

Reserverechnung in der Volksversicherung

Autor(en): **Leepin, Peter**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer
Versicherungsmathematiker = Bulletin / Association des Actuaire
Suisses = Bulletin / Association of Swiss Actuaries**

Band (Jahr): **54 (1954)**

PDF erstellt am: **21.06.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-555017>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Reserverechnung in der Volksversicherung

Von *Peter Leepin*, Basel

Die Reserverechnung ist ein Thema, das die Versicherungsmathematiker immer wieder beschäftigt. Das mag etwas eigenartig erscheinen, da die Berechnung der Prämienreserve versicherungsmathematisch heute kein Problem mehr darstellt. Immer noch ein Problem aber ist die Reserverechnung in der praktischen Durchführung, als betriebsorganisatorische Aufgabe, – einerseits wegen der sich mit den Zeitverhältnissen ändernden Zusammensetzung der Versicherungsbestände –, vor allem aber wegen den immer moderneren technischen Hilfsmitteln, die zur Verfügung stehen. Zur Lösung dieser betriebsorganisatorischen Aufgabe können allerdings unter Umständen sehr schöne mathematische Überlegungen gemacht werden. Die vorliegende Arbeit befasst sich mit der zweckmässigen Organisation der Reserverechnung in der Volksversicherung.

Die Reserverechnung ist als praktische Aufgabe mit möglichst wenig Aufwand zu lösen. Sie darf deshalb nicht isoliert betrachtet werden, sondern muss in den Rahmen der gesamten übrigen Verwaltung des Versicherungsbestandes gestellt werden. Dabei kann nun glücklicherweise davon ausgegangen werden, dass für die Verwaltung von Volksversicherungsbeständen von sogar verhältnismässig kleinem Umfang Lochkarten eingesetzt werden. Die grosse Leistungsfähigkeit moderner Lochkartenanlagen ist heute in Fachkreisen allgemein bekannt, so dass sich nähere Angaben erübrigen, um so mehr als diese durch die ständige Weiterentwicklung bald überholt wären. Hingegen ist eine Schwierigkeit wesentlich, die bei der Bestandesverwaltung mit Lochkarten eine Rolle spielt. Auf einer Lochkarte hat nur eine beschränkte Zahl von Angaben entsprechend der Anzahl der Ziffernspalten Platz. Sobald nun diese nicht ausreicht, müssen zwei Lochkarten pro Ver-

sicherung oder noch mehr angefertigt werden. Dann müssen aber für den ganzen Bestand zwei oder noch mehr Lochkarten verwaltet werden, was an sich schon eine wesentliche Erschwerung bedeutet. Ausserdem ergeben sich oft besondere Komplikationen technischer Natur, wenn die Angaben auf mehreren Lochkarten miteinander kombiniert werden müssen.

Welche Anforderungen ergeben sich daraus für die Reserverechnung? Offenbar sollte sie auf der Einzellochkarte möglichst wenig Platz beanspruchen. Am besten wäre es, wenn diejenigen Angaben, welche ohnehin aus andern Gründen benötigt werden, auch für die Durchführung der Reserverechnung ausreichen würden. Als ziemlich ungeeignet erweist sich deshalb die Hilfszahlmethode von Altenburger, da diese neben der Nettoprämie noch mindestens eine Hilfszahl verlangt. Die Vorteile dieses Verfahrens bestehen doch darin, dass verschiedene Versicherungsformen für die Reserverechnung zusammengefasst werden können und dass nur nach den erreichten Altern gegliedert werden muss. In der Volksversicherung handelt es sich aber um einen Massenbestand, der verhältnismässig wenig gegliedert ist, so dass der erste Vorteil, die Zusammenfassung aller möglichen Versicherungsarten, sich nicht auswirkt. Der zweite Vorteil der Altenburger Methode, dass nur nach den erreichten Altern zu gliedern ist, spielt keine grosse Rolle, da die Lochkarten rasch sortiert werden können. Schliesslich ist auch darauf hinzuweisen, dass ein notwendig werdender Übergang auf andere Rechnungsgrundlagen wesentlich erschwert ist. Ausserdem stellt das Berechnen und Schreiben der Nettoprämien und Hilfszahlen für den Neuzugang und die Mutationen bei einem Volksversicherungsbestand eine nicht unbedeutende Arbeit dar.

