* Assurances sur la vie, fascicule 1: Calcul des primes. Gauthier-Villars et Cie, Paris 1924, S.149 ff. und S.190 ff.

s. auch *Levi, A.:* Mathematik der Lebens- und Renten-Versicherung. Saturn-Verlag, Wien 1937, S.250 ff.

[2] *Berger, Alfred:* Mathematik der Lebensversicherung. Julius Springer Verlag, Wien 1939, S.195 ff.

[3] *Urech, Auguste:* Quelques aspects des capitaux différés et des rentes sur plusieurs têtes. MVSM Bd.59, Heft 1.

[4] *Berger, Alfred:* l.c. S.164.

[5] *Richard, P.J.:* Théorie et pratique des opérations d'assurance, Tome premier. G.Doin et Cie, Paris 1944, S.226.

[6] *Berger, Alfred:* l.c. S.162 ff.

s. auch *Broggi, H.:* Versicherungs-Mathematik. Teubner, Leipzig 1911, S.227 ff.

[7] *Jecklin, H.:* Zur Mathematik der Verbindungsrenten. Giornale di Matematica Finanziaria, Serie II, Vol. III, Nr. 2, S.49.

[8] *Berger, Alfred:* l.c. S.197 ff.

Maurice, H.: Les opérations financières et les opérations viagères. Les Editions Comptables, Commerciales et Financières, Bruxelles 1951, S.207 ff.

[9] *Galbrun, H.:* l.c. S.186 ff.

Résumé

L'auteur montre comment on peut calculer, de façon simple et pratique, la valeur actuelle de rentes asymétriques sur plusieurs têtes dont le montant dépend du nombre et de la composition du groupe des survivants, mais non de l'ordre chronologique des prédécédés.

Riassunto

L'autore dimostra come si può calcolare in modo semplice e pratico il valore attuale delle rendite asimmetriche su diverse teste, le prestazioni delle quali dipendono dal numero e dalla composizione del gruppo dei superstiti ma non dall'ordine cronologico dei predeceduti.

Summary

The author shows a simple and practical method of how to compute the net value of joint annuities, the amount of which depends on the size and the composition of the group of survivors but not on the chronological order in the group of deceased.