Zeitschrift: Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker = Bulletin / Association des Actuaires Suisses = Bulletin / Association of Swiss Actuaries

Herausgeber: Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker

Band: 56 (1956)

Artikel: Zur Anwendung der kollektiven Risikotheorie in der schweizerischen obligatorischen Unfallversicherung

Autor: Latscha, Robert

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-966839

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 07.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Zur Anwendung der kollektiven Risikotheorie in der schweizerischen obligatorischen Unfallversicherung

Von *Robert Latscha*, Luzern

I.

In neuerer Zeit wurden verschiedene interessante und wertvolle Beiträge zur kollektiven Risikotheorie veröffentlicht.* Darin kam wiederholt das Interesse an einer Untersuchung der Anwendbarkeit der kollektiven Risikotheorie in besonderen Fällen zum Ausdruck.

Zweifellos haben die Betrachtungsweise der kollektiven Risikotheorie und insbesondere die ihr zugrunde liegenden Erkenntnisse der mathematischen Statistik in der obligatorischen Unfallversicherung eine besondere Bedeutung. Einerseits erfordert das Wesen dieser Versicherungsart die Betrachtung gewisser Eigenschaften des Versicherungsbestandes oder von Teilbeständen, und anderseits stellen das Unfallgeschehen und die damit verbundenen Kostenfolgen einen typischen Zufallsvorgang (stochastischen Prozess) dar. Seit einiger Zeit ist denn auch beabsichtigt, die Anwendbarkeit der kollektiven Risikotheorie in der obligatorischen Unfallversicherung eingehend zu untersuchen.

Bei dieser Untersuchung handelt es sich um eine Abklärung der Frage, ob die Erkenntnisse der kollektiven Risikotheorie und der mathematischen Statistik bei den besonderen Gegebenheiten im Prämienwesen der obligatorischen Unfallversicherung nutzbar gemacht werden können. Es ist deshalb erforderlich, sich einerseits die bei der Prämienbemessung gestellte Aufgabe und anderseits die versicherten Risiken zu vergegenwärtigen, wobei die Bestimmungen des Bundesgesetzes über die Kranken- und Unfallversicherung (KUVG) wegleitend sind. Im folgenden wird versucht, die Gegebenheiten in der obligatorischen Unfallversicherung darzulegen und die sich bei der Abklärung der Anwendbarkeit der kollektiven Risikotheorie stellenden Probleme aufzuzeigen.

* Vgl. Literaturhinweise auf Seite 302.

II.

1. Bei der obligatorischen Unfallversicherung sind die Arbeiter und Angestellten derjenigen Betriebe versichert, die nach den Bestimmungen des KUVG versicherungspflichtig sind. Die Versicherungseinheit ist also der Betrieb oder ein Betriebsteil. Die genaue Zahl der versicherten Personen ist nicht bekannt, hingegen wird die für die Versicherung massgebende Lohnsumme für jede Versicherungseinheit ermittelt.

Gegenstand der Versicherung sind Betriebs- und Nichtbetriebsunfälle, die eine Krankheit, eine Invalidität oder den Tod zur Folge haben. Als Betriebsunfälle gelten im allgemeinen Unfälle, die der versicherten Person während der Arbeit für einen oder in einem Betrieb zustossen. Gewisse Berufskrankheiten sind den Betriebsunfällen gleichgestellt. Als Nichtbetriebsunfälle gelten alle übrigen Unfälle.

Für die beiden Abteilungen Betriebs- und Nichtbetriebsunfallversicherung ist gesondert Rechnung zu führen. Dabei werden der jährlichen Prämieneinnahme, der Einnahme aus Regressansprüchen und dem Anteil am Ertrag der Kapitalien die Versicherungsleistungen einschliesslich Schadenreserve und die Unkosten gegenübergestellt.

Die Prämien werden in Promillen der massgebenden Lohnsumme von den Betrieben beziehungsweise Betriebsteilen entsprechend ihrer Zuteilung zu den Gefahrenklassen und Gefahrenstufen der Prämientarife der Betriebs- und Nichtbetriebsunfallversicherung erhoben, wobei die Prämien für die Nichtbetriebsunfallversicherung von den Betriebsinhabern an den Löhnen der versicherten Personen abgezogen werden können. Die Tarif- bzw. Bruttoprämie setzt sich zusammen aus der Nettoprämie und einem zu dieser proportionalen Unkostenzuschlag. Dieser Unkostenzuschlag wird anhand einer Unkostenrechnung bestimmt und soll die nicht durch Zinsüberschüsse gedeckten Unkosten finanzieren.

Die Versicherungsleistungen bestehen in der Bezahlung der Krankenpflegekosten und eines Krankengeldes sowie in der Ausrichtung von Invaliden- und Hinterlassenenrenten. In den Jahresrechnungen ist für die Versicherungsleistungen grundsätzlich der Barwert aller Ausgaben einzustellen, welche für die im Rechnungsjahre eingetretenen Unfälle erwartungsgemäss noch zu bestreiten sein werden (Rentendeckungsverfahren). Von den Unkosten, bestehend aus Verwaltungskosten und allgemeinen Betriebsunkosten (Unfallverhütung), werden die Verwaltungskosten im Verhältnis der Prämieneinnahmen und die

allgemeinen Unkosten nach einem besondern Schlüssel auf die beiden Versicherungsabteilungen verteilt.

Die Ergebnisse der Jahresrechnungen kommen, nach Äufnung eines über den beiden Versicherungsabteilungen stehenden Reservefonds, in den Ausgleichsfonds der einzelnen Abteilungen zum Ausdruck. Die obligatorische Unfallversicherung wird nach dem Grundsatz der Gegenseitigkeit durchgeführt.

2. Im Prämienwesen der obligatorischen Unfallversicherung ist vor allem den folgenden Gegebenheiten besondere Beachtung zu schenken. Es ist möglich, die Prämien kurzfristig zu ändern, und notwendig, dieselben weitgehend abzustufen. Deshalb stellt sich das Problem der Bemessung ausreichender und risikomässiger Prämien auf besondere Art.

Falls erforderlich, können sowohl die Prämientarife selber als auch die Einreihung der Betriebe bzw. der Versicherten in diese Prämientarife alljährlich geändert werden. Die Frage nach Sicherheitsmassnahmen ist deshalb bei der obligatorischen Unfallversicherung nicht von hervorragender Bedeutung. Einem bedeutsam veränderten Risiko können die Prämien praktisch sofort angepasst werden. Hingegen ist es im Hinblick auf eine möglichst beständige Prämienbemessung erwünscht, den zufallsartigen Risikoschwankungen durch Äufnung einer Ausgleichsreserve oder durch Festsetzung einer von jenen Schwankungen unbeeinflussten Mittelprämie begegnen zu können. Es ist daher bei der Schätzung der künftig erforderlichen Prämien, die zur Deckung der voraussichtlich anfallenden Versicherungsleistungen ausreichen müssen, ein mathematisch-statistisches Prüfverfahren zur Beurteilung der Bedeutsamkeit der beobachteten Risikoentwicklung erforderlich. Als Prüfverteilung fällt dabei die den Zufallsvorgang des Unfallgeschehens und der damit verbundenen Kostenfolgen kennzeichnende Häufigkeitsverteilung in Betracht. Die Frage nach dem Ausreichen der verfügbaren Mittel und der Prämieneinnahme ist lediglich eine Frage nach dem Bereiche der Zufallsschwankungen des Unfallrisikos.

Der Gesamtprämienbedarf der Betriebs- und der Nichtbetriebsunfallversicherung geht aus der Beurteilung der Jahresrechnungen hervor. Dieser Gesamtprämienbedarf ist innerhalb der Versicherungsabteilungen risikomässig auf die einzelnen Prämienzahler zu verteilen. Bei dieser Verteilung darf aber der Zweck der Versicherung nicht ausser acht gelassen werden. Der Zweck des Zusammenschlusses der Versicherungseinheiten zu Risikogemeinschaften besteht in der gemein-

samen Tragung der zeitlichen Zufallsschwankungen der Unfallkosten. Wie weit bei der risikomässigen Verteilung des Gesamtprämienbedarfes durch abgestufte Prämienbemessung die allgemeine Solidarität verlassen werden soll, ist eine Frage der Bedeutsamkeit der feststellbaren Risikounterschiede. Eine Prämienabstufung ist nur dort sinnvoll, wo ein Unterschied in bezug auf objektive und subjektive Risikomerkmale gesichert ist. Die Beurteilung der Bedeutsamkeit von Risikomerkmalen, welche in den Erfahrungen über die Unfallhäufigkeit und insbesondere in denjenigen über die Unfallkosten zum Ausdruck kommt, ist wiederum ein mathematisch-statistisches Problem, zu dessen Lösung ein geeignetes Prüfverfahren herbeigezogen werden muss.

In der Nichtbetriebsunfallversicherung werden die Versicherten betriebs- oder betriebsteilweise je nach Geschlecht und je nachdem, ob die Betriebszeit ununterbrochen und regelmässig ist oder nicht, verschiedenen Gefahrenklassen zugeteilt.

