

Zeitschrift: Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker
= Bulletin / Association des Actuaires Suisses = Bulletin / Association of
Swiss Actuaries

Herausgeber: Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker

Band: 57 (1957)

Artikel: Approximative Berechnung der Prämienrückerstattung bei erhöhter
Sterblichkeit

Autor: Zwinggi, Ernst

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-550952>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 04.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Approximative Berechnung der Prämienrückerstattung bei erhöhter Sterblichkeit

Von Ernst Zwinggi, Basel

Wird die Sterblichkeit *multiplikativ* erhöht, d. h. $\mu_x^{(\gamma)} = (1 + \gamma) \mu_x$ vorausgesetzt, bedeuten ferner $A_{x:n|}$, ${}_nE_x$, $\ddot{a}_{x:n|}$, $P_{x:n|}$ die Einheitswerte der gemischten Versicherung bei normaler Sterblichkeit und $A_{x:n|}^{(\gamma)}$, ${}_nE_x^{(\gamma)}$, $\ddot{a}_{x:n|}^{(\gamma)}$, $P_{x:n|}^{(\gamma)}$ die entsprechenden Werte bei erhöhter Sterblichkeit, so gilt für die Zuschlagsprämie $Z_{x:n|}^{(\gamma)} = P_{x:n|}^{(\gamma)} - P_{x:n|}$ in den praktisch vorkommenden Bereichen von γ die Approximation ¹⁾

$$Z_{x:n|}^{(\gamma)} = \gamma Z_{x:n|}^{(1)}; \quad (1)$$

dabei ist $Z_{x:n|}^{(1)}$ die Zuschlagsprämie für $\gamma = 1$, d. h. für $\mu_x^{(\gamma)} = 2\mu_x$.

Bei *additiver* Erhöhung der Sterblichkeit, d. h. bei Annahme von $\mu_x^{(\gamma)} = \gamma + \mu_x$, ist für die Zuschlagsprämie $Z_{x:n|}^{(\gamma)}$ die Beziehung gültig,

$$Z_{x:n|}^{(\gamma)} = \frac{\gamma}{k} Z_{x:n|}^{(k)}, \quad (2)$$

wobei $Z_{x:n|}^{(k)}$ für $\mu_x^{(\gamma)} = k + \mu_x$ zu nehmen ist ²⁾.

Die Zuschlagsprämie $Z_{x:n|}^{(\gamma)}$ ist nach den getroffenen Ansätzen zahlbar, solange als der Versicherte lebt, höchstens bis zum Ablauftermin der Versicherung. Oftmals kann dem Versicherungsschutz Suchenden nur schwer verständlich gemacht werden, dass die Annahme seines Antrags nur zu einer erhöhten Prämie möglich ist; als ein Ausweg in

¹⁾ Der Nachweis und weitere Zusammenhänge sind gegeben in:

- a) Due procedimenti per determinare i premi addizionali per rischi aggravati. Giornale dell' Istituto Italiano degli Attuari, 19, 1956.
- b) Zur Prämien- und Deckungskapitalberechnung bei erhöhter Sterblichkeit. Blätter der Deutschen Gesellschaft für Versicherungsmathematik, III/2, 1957.

²⁾ Über die Grösse k vgl. die in ¹⁾ aufgeführten Arbeiten.

diesen Fällen darf der Vorschlag gelten, dass im Erlebensfall die bezahlten Zuschlagsprämien rückerstattet werden. Dies bedingt eine Anpassung der Äquivalenzgleichung, wobei es sich zeigen lässt, dass die Relationen (1) und (2) vorteilhaft zu einer approximativen numerischen Auswertung der Bestimmungsgleichung für die neue Zuschlagsprämie herangezogen werden können.

Sei $Z_{x\overline{n}}^{(\gamma)}$ die im Erlebensfall rückzahlbare Zuschlagsprämie; dann gilt sowohl bei multiplikativer wie bei additiver Erhöhung der Sterblichkeit die Äquivalenzbedingung

$$A_{x\overline{n}}^{(\gamma)} + n Z_{x\overline{n}}^{(\gamma)} {}_nE_x^{(\gamma)} = (P_{x\overline{n}} + Z_{x\overline{n}}^{(\gamma)}) \ddot{a}_{x\overline{n}}^{(\gamma)}, \quad (3)$$

woraus

$$Z_{x\overline{n}}^{(\gamma)} = \frac{(P_{x\overline{n}}^{(\gamma)} - P_{x\overline{n}}) \ddot{a}_{x\overline{n}}^{(\gamma)}}{\ddot{a}_{x\overline{n}}^{(\gamma)} - n {}_nE_x^{(\gamma)}} = Z_{x\overline{n}}^{(\gamma)} \frac{1}{1 - n \frac{{}_nE_x^{(\gamma)}}{\ddot{a}_{x\overline{n}}^{(\gamma)}}} = F_{x\overline{n}}^{(\gamma)} Z_{x\overline{n}}^{(\gamma)}. \quad (4)$$

Bei *multiplikativer* Erhöhung der Sterblichkeit ist ${}_tp_x^{(\gamma)} = ({}_tp_x)^{1+\gamma}$, somit ${}_nE_x^{(\gamma)} = ({}_np_x)^\gamma {}_nE_x$; ferner gilt aus (1) näherungsweise

$$\frac{1}{\ddot{a}_{x\overline{n}}^{(\gamma)}} = \frac{1}{\ddot{a}_{x\overline{n}}} + \gamma Z_{x\overline{n}}^{(1)},$$

so dass folgt

$$F_{x\overline{n}}^{(\gamma)} = \frac{1}{1 - n {}_nE_x ({}_np_x)^\gamma \left(\frac{1}{\ddot{a}_{x\overline{n}}} + \gamma Z_{x\overline{n}}^{(1)} \right)}. \quad (5)$$

Zur Auswertung von (5) sind ausser dem ohnehin als bekannt vorauszusetzenden Wert $Z_{x\overline{n}}^{(1)}$ nur Grössen erforderlich, welche auf der normalen Sterblichkeit basieren; damit kann die numerische Bestimmung von $F_{x\overline{n}}^{(\gamma)}$ für ein beliebiges γ rasch erfolgen.

Die Güte der Näherung ist absolut ausreichend wie das folgende, für die Sterbetafel SM 1939/44 2½ % und für $\gamma = 1$ gültige Beispiel zeigt.

x	n	$F_{x\overline{n}}^{(1)}$	
		genau	genähert
30	30	1,838	1,843
40	25	1,709	1,718

Bei *additiver* Erhöhung der Sterblichkeit gilt ${}_t p_x^{(\gamma)} = e^{-\gamma t} {}_t p_x = s^t {}_t p_x$, also auch ${}_n E_x^{(\gamma)} = s^n {}_n E_x$. Ferner folgt aus (2) näherungsweise

$$\frac{1}{\ddot{a}_{x:n|}^{(\gamma)}} = \frac{1}{\ddot{a}_{x:n|}} + \frac{\gamma}{k} Z_{x:n|}^{(k)},$$

und damit für

$$F_{x:n|}^{(\gamma)} = \frac{1}{1 - {}_n E_x s^n \left(\frac{1}{\ddot{a}_{x:n|}} + \frac{\gamma}{k} Z_{x:n|}^{(k)} \right)}. \quad (6)$$

Auch hier sind ausser dem als bekannt vorauszusetzenden Wert $Z_{x:n|}^{(k)}$ nur Grössen notwendig, welche mit der normalen Sterblichkeit berechnet sind.