Einen Fortschritt bedeutet der Übergang auf die prospektive Methode. Da es sich in der Volksversicherung um gemischte Versicherungen handelt oder wenigstens um solche Versicherungen, deren Reserve sich näherungsweise durch diejenige der gemischten Versicherung ersetzen lässt, ergibt sich die Formel

$$S {}_tV_{x:\overline{n}|} = SA_{x+t:\overline{n-t}|} - SP_{x:\overline{n}|} a_{x+t:\overline{n-t}|}. \quad (1)$$

Sie hat den Vorteil, dass die Führung von Hilfszahlen entfällt. Dagegen weist sie den Nachteil auf, dass neben dem erreichten Alter nun auch noch nach der restlichen Dauer zu gliedern ist. Dieser Nachteil einer weitem Sortierung wiegt aber bei Verwendung von Loch-

karten weniger schwer. Wenn etwa 5er Altersgruppen gebildet werden, ergeben sich 400–500 Reservegruppen pro Tarif und Rechnungsgrundlage, was sich noch durchaus vertreten lässt. Hingegen ist immer noch die Nettoprämie notwendig.

Noch besser ist von diesem Gesichtspunkte aus das primitivste Verfahren, die Promillesatzmethode, bei welcher für alle vorkommenden Kombinationen die Summe mit den Reservesätzen in Promillen der Summe multipliziert wird. Dabei werden zweckmässigerweise ebenfalls Altersgruppen gebildet. Bei diesem Verfahren steigt nun allerdings die Anzahl der Reservegruppen stark an, da zusätzlich nach der abgelaufenen Dauer gegliedert werden muss. Die Anzahl der Gruppen stellt sich hier auf über 10 000 pro Tarif und Rechnungsgrundlage. Diese starke Gliederung fällt besonders dann ins Gewicht, wenn die Erfolgsanalyse nach Gewinnquellen bei einer Gesellschaft verhältnismässig exakt gemacht wird, indem für das Sterblichkeitsergebnis die abgehende Reserve bei Todesfällen und für das Stornoergebnis die Reservebewegungen für die Storni genau ermittelt werden. Die weitgehende Unterteilung erschwert die Arbeit dann bis zu einem gewissen Grade. Trotzdem kann die Promillesatzmethode als gangbarer Weg betrachtet werden, wenn dadurch anderweitige Vorteile erzielt werden können, z. B. der Wegfall einer weiteren Lochkarte. Die Promillesatzmethode erweist sich besonders dann als zweckmässig, wenn nur gewisse Versicherungsdauern – z. B. die durch 5 teilbaren – zugelassen werden, weil sich unter diesen Umständen die Anzahl der Reservegruppen wesentlich reduziert.

Ein weiteres Verfahren soll hier nun dargestellt werden. Bei den bisher beschriebenen Methoden wird eine auf der Lochkarte enthaltene Grösse noch nicht verwendet, welche bei der Reserverechnung gute Dienste leisten kann, nämlich die Bruttoprämie.

Wenn die Bruttoprämie nach Grundlagen I. Ordnung berechnet ist auf Grund der Formel

$$S\pi_{x:\overline{n}|} = S \frac{A_{x:\overline{n}|} + \alpha + \gamma a_{x:\overline{n}|}}{(1 - \beta) a_{x:\overline{n}|}}, \quad (2)$$

dann lässt sich die Nettoprämie

$$SP_{x:\overline{n}|} = S \left(\frac{1}{a_{x:\overline{n}|}} - d \right)$$

darstellen in der Form

$$SP_{x:\overline{n}|} = \frac{1-\beta}{1+\alpha} S\pi_{x:\overline{n}|} - S \frac{\alpha d + \gamma}{1+\alpha},$$

also als lineare Kombination von Bruttoprämie und Versicherungssumme. Abkürzend wird geschrieben

$$a = \frac{1-\beta}{1+\alpha} \quad \text{und} \quad b = \frac{\alpha d + \gamma}{1+\alpha}.$$