In der Betriebsunfallversicherung ist eine erste Prämienabstufung durch die Schaffung von Gefahrenklassen vorzunehmen, in welche Betriebe und Betriebsteile einzuordnen sind, die hinsichtlich der Unfallgefahr gleichartig sind. Die Unfallgefahr wird dabei durch objektive Risikomerkmale hinsichtlich Ursache und Art der möglichen Unfälle gekennzeichnet (Rohmaterial, Arbeitsvorgang, Produktionsmittel, Produkt etc.). Die gesonderte Klassierung der Betriebe und Betriebsteile nach objektiven Risikomerkmalen ist aber nur soweit möglich, als die Besonderheiten risikobedeutend sind. Innerhalb der Gefahrenklasse sind alsdann Gefahrenstufen mit unterschiedlichen Prämiensätzen zu bilden, denen die einzelnen Betriebe und Betriebsteile in Würdigung ihrer subjektiven Risikomerkmale zuzuteilen sind. Die Beurteilung des Einflusses gewisser betrieblicher Umstände auf die Unfallgefahr besteht in der Abschätzung des Gewichtes der objektiven Risikomerkmale im Betrieb und der im Hinblick auf die bedeutsamen objektiven Risikomerkmale getroffenen Unfallverhütungsmassnahmen. Im Rahmen einer Gefahrenklasse kann es also hinsichtlich der subjektiven Risikomerkmale Untergruppen geben, wenn einzelne objektive Risikomerkmale verschieden stark ins Gewicht fallen oder bedeutsame Unterschiede im Stand der getroffenen Unfallverhütungsmassnahmen bestehen. Es handelt sich jedoch nicht um Inhomogenität hinsichtlich der Unfallgefahr innerhalb der Gefahrenklasse, sondern einfach um Risikounterschiede bei an sich gleichartigen Betrieben. Eine unterschiedliche

Einreihung der Betriebe und Betriebsteile in verschiedene Gefahrenstufen einer Gefahrenklasse kann somit nur in Betracht fallen, wenn gesicherte Unterschiede in den subjektiven Risikomerkmalen vorliegen. Grundsätzlich wird ein Betrieb erstmalig in diejenige Gefahrenstufe eingereiht, die dem mittleren Risiko der Gefahrenklasse oder der Untergruppe von gleichartigen Betrieben entspricht. Die Einreihung in eine bestimmte Gefahrenstufe kann im Laufe der Zeit wiederholt geändert werden, wenn die betriebseigenen Erfahrungen dies in schlüssiger Weise rechtfertigen. Es sind somit nicht nur die Erfahrungen über das Risiko der Gefahrenklassen und deren Untergruppen, sondern auch diejenigen der einzelnen Betriebe und Betriebsteile zu beurteilen. Die Vielfalt der bedeutsamen Risikounterschiede gibt einen Hinweis auf die erforderliche Zahl der Gefahrenstufen und der Bereich der Zufallsschwankungen der Erfahrungen ein Mass für deren Breite.

3. Zur Bemessung ausreichender und risikomässiger Prämien drängt sich aus den verschiedenen Bedürfnissen heraus eine Beurteilung der Erfahrungen über das Unfallrisiko mittels geeigneter Prüfverfahren auf. Dabei sind neben der Unfallhäufigkeit, den Unfallursachen und der Art der Unfälle besonders die Unfallkosten von Bedeutung; denn diese Kosten, ausgedrückt in Promillen der massgebenden Lohnsumme, sind für die Prämienbemessung das grundlegende Risikomass. Es ist deshalb zweckdienlich, auf die Statistik der Unfallkosten etwas näher einzutreten.

In der Risikostatistik werden die durch die einzelnen Unfälle, Betriebe und Betriebsteile, Gefahrenklassen und Versicherungsabteilungen verursachten Unfallkosten jahrweise erfasst. Die Unfallkosten werden dabei nach Heilkosten, Krankengeld und Kapitalwerten der Invaliden- und Hinterlassenenrenten gegliedert. In den Fällen, bei denen sich die Heilungsdauer über mehrere Jahre erstreckt oder bei denen durch Rückfälle nachträgliche Kosten entstehen, können die Gesamtkosten über verschiedene Jahresstatistiken verteilt sein. Die Risikostatistik bildet die Grundlage für die risikomässige Prämienabstufung.

Der obligatorischen Unfallversicherung sind heute rund 80 000 Betriebe und Betriebsteile unterstellt, welche rund 1 Million versicherte Personen beschäftigen. Diese Versicherten erleiden jährlich rund 225 000 Betriebsunfälle und 100 000 Nichtbetriebsunfälle, wovon rund 2% Rentenleistungen zur Folge haben. Der Grossteil aller Unfälle verursacht verhältnismässig geringe Kosten. Die häufigste Unfallsumme

beträgt einige wenige und die durchschnittliche Unfallsumme einige hundert Franken. Die Kosten eines einzelnen Unfalles schwanken aber je nach den Umständen (Verletzungsart, Heilungsdauer, bleibende Folgen, Alter des Verunfallten, versicherter Lohn, Familienzusammensetzung usw.) zwischen 0 und mehr als 200 000 Franken. Die Kostenhöhe eines Unfalles ist also in besonderem Masse zufallsbedingt. Verhältnismässig wenige schwere Unfälle verursachen den Grossteil der Unfallkosten. Die Kosten der Unfälle mit Rentenfolgen betragen beispielsweise rund zwei Drittel der Gesamtbelastung.

Die kostenmässig bedeutsamen Betriebsunfälle mit Rentenfolgen ereignen sich selten. Eine Untersuchung hat ergeben, dass etwa vier Prozent aller Betriebe und Betriebsteile in einem Jahr und ein Prozent in zwei aufeinanderfolgenden Jahren Rentenfälle aufweisen. Bei ungefähr vier Fünfteln dieser Betriebe oder Betriebsteile mit Rentenfällen tritt in einem Jahr nur ein einziger Rentenfall auf. Aus diesen Hinweisen geht hervor, warum sich die risikomässige Prämienabstufung in der Betriebsunfallversicherung entgegen den Wünschen einiger Prämienzahler in gewissen Schranken halten muss. Ferner ist ersichtlich, dass die Solidarität vor allem in der Tragung der Kosten der schweren Unfälle bestehen muss und dass das Ausbleiben eines schweren Unfalles nicht eine Risikoverbesserung darstellt. Bei einer eingehenden Betrachtung der Risikostatistik wird somit klar, dass es sich bei den Risiken der obligatorischen Unfallversicherung um zufällige Ereignisse von besonderer Art handelt.

Die Beurteilung der statistischen Unterlagen zur Gewinnung eines schlüssigen Risikomasses für Gefahrenklassen, Betriebe und Betriebsteile bildet ein weiteres mathematisch-statistisches Problem, indem nach einem genügend umfangreichen Beobachtungsmaterial gefragt werden muss. Dabei ist es gegeben, dass die Möglichkeit einer genügenden Ausdehnung der Beobachtungszeit gegenüber der Forderung nach zeitnahen Beobachtungen den Vorrang erhält. Auch zur Lösung dieser Frage ist die Kenntnis der das Unfallrisiko charakterisierenden Verteilungsfunktion erforderlich.

4. Aus dieser kurzen Übersicht über die Gegebenheiten in der obligatorischen Unfallversicherung und die sich bei der Prämienbemessung stellenden Probleme geht hervor, dass die Übernahme der Betrachtungsweise der kollektiven Risikotheorie in der obligatorischen Unfallversicherung angezeigt erscheint. Es ist gegeben, gewisse Durchschnitts-

eigenschaften von Gesamtheiten mehr oder weniger gleichartiger Risiken zu betrachten, weil der Individualisierung durch die Eigenart der Risiken Schranken gesetzt sind. Es handelt sich um die Versicherung zufallsartiger Kostenfolgen von zufälligen Ereignissen gegen Entrichtung einer möglichst unveränderlichen Risikoprämie. Dabei muss beurteilt werden, ob diese Risikoprämie zur Deckung der mutmasslichen Unfallkosten ausreichen wird. Ferner sind die Risikobeobachtungen fortlaufend auf ihre Bedeutsamkeit hin zu prüfen. Dazu ist insbesondere die Kenntnis der das Risiko kennzeichnenden Häufigkeitsverteilung von Interesse. Im folgenden werden einige der Probleme dargelegt, die sich bei der Ermittlung dieser Häufigkeitsverteilung stellen.

III.

1. Auf der Suche nach einem das Unfallrisiko kennzeichnenden Zufallsgesetze wird erkannt, dass es sich beim Unfallgeschehen und den damit verbundenen Kostenfolgen um einen zusammengesetzten Zufallsvorgang handelt. Das zu betrachtende zufallsartige Ereignis (Unfall) ist mit einer zufälligen Veränderlichen verbunden, welche die Grösse der Auswirkung des Ereignisses (Unfallsumme) angibt. Zur Ermittlung der grundlegenden Häufigkeitsverteilung der gesamten Unfallkosten ist demnach die Kenntnis der Häufigkeitsverteilung der Unfälle und derjenigen der Unfallsummen erforderlich. Diese Häufigkeitsverteilungen sind unbekannt und müssen aus der Risikostatistik ermittelt werden; alsdann stellt sich die Aufgabe, möglichst einfache Funktionen zu suchen, welche die empirischen Häufigkeitsverteilungen gut wiedergeben und als Hypothesen an die Stelle der unbekannten Verteilungen treten können.

Für eine bestimmte Beobachtungsperiode sei $f(x)$ die Häufigkeitsfunktion der Unfälle und $\varphi(z)$ die Häufigkeitsfunktion der Unfallsummen. Die Funktion $f(x)$ gibt also die Wahrscheinlichkeit an, mit der x Unfälle in einer bestimmten Beobachtungsperiode zu erwarten sind, und $\varphi(z)$ die Wahrscheinlichkeit, dass ein Unfall eine Unfallsumme z ergibt. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass x Unfälle insgesamt Kosten im Ausmasse z verursachen, ist durch die x-fache Faltung ${}^{(x)}\varphi(z)$ der Unfallsummenverteilung $\varphi(z)$ gegeben. Die Häufigkeitsfunktion der gesamten Unfallkosten ergibt sich dann wie folgt:

$$b(z) = \sum_{x=0}^{\infty} f(x) \cdot {}^{(x)}\varphi(z) .$$

Diese Beziehung gilt unter der Voraussetzung, dass die beiden Veränderlichen x und z voneinander stochastisch unabhängig sind. Nun hängt aber die beobachtete Unfallsummenverteilung $\varphi(z)$ vermutlich von der Zahl der eingetretenen Ereignisse ab, so dass die Bedeutsamkeit der Korrelation zwischen den beiden Veränderlichen zu untersuchen sein wird. Bei grossen Versicherungsbeständen (Betriebsunfall- und Nichtbetriebsunfallversicherung) dürfen die beiden Veränderlichen vermutlich als voneinander unabhängig angenommen werden. Bei kleineren Beständen (Gefahrenklassen, Betriebe und Betriebsteile) jedoch dürfte diese Annahme nicht ohne weiteres berechtigt sein.

