Approximative Berechnung der Prämienrückerstattung bei erhöhter Sterblichkeit

Autor(en): **Zwinggi, Ernst**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker = Bulletin / Association des Actuaires Suisses = Bulletin / Association of Swiss Actuaries**

Band (Jahr): **57 (1957)**

PDF erstellt am: **22.05.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-550952

Approximative Berechnung der Prämienrückerstattung bei erhöhter Sterblichkeit

Von *Ernst Zwinggi*, Basel

Wird die Sterblichkeit *multiplikativ* erhöht, d.h. $\mu_x^{(\gamma)} = (1+\gamma)\,\mu_x$ vorausgesetzt, bedeuten ferner $A_{x\overline{n}|}$, ${}_nE_x$, $\ddot{a}_{x\overline{n}|}$, $P_{x\overline{n}|}$ die Einheitswerte der gemischten Versicherung bei normaler Sterblichkeit und $A_{x\overline{n}|}^{(\gamma)}$, ${}_nE_x^{(\gamma)}$, $\ddot{a}_{x\overline{n}|}^{(\gamma)}$, $P_{x\overline{n}|}^{(\gamma)}$ die entsprechenden Werte bei erhöhter Sterblichkeit, so gilt für die Zuschlagsprämie $Z_{x\overline{n}|}^{(\gamma)} = P_{x\overline{n}|}^{(\gamma)} - P_{x\overline{n}|}$ in den praktisch vorkommenden Bereichen von γ die Approximation [1])

$$Z_{x\overline{n}|}^{(\gamma)} = \gamma\, Z_{x\overline{n}|}^{(1)}; \tag{1}$$

dabei ist $Z_{x\overline{n}|}^{(1)}$ die Zuschlagsprämie für $\gamma = 1$, d.h. für $\mu_x^{(\gamma)} = 2\mu_x$.

Bei *additiver* Erhöhung der Sterblichkeit, d.h. bei Annahme von $\mu_x^{(\gamma)} = \gamma + \mu_x$, ist für die Zuschlagsprämie $Z_{x\overline{n}|}^{(\gamma)}$ die Beziehung gültig,

$$Z_{x\overline{n}|}^{(\gamma)} = \frac{\gamma}{k}\, Z_{x\overline{n}|}^{(k)}, \tag{2}$$

wobei $Z_{x\overline{n}|}^{(k)}$ für $\mu_x^{(\gamma)} = k + \mu_x$ zu nehmen ist [2]).

Die Zuschlagsprämie $Z_{x\overline{n}|}^{(\gamma)}$ ist nach den getroffenen Ansätzen zahlbar, solange als der Versicherte lebt, höchstens bis zum Ablaufstermin der Versicherung. Oftmals kann dem Versicherungsschutz Suchenden nur schwer verständlich gemacht werden, dass die Annahme seines Antrags nur zu einer erhöhten Prämie möglich ist; als ein Ausweg in

---

[1]) Der Nachweis und weitere Zusammenhänge sind gegeben in:

a) Due procedimenti per determinare i premi addizionali per rischi aggravati. Giornale dell' Istituto Italiano degli Attuari, *19*, 1956.

b) Zur Prämien- und Deckungskapitalberechnung bei erhöhter Sterblichkeit. Blätter der Deutschen Gesellschaft für Versicherungsmathematik, *III/2*, 1957.

[2]) Über die Grösse k vgl. die in [1]) aufgeführten Arbeiten.

diesen Fällen darf der Vorschlag gelten, dass im Erlebensfall die bezahlten Zuschlagsprämien rückerstattet werden. Dies bedingt eine Anpassung der Äquivalenzgleichung, wobei es sich zeigen lässt, dass die Relationen (1) und (2) vorteilhaft zu einer approximativen numerischen Auswertung der Bestimmungsgleichung für die neue Zuschlagsprämie herangezogen werden können.