Im Hinblick auf die sich im Prämienwesen der obligatorischen Unfallversicherung stellenden Probleme wäre es erwünscht, die grundlegenden Häufigkeitsverteilungen sowohl für die Versicherungsabteilungen als auch für die Gefahrenklassen, für deren Untergruppen und für die Betriebe und Betriebsteile zu kennen. Das vorliegende Beobachtungsmaterial ist aber im allgemeinen zu klein, um daraus schlüssige Erkenntnisse über die grundlegenden Häufigkeitsverteilungen gewinnen zu können. Es stellt sich somit die Frage, ob statt dessen hypothetische Modelle zu Hilfe genommen werden dürfen und ob es hinsichtlich der vorhandenen Risikounterschiede erlaubt sei, bei kleinen Versicherungsbeständen den allgemeinen Charakter der aus dem Beobachtungsmaterial von grossen Beständen ermittelten Häufigkeitsfunktionen zu übernehmen und nur deren Parameter auf Grund des wirklich vorliegenden Beobachtungsmaterials zu schätzen. Diese Schätzwerte wären natürlich auch zufallsbedingt. Ganz allgemein wird also die Schlüssigkeit der aus der Risikostatistik gewonnenen Erkenntnisse geprüft werden müssen.

Die Risikobeobachtungen werden bei diesen Untersuchungen als eine zufällige Stichprobe aus einer unbekannten Grundgesamtheit angesehen. Eine zufällige Stichprobe liegt dann vor, wenn das Herausgreifen der einzelnen Merkmalswerte aus der Grundgesamtheit völlig unabhängig von der Grösse der Merkmalswerte aus der Grundgesamtheit erfolgt. Wie weit die vorliegenden Risikobeobachtungen als zufällige Stichproben angesehen werden dürfen, bleibt abzuklären. Zu zählen sind die als versicherte Ereignisse anerkannten Unfälle. In der Risikostatistik wurden früher die sogenannten Bagatellunfälle aus administrativen Gründen nicht als Ereignisse gezählt, wohl aber deren Kosten einbezogen. Zudem hat auch der Begriff des Bagatellunfalles im

Laufe der Zeit geändert. Als solcher gilt allgemein eine Körperverletzung, die keine Arbeitsaussetzung zur Folge hat und nur wenige Arztkonsultationen erfordert. Etwa die Hälfte der Betriebsunfälle und ein Drittel der Nichtbetriebsunfälle sind heute Bagatellunfälle. Eine Schätzung der früheren Zahlen ist nicht mit der erforderlichen Genauigkeit möglich. Daher ist die beobachtete Zeitreihe der Ereignishäufigkeiten verhältnismässig kurz, wenn sie nicht durch eine fragwürdige Schätzung der Bagatellfälle verfälscht werden soll. Für gewisse Untersuchungen muss die jährliche Risikostatistik auch umgeordnet werden, indem die über verschiedene Beobachtungsjahre verteilten Kosten ein und desselben Unfalls zusammengefasst und dem im Unfalljahr gezählten Ereignis zugeordnet werden müssen. Dies ist aber praktisch nur möglich bei den Risikobeobachtungen aus den jüngsten Jahren, die lochkartenmässig erfasst wurden. Die einzelnen Angaben über Unfälle aus früheren Jahren fehlen teilweise oder könnten nur durch mühsame Arbeit für bestimmte Versicherungsbestände zusammengestellt werden. Anderseits bleiben aber die zeitnahen Risikobeobachtungen unvollständig, weil dabei die typischen grossen Unfallsummen der schweren Unfälle nur unvollständig erfasst sind. Damit das gewählte Beobachtungsmaterial zur Ermittlung der Häufigkeitsverteilungen taugt, muss es repräsentativ sein. Ist dann der Umfang einer solchen Stichprobe gross gegenüber der Anzahl Werte, die das beobachtete Merkmal annehmen kann, so ergibt die Häufigkeitsverteilung der Stichprobe mit grosser Wahrscheinlichkeit ein angenähertes Bild der Verteilung der unbekannten Grundgesamtheit.

Es ist ferner darauf hinzuweisen, dass die beobachteten Unfallhäufigkeiten und Unfallsummen im Verlaufe der Zeit nicht nur zufällige Schwankungen aufweisen, sondern dass auch systematische Veränderungen eintreten, erzeugt durch verschiedenartigste Einflüsse wie beispielsweise Risikoänderungen zufolge Änderung technischer, wirtschaftlicher und anderer Gegebenheiten oder der Zusammensetzung des Versichertenbestandes, Gesetzesänderungen in bezug auf Versicherungsgegenstand, versicherten Lohn und Versicherungsumfang, Änderungen der versicherungstechnischen Grundlagen, der Entschädigungs- und Regresspraxis, der tariflichen Grundlagen für die Krankenpflegekosten und dergleichen mehr. Die Bestimmung des Einflusses solcher Änderungen auf die beobachteten Unfallhäufigkeiten und Unfallsummen ist äusserst schwierig. Um aber das vorhandene Beobachtungsmaterial

zur Gewinnung schlüssiger Erkenntnisse über die grundlegenden Häufigkeitsverteilungen heranziehen zu können, ist die Trennung der zufälligen Schwankungen von den systematischen Veränderungen erforderlich.

Ausser der Häufigkeitsverteilung der gesamten Unfallkosten interessiert im besondern auch die Häufigkeitsverteilung des eigentlichen Risikomasses. Als Risikomass gilt der Promillesatz der Gesamtbelastung bezogen auf die massgebende Lohnsumme. Weil aber einerseits die Unfallbelastung gleich ist dem Produkt der Anzahl Unfälle und der mittleren Belastung eines Unfalles und anderseits die Lohnsumme gleich ist dem Produkt der Anzahl Versicherter und dem mittleren Lohn eines Versicherten, ist der Risikosatz gleich dem Produkt der Unfallhäufigkeit und der mittleren Belastung eines Unfalles, ausgedrückt in Promillen des mittleren Lohnes eines Versicherten. Für gewisse Zwecke erweist es sich als nützlich, die Verteilung der relativen Unfallhäufigkeit zu betrachten und bei der Verteilung der Unfallsummen die Merkmalswerte auf die mittlere Unfallsumme zu beziehen. Weil die genaue Zahl der Versicherten unbekannt ist, wird üblicherweise bei der Bestimmung der relativen Unfallhäufigkeit der Begriff des «Vollarbeiters» zu Hilfe genommen. Ein Vollarbeiter entspricht 300 Arbeitstagen zu 8 Arbeitsstunden. Die Anzahl Vollarbeiter wird auf Grund eines geschätzten mittleren Stundenlohnes aus der Lohnsumme ermittelt.

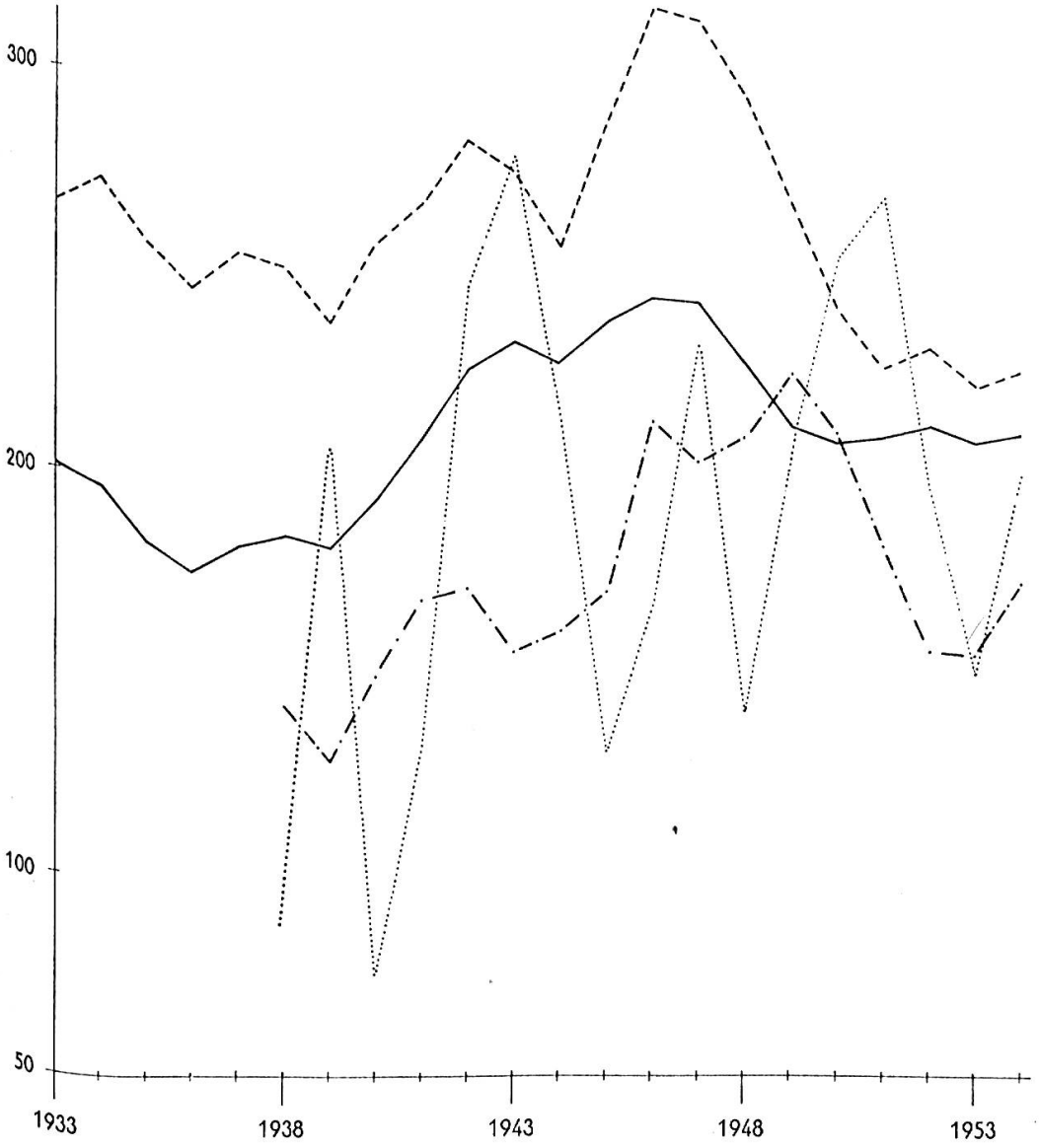
2. Bei der Bestimmung der Häufigkeitsverteilung der Unfälle ist es angezeigt, sich zuerst ein Bild über die beobachteten Unfallzahlen zu machen. Dabei wird zweckmässigerweise an Stelle der absoluten Zahl der Unfälle die relative Unfallhäufigkeit betrachtet, weil die Unfallzahl mit dem veränderlichen Versichertenbestande zeitlich so stark ändert, dass in ihr gewisse Eigenschaften weniger augenfällig zum Ausdruck kommen als in der Unfallhäufigkeit. In der Figur 1 ist die zeitliche Entwicklung der Häufigkeit der Betriebsunfälle pro 1000 Vollarbeiter für vier verschieden grosse Versichertenbestände dargestellt. Es handelt sich dabei um die gesamte Betriebsunfallversicherung (1 Mio Vollarbeiter), die Gefahrenklasse 13a der Betriebsunfallversicherung (Maschinenfabrikation; 50 000 Vollarbeiter), einen Grossbetrieb (9000 Vollarbeiter) und einen mittelgrossen Betrieb (100 Vollarbeiter) der Gefahrenklasse 13a.

Bei der Betrachtung der Figur 1 wird offensichtlich, dass sich die Unfallhäufigkeit mit der Zeit ändert. Die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten eines Ereignisses muss deshalb als eine Funktion der Zeit an-

Figur 1

Unfallhäufigkeit

pro 1000 Vollarbeiter



gesehen werden. Es treten trendmässige oder periodische Veränderungen der Unfallhäufigkeit ein, deren Ursachen nur schwer zu erfassen sind. Deshalb scheint es praktisch unmöglich zu sein, mit Hilfe einer Indexrechnung die systematischen Veränderungen auszuschalten, um die zufälligen Schwankungen der Unfallhäufigkeit allein darstellen zu können. Die Schätzung der erwartungsmässigen Unfallhäufigkeiten muss sich auf Trendwerte stützen, die durch Ausgleichung der beobachteten Unfallhäufigkeiten erhalten werden. Dabei stellt die Frage nach der besten Ausgleichsmethode ein besonderes Problem dar. Im weitern ist darauf hinzuweisen, dass die zeitliche Veränderung der Unfallhäufigkeit bei den verschiedenen Teilbeständen nicht gleich zu verlaufen braucht wie beim Gesamtbestande der Versicherten. Besonders beim Betriebsunfallrisiko wäre eine solche Vermutung irrtümlich. Es darf auch nicht auf Grund einer beobachteten Entwicklungsrichtung auf die Grösse der Unfallhäufigkeit in einer ferneren Zukunft geschlossen werden.

Aus der Figur 1 ist ferner ersichtlich, dass auch die zufallsartigen Veränderungen der Unfallhäufigkeit von besonderer Bedeutung sind. Erwartungsgemäss zeigt die Darstellung der zeitlichen Entwicklung der Unfallhäufigkeit, dass die zufälligen Schwankungen der Unfallhäufigkeit mit abnehmendem Umfange des Versichertenbestandes an Bedeutung gewinnen. Während das Vorhandensein von zufälligen Schwankungen bei der Unfallhäufigkeit des gesamten Versichertenbestandes der Betriebsunfallversicherung bloss vermutet werden kann, treten dieselben bei einem Bestand von rund 100 Versicherten schon erheblich in Erscheinung. Bei vielen Gefahrenklassen und erst recht beim Grossteil der Betriebe und Betriebsteile überschatten die zufälligen Schwankungen der Unfallhäufigkeit deren systematische Veränderungen. Im allgemeinen schwankt die jährliche Unfallhäufigkeit bei den einzelnen Betrieben und Betriebsteilen um mehrere hundert Prozent. Es ist dies nicht erstaunlich, wenn beachtet wird, dass die der obligatorischen Unfallversicherung unterstellten Betriebe und Betriebsteile im Mittel 13 Arbeiter und Angestellte voll beschäftigen. Aus dieser Betrachtung geht hervor, dass die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten eines Ereignisses nicht nur zeitlich, sondern auch zufallsartig ändert.

Die Zufallsverteilung der Unfälle bzw. der relativen Unfallhäufigkeiten kann aus den wenigen vorhandenen Beobachtungswerten nicht empirisch ermittelt werden. Es ist deshalb erforderlich, die Häufigkeitsverteilung der Ereigniszahl theoretisch festzulegen, indem gewisse

Annahmen über den Zufallsvorgang getroffen werden. Die Zulässigkeit der Annahmen muss dann überprüft werden, was aber im wesentlichen auf einen Vergleich der theoretischen mit der empirischen Häufigkeitsverteilung hinausläuft. Immerhin ist eine annehmbare Hypothese, die vielleicht nicht genügend überprüft werden kann, wertvoller als eine fragwürdige empirische Verteilung. Im Rahmen der kollektiven Risikotheorie wird im allgemeinen als Zufallsverteilung der Zahl der Ereignisse auf theoretischem Wege die Poisson-Verteilung hergeleitet.

Das Modell des Unfallgeschehens ist also durch eine Grösse zu charakterisieren, die eine Funktion der Zeit und eine zufällige Veränderliche ist. Dabei sei angenommen, dass das Risiko fortgesetzt auf die Versicherten eines Bestandes einwirkt.

Für irgend einen Versichertenbestand, der sich zeitlich verändern kann, sei die Wahrscheinlichkeit des Eintrittes eines Ereignisses im Zeitelement $(\tau, \tau + d\tau)$ gegeben durch

$$\mu(\tau)\, d\tau,$$

wobei für $0 \leqq \tau \leqq t$ die Ereignisintensität $\mu(\tau)$ stetig sein soll.

Im weitern wird jeweils angenommen, dass die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von mehreren Ereignissen im Zeitelement $(\tau, \tau + d\tau)$ vernachlässigt werden kann. Die Berechtigung einer solchen Annahme ist im Hinblick auf die Möglichkeit des Eintretens von Kollektivunfällen nicht ohne weiteres gegeben. Es kann aber gezeigt werden, dass die getroffene Annahme keine wesentliche Einschränkung bedeutet. Das Modell, welches die Möglichkeit des Eintreffens mehrerer Ereignisse im Zeitelement $(\tau, \tau + d\tau)$ vorsieht, kann nämlich durch geeignete Transformationen auf das betrachtete einfachere Modell zurückgeführt werden.

Wenn die Wahrscheinlichkeit $\mu(\tau)\, d\tau$ für das Eintreten eines Ereignisses im Zeitelement $(\tau, \tau + d\tau)$ unabhängig ist von der Anzahl der bis dahin eingetretenen Ereignisse, d. h. wenn die Ereigniszahlen in den verschiedenen Zeitelementen voneinander stochastisch unabhängig sind, ist die Wahrscheinlichkeit $f(x,t)$ dafür, dass x Ereignisse in der Beobachtungszeit $(0,t)$ eintreten, gegeben durch die Funktion

$$f(x,t) = e^{-\int_0^t \mu(\tau)\, d\tau} \frac{\left(\int_0^t \mu(\tau)\, d\tau\right)^x}{x\,!}.$$

Das dargelegte Modell eines Zufallsvorganges stellt einen Poisson-Prozess dar.

Für die Häufigkeitsverteilung der Ereigniszahl ergibt sich also eine Poisson-Verteilung, wenn bei einem Bestande gleicher oder ungleicher Risiken die Zahl der im ganzen Bestande bereits eingetretenen Ereignisse ohne Einfluss ist auf das Eintreffen des nächsten Ereignisses im Bestande. Das Vorliegen eines Poisson-Prozesses ist demnach anzunehmen bei einem Versichertenbestande, in dem auf einen einzelnen Versicherten unabhängig voneinander mehrere Versicherungsfälle entfallen können. Dabei ist die Unabhängigkeit der Risiken der einzelnen Versicherten untereinander nicht notwendig. Das Eintreffen des nächsten Ereignisses beim einzelnen Versicherten darf abhängig sein von der Zahl der im ganzen Bestande oder bei andern Versicherten eingetretenen Ereignisse, nicht aber ausschliesslich von der Zahl der selber erlittenen Ereignisse. Bei einem Bestande von Versicherten, bei dem jeder unabhängig von allen andern nur einen Versicherungsfall erleiden kann, der sein Ausscheiden aus dem Bestande bedeutet, ergibt sich kein Poisson-Prozess. Bei der obligatorischen Unfallversicherung kann ein Versicherter mehrere voneinander unabhängige Unfälle erleiden; er kann aber wegen schwerer Invalidität oder Todesfall auch ausscheiden. Diese letzteren Ereignisse treten jedoch im Vergleich zur gesamten Ereigniszahl verhältnismässig selten auf, so dass die Poisson-Verteilung vermutlich eine annehmbare Hypothese darstellt.