Sei $Z'^{(\gamma)}_{x\overline{n}|}$ die im Erlebensfall rückzahlbare Zuschlagsprämie; dann gilt sowohl bei multiplikativer wie bei additiver Erhöhung der Sterblichkeit die Aquivalenzbedingung

$$A^{(\gamma)}_{x\overline{n}|} + n\, Z'^{(\gamma)}_{x\overline{n}|}\, {}_nE^{(\gamma)}_x = (P_{x\overline{n}|} + Z'^{(\gamma)}_{x\overline{n}|})\, \ddot{a}^{(\gamma)}_{x\overline{n}|}, \tag{3}$$

woraus

$$Z'^{(\gamma)}_{x\overline{n}|} = \frac{(P^{(\gamma)}_{x\overline{n}|} - P_{x\overline{n}|})\, \ddot{a}^{(\gamma)}_{x\overline{n}|}}{\ddot{a}^{(\gamma)}_{x\overline{n}|} - n\, {}_nE_\gamma} = Z^{(\gamma)}_{x\overline{n}|} \frac{1}{1 - n \dfrac{{}_nE^{(\gamma)}_x}{\ddot{a}^{(\gamma)}_{x\overline{n}|}}} = F^{(\gamma)}_{x\overline{n}|}\, Z^{(\gamma)}_{x\overline{n}|}. \tag{4}$$

Bei *multiplikativer* Erhöhung der Sterblichkeit ist ${}_tp^{(\gamma)}_x = ({}_tp_x)^{1+\gamma}$, somit ${}_nE^{(\gamma)}_x = ({}_np_x)^\gamma\, {}_nE_x$; ferner gilt aus (1) näherungsweise

$$\frac{1}{\ddot{a}^{(\gamma)}_{x\overline{n}|}} = \frac{1}{\ddot{a}_{x\overline{n}|}} + \gamma\, Z^{(1)}_{x\overline{n}|},$$

so dass folgt

$$F^{(\gamma)}_{x\overline{n}|} = \frac{1}{1 - n\, {}_nE_x ({}_np_x)^\gamma \left(\dfrac{1}{\ddot{a}_{x\overline{n}|}} + \gamma\, Z^{(1)}_{x\overline{n}|} \right)}. \tag{5}$$

Zur Auswertung von (5) sind ausser dem ohnehin als bekannt vorauszusetzenden Wert $Z^{(1)}_{x\overline{n}|}$ nur Grössen erforderlich, welche auf der normalen Sterblichkeit basieren; damit kann die numerische Bestimmung von $F^{(\gamma)}_{x\overline{n}|}$ für ein beliebiges γ rasch erfolgen.

Die Güte der Näherung ist absolut ausreichend wie das folgende, für die Sterbetafel SM 1939/44 2½% und für $\gamma = 1$ gültige Beispiel zeigt.

x	n	$F^{(1)}_{x\overline{n}|}$	
		genau	genähert
30	30	1,838	1,843
40	25	1,709	1,718

Bei *additiver* Erhöhung der Sterblichkeit gilt ${}_tp_x^{(\gamma)} = e^{-\gamma t}\, {}_tp_x = s^t\, {}_tp_x$, also auch ${}_nE_x^{(\gamma)} = s^n\, {}_nE_x$. Ferner folgt aus (2) näherungsweise

$$\frac{1}{\ddot{a}_{x\overline{n}|}^{(\gamma)}} = \frac{1}{\ddot{a}_{x\overline{n}|}} + \frac{\gamma}{k} Z_{x\overline{n}|}^{(k)},$$

und damit für

$$F_{x\overline{n}|}^{(\gamma)} = \frac{1}{1 - n\, {}_nE_x\, s^n \left(\dfrac{1}{\ddot{a}_{x\overline{n}|}} + \dfrac{\gamma}{k} Z_{x\overline{n}|}^{(k)}\right)}. \tag{6}$$

Auch hier sind ausser dem als bekannt vorauszusetzenden Wert $Z_{x\overline{n}|}^{(k)}$ nur Grössen notwendig, welche mit der normalen Sterblichkeit berechnet sind.