Die Zahl der in der Beobachtungszeit $(0,t)$ zu erwartenden Ereignisse ist

$$\xi(t) = \int_0^t \mu(\tau)\, d\tau .$$

Eine besondere Eigenschaft der Poisson-Verteilung

$$f(x, \xi) = \frac{e^{-\xi}\, \xi^x}{x!}$$

besteht darin, dass sie allein durch den Erwartungswert ξ bestimmt ist. Die Zusammensetzung und der Umfang des Versichertenbestandes sowie die zeitliche Entwicklung des Risikos haben keine unmittelbare Bedeutung, weil bei gleichem Erwartungswert die gleiche Häufigkeitsverteilung erhalten wird.

Die Ereigniswahrscheinlichkeit $\mu(\tau)\,d\tau$ wird sich auch zufällig ändern, weshalb sie als Veränderliche eines bestimmten Zufallsgesetzes anzusehen ist. Dabei ist es zweckmässig, eine zeitinvariante Häufigkeitsfunktion $S(\lambda)$ der relativen Schwankung

$$\lambda = \frac{\mu(\tau)}{\bar{\mu}(\tau)}$$

der Ereignisintensität zu betrachten.

In einer bestimmten Beobachtungsperiode $(0, t)$ sind somit

$$\int_0^t \mu(\tau)\,d\tau = \lambda \int_0^t \bar{\mu}(\tau)\,d\tau = \lambda\xi$$

Ereignisse zu erwarten, und

$$\frac{e^{-\lambda\xi}\,(\lambda\xi)^x}{x!}$$

ist die bedingte Wahrscheinlichkeit dafür, dass x Ereignisse eintreten, wenn $\lambda\xi$ der Erwartungswert ist.

Die absolute Wahrscheinlichkeit für das Eintreten von x Ereignissen ist gleich der Summe über alle Möglichkeiten für λ, also

$$f(x, \xi) = \int_0^\infty \frac{e^{-\lambda\xi}\,(\lambda\xi)^x}{x!}\,S(\lambda)\,d\lambda,$$

wobei $S(\lambda)$ die Häufigkeitsfunktion von λ ist.

Die Häufigkeitsfunktion $f(x,\xi)$ stellt nun einen erweiterten Poisson-Prozess dar, wobei die innere Struktur des Zufallsvorganges durch eine sogenannte Strukturfunktion $S(\lambda)$ gekennzeichnet wird. Die zusammengesetzte Poisson-Verteilung kann auf verschiedene Arten aus grundlegenden Annahmen über den Zufallsvorgang hergeleitet werden, und das Wesen der Strukturfunktion kann auch verschieden ausgelegt werden. Im vorliegenden Falle soll die zusammengesetzte Poisson-Verteilung einfach eine in Betracht fallende Hypothese zur Beschreibung der Häufigkeitsverteilung der Zahl der Unfälle sein.

Der Charakter der Häufigkeitsverteilung $f(x, \xi)$ ist durch die Eigenschaften der Strukturfunktion $S(\lambda)$ und den Erwartungswert ξ bestimmt, und daher sind die Wahl der Strukturfunktion und die Bestimmung des Erwartungswertes von wesentlicher Bedeutung. Dies kommt insbesondere darin zum Ausdruck, dass die Momente von $f(x, \xi)$ durch ξ und die Momente von $S(\lambda)$ darstellbar sind. Der Durchschnitt und die Streuung der normierten Häufigkeitsfunktion $f(x, \xi)$ sind wie folgt bestimmt:

$$\mu_1(x) = \xi\bar{\lambda} = \xi,$$

$$\mu_2(x) = \xi + \xi^2 \mu_2(\lambda).$$

Eine nähere Betrachtung der beobachteten Unfallzahlen zeigt, dass die Streuung grösser ist als der Durchschnitt und dass die Streuung mit abnehmendem Versichertenbestand zunimmt. Dies begründet auch weitgehend die Verwendung einer zusammengesetzten Poisson-Verteilung, deren Streuung ebenfalls grösser ist als deren Durchschnitt. Die interessante Frage nach dem genauen Zusammenhange zwischen der Streuung und dem Versichertenbestande bleibt vorläufig offen. Es scheint aber zweckmässig zu sein, aus der Schar der in Betracht fallenden Strukturfunktionen eine solche zu wählen, deren Parameter zur Streuung in Beziehung steht. Dies ist der Fall bei der üblicherweise, hauptsächlich wegen ihrer Einfachheit verwendeten Pearson-Verteilung der Form III. Diese Funktion sei dargestellt durch

$$S(\lambda) = \frac{p^p}{\Gamma(p)} e^{-p\lambda} \lambda^{p-1}$$

mit p als Parameter und $0 \leqq \lambda \leqq \infty$. Der Durchschnitt und die Streuung von λ sind gleich

$$\bar{\lambda} = 1 \text{ und } \sigma^2(\lambda) = \frac{1}{p}.$$

Je grösser demnach der Parameter p ist, um so kleiner ist die Streuung von λ. Für jeden Parameter p liegt eine besondere Häufigkeitsverteilung vor. Im Grenzfalle $p = \infty$ besteht diese nur noch aus $S(1) = 1$, so dass die Ereigniswahrscheinlichkeit nicht mehr als zufällige Veränderliche gilt.

Mit dieser Strukturfunktion ergibt sich dann die Häufigkeitsfunktion

$$f(x;\xi,p) = \binom{x+p-1}{x}\left(\frac{\xi}{p+\xi}\right)^x\left(\frac{p}{p+\xi}\right)^p,$$

die durch den Erwartungswert ξ und den Parameter p bestimmt ist. Für $p = \infty$ liegt eine einfache Poisson-Verteilung vor.

Der Erwartungswert ξ hängt von der Grösse der Beobachtungsperiode ab. Je grösser die Beobachtungsperiode ist, umso kleiner sind die Schwankungen des Erwartungswertes. Werden beispielsweise die Beobachtungen und Erwartungswerte einer Anzahl Einheitsperioden zusammengefasst, so ändert auch der Parameter p entsprechend, sofern die Ereignisse der einzelnen Einheitsperioden voneinander unabhängig sind. Bei Abhängigkeit der Ereignisse würde der Parameter p gleich bleiben. Bei der Betrachtung der Unfallhäufigkeit eines Versichertenbestandes darf vermutlich zwischen den sich folgenden Jahresbeobachtungen Unabhängigkeit angenommen werden, obschon bei einzelnen Versicherten die sich folgenden Ereignisse abhängig sein können. Wenn unter dieser Annahme der Parameter p in Beziehung zur Grösse des Versichertenbestandes gesetzt wird, bedeutet die Beobachtung eines grossen Versichertenbestandes dasselbe wie die zusammengefasste, wiederholte Beobachtung eines kleinen Versichertenbestandes.

Der Erwartungswert ξ ändert im allgemeinen auch von einer Beobachtungsperiode zur andern und muss deshalb für jede Beobachtungsperiode neu festgelegt werden. Die systematische Entwicklung der Zahl der Unfälle ist jedoch unbekannt und muss durch Ausgleichung der Beobachtungswerte geschätzt werden. Solange der Schätzungsfehler im Verhältnis zu den Schwankungen des Erwartungswertes ξ klein ist, bleibt die Ausgleichung der Beobachtungswerte als Schätzungsmethode sinnvoll. Dies ist der Fall, wenn die Zufallsschwankungen der Ereignishäufigkeit deren systematische Veränderungen überschatten. Wie bedeutungsloser die Zufallsschwankungen jedoch werden, umso bedeutungsvoller wird die Güte der Ausgleichung. Dabei kommt es natürlich darauf an, wie ausgedehnt die Beobachtungsreihe ist; denn je nach deren Länge werden gewisse Entwicklungen als zufallsartig oder als systematisch angesehen. Welcher ausgeglichene Wert als Erwartungswert angesehen werden muss, hängt von der gegenüber einem Beobachtungsmaterial gestellten Frage ab. In jedem Falle ist zu beachten, dass durch

Ausgleichung der Beobachtungswerte eine wahre Trennung der zufälligen Schwankungen von der systematischen Entwicklung nicht möglich ist.

Der Parameter p der Häufigkeitsfunktion $f(x;\xi,p)$ lässt sich aus der Streuung $\sigma^2(x)$ und dem Erwartungswert ξ wie folgt bestimmen:

$$p = \frac{\xi^2}{\sigma^2(x) - \xi}.$$

Falls die Erwartungswerte ξ_t von Beobachtungsperiode zu Beobachtungsperiode ändern, ist es zweckmässig, an Stelle der Beobachtungswerte x_t die Veränderliche

$$y_t = \frac{x_t - \xi_t}{\xi_t}$$

zu betrachten. Die Streuung von y ist dann gleich

$$\sigma^2(y) = \xi^{-1} + p^{-1},$$

und der Parameter p lässt sich in diesem Falle aus der Beziehung

$$p = \frac{1}{\sigma^2(y_t) - \xi^{-1}}$$

bestimmen, wobei ξ den Durchschnitt aus den ξ_t bezeichnet. Der Parameter p ist also nicht nur von dem durch Ausgleichung gefundenen Erwartungswert, sondern auch von der Streuung abhängig. Die Streuung der Grundgesamtheit ist aber unbekannt und muss geschätzt werden. Eine Möglichkeit dafür besteht im Gleichsetzen der Streuung der Grundgesamtheit mit der beobachteten Streuung. Es handelt sich dabei aber um keine optimale Schätzung, so dass die üblicherweise beim Vergleiche der hypothetischen mit der beobachteten Häufigkeitsverteilung der Ereignisse zu prüfende Masszahl χ^2 auch Schätzungsfehler enthält. Wird jedoch die Schätzung der Streuung nach der Methode von Maximum Likelihood herangezogen, eignet sich χ^2 als zu prüfende Masszahl. Der Parameter p ist dabei aus der Beziehung *

$$\sum_x \left(\frac{A_x}{p+x}\right) - N \cdot \ln\left(1 + \frac{\bar{x}}{p}\right) = 0$$

* Bliss und Fisher, Biometrics, Vol. 9, No. 2, 1953, S. 176–200.

zu bestimmen, wo A_x gleich der Summe der beobachteten Häufigkeiten von $x + 1$ bis ∞ ist. Die Genauigkeit des geschätzten Parameters ist im weitern auch abhängig von der Grösse der Beobachtungsreihen. Diese sind jedoch im vorliegenden Falle verhältnismässig kurz.

Es wurde für einige Versichertenbestände mit dem χ^2-Prüfverfahren geprüft, ob die Unterschiede zwischen beobachteten und erwarteten Ereigniszahlen der betrachteten Häufigkeitsverteilung $f(x; \xi, p)$ folgen. Dabei war festzustellen, dass diese Häufigkeitsfunktion zur Wiedergabe der beobachteten Häufigkeitsverteilung der Zahl der Unfälle in Betracht fallen kann. Da sich diese Prüfung auf verhältnismässig kurze Beobachtungsreihen stützte, ist deren Aussagekraft aber nicht besonders gross. Es hat sich auch gezeigt, dass die zur Schätzung des Erwartungswertes erforderliche Beurteilung der beobachteten Entwicklung der Ereigniszahlen hinsichtlich Zufalls- und Trendmässigkeit von Bedeutung ist. Im allgemeinen besteht der Eindruck, dass die getroffenen Annahmen über den Zufallsvorgang brauchbar sind. Im weitern wird aber noch zu prüfen sein, ob auch anders zusammengesetzte Zufallsverteilungen, die eine besondere Auslegung des Unfallgeschehens erlauben, brauchbar sind.

3. Die Verteilung der Unfallsummen $\varphi(z)$ eines gegebenen Versichertenbestandes wird am zweckmässigsten unmittelbar aus der Risikostatistik ermittelt. Dabei wird der risikomässigen Zusammensetzung des betreffenden Bestandes keine Beachtung geschenkt. In der Unfallsummenverteilung kommt aber diese in besonderem Masse zum Ausdruck. Für einen umfassenden Versichertenbestand sollte deshalb diese Verteilung als gewichteter Durchschnitt der Verteilungen von homogenen Teilbeständen ermittelt werden. Die empirische Ermittlung der Unfallsummenverteilung von kleinen Teilbeständen mit nur wenigen jährlichen Unfällen ist jedoch vorläufig auf Grund der erst in kleiner Zahl zur Verfügung stehenden Jahresstatistiken nicht möglich.

Anderseits darf sicher nicht ohne weiteres von der Unfallsummenverteilung eines umfassenden Versichertenbestandes auf die besondere Eigenart aufweisenden Verteilungen von Teilbeständen geschlossen werden. Dieses Vorgehen muss aber bei der Bestimmung der Unfallsummenverteilungen von Betrieben oder Betriebsteilen und von Gruppen von solchen gewählt werden, weil deren Beobachtungsmaterial im allgemeinen klein ist. Ausgehend von den Gefahrenklassen, die risikomässig gleichartige Betriebe umfassen, dürfte dies allenfalls erlaubt

sein. Hingegen fällt bei einer kleinen Gefahrenklasse eher die Unfallsummenverteilung einer verwandten Gefahrenklasse als diejenige des Gesamtbestandes in Betracht. Bei der Übernahme einer Unfallsummenverteilung von einem andern Versichertenbestand kann die Kenntnis der Besonderheiten der Verteilungen der einzelnen Unfallsummenkomponenten (Heilkosten, Krankengeld, Rentenkosten) nützlich sein, weil darin auch Risikounterschiede zum Ausdruck kommen. Die Zusammenfassung der Verteilungen der Teilunfallsummen ist nicht einfach, insbesondere weil sie voneinander abhängig sind. Sie sind aber im Hinblick auf eine Prämienabstufung gemäss den Erfahrungen über Heilkosten und Krankengeld bei solidarischer Tragung der Rentenkosten von Interesse.

Die Unfallsummenverteilung ändert sich mit der Zeit. Im allgemeinen ändert aber der allgemeine Charakter der Verteilung nur langsam, während gewisse Masszahlen rascher ändern können. In der folgenden Zusammenstellung sind einige Masszahlen der aus der Risikostatistik der Gefahrenklasse 13a der Betriebsunfallversicherung ermittelten Unfallsummenverteilung angegeben.

Unfallsummenverteilungen

Gefahrenklasse 13a

Unfalljahr	Anzahl Unfälle	Unfallhäufigkeit *	Verteilung der Unfallsummen		
			Durchschnitt	Variationsbreite	Mittl. quadr. Abweichung
			Fr.	Fr.	Fr.
1949	10 881	265	260	0–77 729	1920
1950	9 609	241	267	0–82 729	2183
1951	10 001	225	324	0–83 549	2296
1949–1951	30 491	243	283	0–83 549	2132

* Bezogen auf 1000 Vollarbeiter.

Sowohl die zeitliche Änderung der Unfallhäufigkeit als auch diejenige der Streuung sind bedeutsam, nicht aber diejenige des Durchschnittes. Ferner scheint die Korrelation zwischen Unfallhäufigkeit und mittlerer Unfallsumme nicht gesichert zu sein. Diese Frage muss aber

noch eingehender bei verschieden grossen Versichertenbeständen geprüft werden. Die zeitliche Änderung dieser Masszahlen rührt her von der Änderung der Zahl und der Schwere der Unfälle und vor allem auch von der Verteuerung der Heilungskosten und der Zunahme der Krankengelder infolge der Zunahme der Löhne. Die zeitliche Änderung der die Unfallsummenverteilung charakterisierenden Masszahlen ist demnach zu berücksichtigen.

Im folgenden sind die Masszahlen der normierten Unfallsummenverteilungen mit Durchschnitt 1 angegeben. Es gilt also

$$\bar{z} = \sum_i z_i \varphi(z_i) = \sum_i \varphi(z_i) = 1.$$

Normierte Unfallsummenverteilungen

Gefahrenklasse 13a

Jahr	Mittlere quadratische Abweichung	Variationsbreite	Schiefe $\gamma_1 = \mu_3 \cdot \mu_2^{-3/2}$
1949	7,376	0–298,6	23,03
1950	8,190	0–310,4	25,78
1951	7,088	0–257,9	19,93
1949–1951	7,531	0–295,1	22,88

Die Eigenart der Unfallsummenverteilung kommt somit ausgeprägt in der grossen Streuung und Schiefe zum Ausdruck. Die graphischen Darstellungen der einzelnen aus den Risikostatistiken der Jahre 1949, 1950 und 1951 ermittelten Verteilungen decken sich derart gut, dass es schwer hält, sie auf einem einzigen Bild auseinanderzuhalten. In Figur 2 ist die durch die Zusammenfassung der Beobachtungen aus den Jahren 1949–1951 entstehende Unfallsummenverteilung der Gefahrenklasse 13a dargestellt. Die allgemeine Form dieser Verteilung ist auch typisch für die Unfallsummenverteilung anderer Versichertenbestände der obligatorischen Unfallversicherung. Aus den folgenden Angaben über die Verteilungsfunktion der Unfallsummen der Gefahrenklasse 13a ist ersichtlich, dass 50 % aller Unfälle eine Unfallsumme von höchstens einem Zehntel des Durchschnittes zur Folge haben und dass

nur ein Promille aller Unfälle eine Unfallsumme hat, die grösser ist als der ungefähr hundertfache Durchschnitt.

Verteilungsfunktion der Unfallsummen

Gefahrenklasse 13a

z	$\sum_0^z \varphi(z)$	$\sum_0^z z\,\varphi(z)$
	%	%
~ 0,1	50	3
1,0	86	20
2,1	95	32
8,8	99	47
93,0	99,9	80

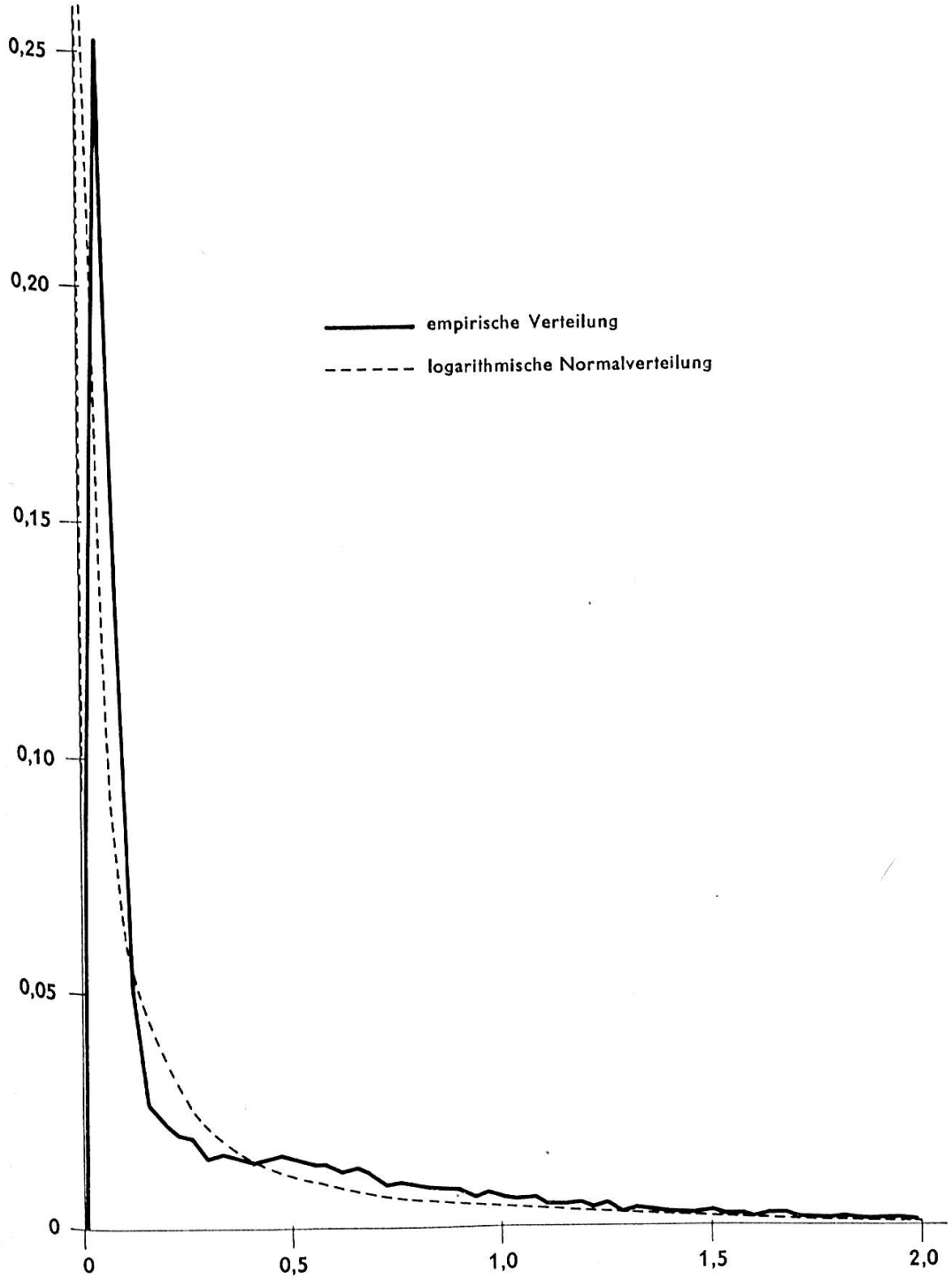
Ferner geht aus diesen Angaben hervor, dass diejenige Hälfte der Unfälle, auf welche die kleinen Unfallsummen entfallen, nur rund 3% der Gesamtkosten beansprucht, während der Grossteil der Kosten auf wenige und verhältnismässig seltene, schwere Unfälle entfällt, die aber deswegen besonders bedeutungsvoll sind. Das Promille der Unfälle mit den grössten Unfallsummen verursacht rund 20% der Gesamtkosten. Eine Häufigkeitsfunktion der Unfallsummen sollte deshalb im ganzen Variationsbereich die empirische Häufigkeitsverteilung gut wiedergeben.

In Figur 2 ist neben der empirischen Unfallsummenverteilung auch die sogenannte logarithmische Normalverteilung dargestellt, deren Parameter so gewählt wurden, dass Durchschnitt und Streuung dieser Verteilung gleich den entsprechenden Masszahlen der empirischen Verteilung sind. Diese Funktion mit einem Definitionsbereich von 0 bis ∞ ist im allgemeinen, wie eine Prüfung ergeben hat, als Wiedergabe der empirischen Verteilung annehmbar. Einzig im Bereiche 0 bis 0,1 ist eine Korrektur angezeigt, weil die Spitze der theoretischen Verteilung gegenüber derjenigen der empirischen Verteilung überhöht und nach links verschoben ist. Es zeigte sich, dass eine auf Grund von Durchschnitt und Schiefe angepasste logarithmische Normalverteilung, deren häufigster Wert mit dem entsprechenden Beobachtungswert übereinstimmt, deren Spitze aber zu tief liegt, sich im allgemeinen weniger gut

Figur 2

Häufigkeitsverteilungen der Unfallsummen

Beobachtungen 1949–51 in der Gefahrenklasse 13a



als die zuerst besprochene Verteilung eignet. Auch bei Verwendung von gewissen monoton fallenden Verteilungen drängt sich für die kleinen Werte der Veränderlichen eine Korrektur auf. Die Wiedergabe der empirischen Verteilung durch eine leicht zu handhabende analytische Funktion ist aus verschiedenen Gründen erwünscht und soll daher den Gegenstand weiterer Untersuchungen bilden.

Im weitern wurden in Figur 3 zur näheren Erläuterung neben der Unfallsummenverteilung der Gefahrenklasse 13a die Verteilungen der Teilunfallsummen auf Grund der Erfahrungen 1949–51 dargestellt. Es ist offensichtlich, dass die Spitze der Unfallsummenverteilung durch die Häufigkeitsverteilung der Heilkosten und deren Variationsbereich durch diejenige der Rentenkapitalwerte bestimmt werden. Ferner hat es sich gezeigt, dass die allgemeine Form der Unfallsummenverteilung derjenigen der Verteilung der Summen aus Heilkosten und Krankengeld entspricht. Diese Feststellung ist wertvoll im Hinblick auf die Ermittlung der Unfallsummenverteilung von kleinen Versichertenbeständen, die in einer kurzen Beobachtungszeit nur wenige Rentenfälle aufweisen.

Zur Bestimmung der Häufigkeitsverteilung der gesamten Unfallkosten eines Versichertenbestandes muss die Verteilung der Unfallsummen von x Unfällen durch wiederholte Anwendung der Rekursionsformel

$$^{(x)}\varphi(z) = \int_0^\infty {}^{(x-1)}\varphi(\zeta)\,\varphi(z-\zeta)\,d\zeta$$

ermittelt werden. Die numerische Auswertung dieser Faltungen erfordert bei einem grösseren Versichertenbestande – auch wenn moderne Hilfsmittel zur Verfügung stehen – eine sehr grosse Rechenarbeit. Daher muss praktisch zu einer Näherungsrechnung Zuflucht genommen werden, worauf hier jedoch nicht im einzelnen eingetreten werden soll.

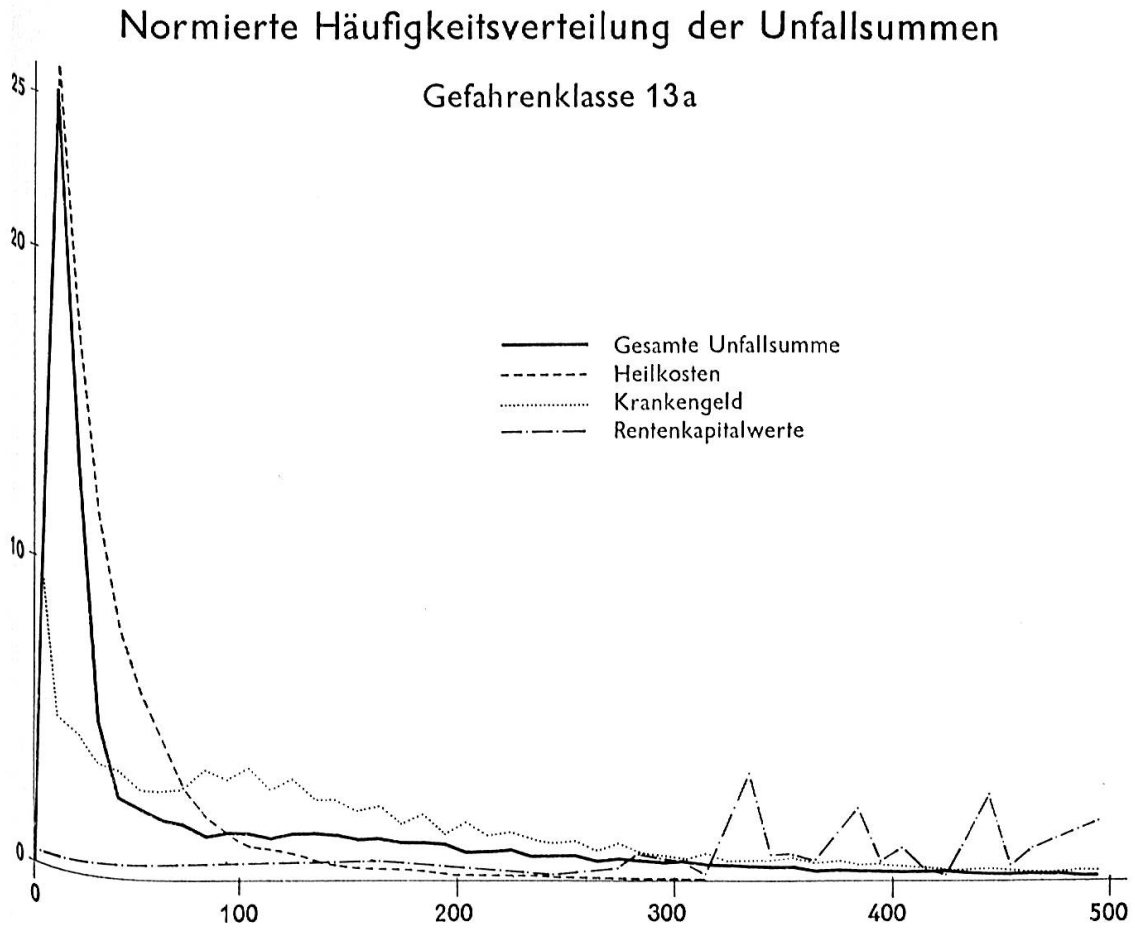
4. Mit den normierten Häufigkeitsverteilungen $f(x;\xi,p)$ und $^{(x)}\varphi(z)$ ergibt sich die Häufigkeitsverteilung der gesamten Unfallkosten eines Versichertenbestandes nach

$$b(z) = \sum_{x=0}^{\infty} f(x;\xi,p)\cdot {}^{(x)}\varphi(z).$$

Die ersten Null- und Hauptmomente (μ'_r bzw. μ_r) dieser Verteilung sind gleich

$$\mu'_1 = \xi\bar{\lambda}\bar{z} = \xi,$$

Figur 3



$$\mu_2' = \xi\nu_2' + \xi^2\left(1 + \frac{1}{p}\right),$$

$$\mu_2 = \xi\nu_2' + \xi^2\frac{1}{p} = \xi(\nu_2' + \xi p^{-1}),$$

$$\mu_3' = \xi\nu_3' + 3\,\xi^2\left(1 + \frac{1}{p}\right)\nu_2' + \xi^3\left(1 + \frac{1}{p}\right)\cdot\left(1 + \frac{2}{p}\right),$$

$$\mu_3 = \xi\nu_3' + 3\,\xi^2\frac{1}{p}\,\nu_2' + 2\,\xi^3\frac{1}{p^2},$$

wobei ν_r' das r-te Nullmoment der Unfallsummenverteilung $\varphi(z)$ bedeutet. Diese Momente können zur näherungsweisen Berechnung der Verteilungsfunktion der Unfallbelastung dienlich sein.

Mit der Häufigkeitsverteilung der Unfallbelastung $b(z)$, welche das Unfallgeschehen und seine Kostenfolgen kennzeichnet, ist eine Grundlage zur Beurteilung verschiedenster Probleme aus dem Prämienwesen der obligatorischen Unfallversicherung geschaffen. Die Verteilungsfunktion der Unfallbelastung eines Versichertenbestandes

$$B(z_0) = \int_0^{z_0} b(z) \cdot dz$$

gibt die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass die gesamten Unfallkosten einen bestimmten Betrag z_0 nicht übersteigen. Damit kann beispielsweise beurteilt werden, mit welcher Wahrscheinlichkeit eine Risikoprämie ausreicht oder wie gross ein Sicherheitszuschlag sein muss, damit die Wahrscheinlichkeit eines Verlustes kleiner ist als eine vorgegebene Grösse.

Von besonderem Interesse ist die Frage, wie gross ein Versichertenbestand sein muss, damit eine zu beobachtende Unfallbelastung mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit innerhalb eines vorgegebenen Schwankungsbereiches um den Erwartungswert liegt. Diese Frage lässt sich grundsätzlich ebenfalls mit Hilfe der Verteilungsfunktion der Unfallbelastung und einer weitern Beziehung beantworten. Zur Vereinfachung dieses Problems ist es zweckmässig, die sich bei festem Erwartungswert für jede Beobachtungsperiode durch die Vereinigung von unendlich vielen Beobachtungsperioden ergebende Grenzfunktion der Verteilungsfunktion $B(z)$ zu betrachten. Diese Grenzfunktion ist für die Veränderliche

$$\zeta = \frac{z - \xi}{\sqrt{\xi(\nu_2' + \xi p^{-1})}}$$

durch die Verteilungsfunktion $F(\zeta)$ der Standard-Normalverteilung gegeben. Eine Wahrscheinlichkeit $B(\xi - a \leqq z \leqq \xi + a)$ geht damit über in die Wahrscheinlichkeit $2 \cdot F(0 \leqq \zeta \leqq a s^{-1})$ mit

$$s = [\xi(\nu_2' + \xi p^{-1})]^{\frac{1}{2}}.$$

Durch die Vorgabe einer bestimmten Wahrscheinlichkeit $F(\zeta_0)$ ist für $a \cdot s^{-1}$ ein bestimmter Wert ζ_0 festgelegt. Wird anderseits der Schwankungsbereich a durch einen zur Gesamterwartung ξ proportionalen Wert $b \cdot \xi$ angesetzt, und wird für den Erwartungswert ξ das

Produkt aus Versichertenbestand V und relativer Unfallhäufigkeit u eingesetzt, so ergibt sich der gesuchte Versichertenbestand gemäss

$$V = \frac{\zeta_0 \cdot s}{b \cdot u} = \frac{\zeta_0 \left[\xi(\nu_2' + \xi p^{-1})\right]^{\frac{1}{2}}}{b \cdot u}.$$

Der auf diese Art näherungsweise bestimmte Versichertenbestand hängt also einerseits von den das Risiko kennzeichnenden Grössen ξ und ν_2' und anderseits vom Parameter p der Strukturfunktion ab. Bei einer durch den Erwartungswert ξ und die Streuung der Unfallsummen $\nu_2 = \nu_2' - 1$ gegebenen Risikoklasse ist somit der gesuchte Versichertenbestand nur von der die Zufälligkeit der Ereigniszahl kennzeichnenden Streuung $\sigma^2(\lambda) = p^{-1}$ abhängig. Wenn nun anderseits eine Beziehung zwischen dem Parameter p und dem Versichertenbestand V angegeben werden kann (vermutlich ist p von der Form V^a mit $a < 1$), so liegt damit ein Kriterium für die Bestimmung der Zahl der zu beobachtenden Einheitsperioden vor. Auf diese Art ist es möglich, die wichtige Frage nach der Grösse eines schlüssigen Beobachtungsmaterials zu beantworten.

IV.

Die gegebenen Hinweise, welche sich an die im Literaturverzeichnis genannten Arbeiten anlehnen, zeigen, dass die Betrachtungsweise der kollektiven Risikotheorie und der ihr zugrundeliegenden mathematischen Statistik im Prämienwesen der obligatorischen Unfallversicherung angewendet werden kann. Die Häufigkeitsverteilung der gesamten Unfallkosten eines Versichertenbestandes erschliesst wesentliche Eigenschaften des Risikoverlaufes, und diese grundlegende Verteilung lässt sich ohne nähere Kenntnis der risikomässigen Zusammensetzung eines Versichertenbestandes durch das Festlegen einiger weniger Bestandesmerkmale bestimmen.

Wenn bei der Häufigkeitsverteilung der Unfallsummen die durchschnittliche Unfallsumme als Einheit der Veränderlichen gewählt wird, entspricht die zu erwartende Anzahl Unfälle der Risikoprämie. Bei der Bestimmung dieser Risikoprämie handelt es sich nach wie vor um die Schätzung des mutmasslichen künftigen Prämienbedarfes auf Grund der Erfahrungen über das Risiko mit Hilfe eines hiefür geeigneten Verfahrens. Durch die Übernahme der dargelegten Betrachtungsweise wird eine grössere Sicherheit in der Beurteilung der Erfahrungen gewonnen,

indem deren zufallsartige Schwankungen bei der Beurteilung mitberücksichtigt werden.

Es ist beabsichtigt, diese Erkenntnisse im Prämienwesen der obligatorischen Unfallversicherung nutzbar zu machen. Dabei handelt es sich hauptsächlich um die genauere Beschreibung des Zufallsvorganges bei den verschiedenen Risikobeständen zum Zwecke einer angemessenen Prämienabstufung. Die erforderlichen Untersuchungen sind im Gange. Die sich bei der Betriebsunfallversicherung stellenden Probleme werden von den Mathematikern der Schweizerischen Unfallversicherungsanstalt bearbeitet, während die Frage der Anwendbarkeit der kollektiven Risikotheorie auf die Nichtbetriebsunfallversicherung Gegenstand einer Arbeit eines Mitgliedes des mathematisch-versicherungswissenschaftlichen Seminars der Universität Bern sein wird. Zu gegebener Zeit wird dann zu prüfen sein, welche praktische Auswirkung die gewonnenen Erkenntnisse bei der Tarifgestaltung und bei der Einreihung der Betriebe und Betriebsteile in die Prämientarife haben können.

Literaturverzeichnis

H. Ammeter: Die Elemente der kollektiven Risikotheorie von festen und zufallsartig schwankenden Grundwahrscheinlichkeiten (Mitteilungen der Vereinigung schweizerischer Versicherungsmathematiker, Band 49, 1949).

R. Lang: Die Untersuchung der Zufallsschwankungen in den Jahresergebnissen einer Versicherungsgesellschaft mit Hilfe der kollektiven Risikotheorie (Blätter der deutschen Gesellschaft für Versicherungsmathematik, Band I, Heft 3, 1952).

H. Wyss: Die Risikotheorie und ihre Bedeutung für die Versicherungsmathematik (Mitteilungen der Vereinigung schweizerischer Versicherungsmathematiker, Band 53, 1953).

H. Ammeter: La théorie collective du risque et l'assurance de choses (Bulletin de l'Association des Actuaires suisses, volume 54, 1954).

M. Hofmann: Über zusammengesetzte Poisson-Prozesse und ihre Anwendungen in der Unfallversicherung (Mitteilungen der Vereinigung schweizerischer Versicherungsmathematiker, Band 55, 1955).

H. Münzner: Zur Frage: Binomialverteilung oder Poissongesetz? (Blätter der deutschen Gesellschaft für Versicherungsmathematik, Band II, Heft 4, 1956).