Nach Einsetzen in Formel (1) ergibt sich

$$S_t V_{x:\overline{n}|} = S - (d-b) S a_{x+t:\overline{n-t}|} - a S \pi_{x:\overline{n}|} a_{x+t:\overline{n-t}|}. \quad (3)$$

Das ist die angestrebte Formel; sie erlaubt uns, auf die policenweise Führung der Nettoprämie zu verzichten, ohne dass die Gliederung des Bestandes für die Reserverechnung so weit getrieben werden muss wie bei der Promillesatzmethode. Da eigentlich die prospektive Formel verwendet wird, kommt man bei 5er Altersgruppen mit 400–500 Reservegruppen pro Tarif und Rechnungsgrundlage aus. Die prämienfreien Versicherungen müssen allerdings gesondert geführt werden. Immerhin kommt es auch in Betracht, sie mit den prämienpflichtigen mitlaufen zu lassen, wobei eine zusätzliche Reserve in Höhe von $b S a_{x+t:\overline{n-t}|}$ gestellt wird, die als Kostenreserve betrachtet werden könnte.

Die Reserverechnung mit der abgeleiteten Formel gestaltet sich in grossen Zügen folgendermassen: Der Bestand wird gegliedert nach Ablaufsjahren und Gruppen von erreichten Altern. Diese Sortierarbeit wird für den ganzen Bestand natürlich nur einmal durchgeführt, dann werden die Bestände mit Zugang und Abgang fortgeschrieben. Pro Gruppe werden dann Summenkarten erstellt, auf welchen das Total der Versicherungssumme und Bruttoprämie pro Gruppe eingelocht wird. Dann folgen die Multiplikationen der Summe und Bruttoprämie mit den Faktoren, sei es vollautomatisch mit dem Rechenlocher oder auf gewöhnlichen Rechenmaschinen. Der Einsatz eines Rechenlochers lohnt sich nur dann, wenn dieser ohnehin für andere Zwecke notwendig ist und deshalb dem Betrieb bereits zur Verfügung steht. Zum Abschluss sind die Ergebnisse der Multiplikation zu addieren und die Totale von der gesamten Versicherungssumme zu subtrahieren. Die ganze Arbeit ist somit verhältnismässig einfach.

Formel (3) muss wegen der meist unterjährig en Prämienzahlung noch angepasst werden. Genau ist dies nur möglich, wenn auch die Versicherungsperiode unterjährig gewählt ist. Formel (3) geht dann über in

$$S_t V_{x:\overline{n}|} = S - (d^{(m)} - b) S a_{x+t:\overline{n-t}|}^{(m)} - a m S \pi_{x:n|}^{(m)} a_{x+t:\overline{n-t}|}^{(m)} \quad (4)$$

wo $d^{(m)} = m(1 - v^{1/m})$, $S \pi_{x:n|}^{(m)}$ = Prämienrate und m = Anzahl der Versicherungsperioden pro Jahr.

Im allgemeinen wird in der Volksversicherung nur eine Zahlungsweise zugelassen, weil es dem Prinzip der einfachen Verwaltung für die Volksversicherung widerspricht, verschiedene Prämienzahlungsweisen zu gestatten. Wenn dies jedoch bei einzelnen Gesellschaften vorkommen sollte, müsste die Reserverechnung nach Prämienzahlungsweisen getrennt werden.

Die Nettoprämie, die mit der linearen Beziehung konstruiert wird, ist die Nettoprämie nach Abschlussgrundlagen. Die Reserverechnung erfolgt häufig nach andern Grundlagen. Wenn dabei die Nettoprämie nach Tarifgrundlagen verwendet wird, was zum mindesten stark in Betracht kommt, lassen sich die Formeln (3) und (4) ohne weiteres anwenden. Wenn hingegen auch die Nettoprämie nach den Grundlagen für die Reserverechnung eingesetzt werden soll, gilt unsere Beziehung zwischen Tarif-Bruttoprämie und Reserve-Nettoprämie nicht mehr exakt. Immerhin kann auch dann versucht werden, mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate näherungsweise eine lineare Beziehung herzustellen.

Es müssen dann die Konstanten a und b in der linearen Beziehung

$$S_i P'_{x_i:\overline{n_i}|} = a S_i \pi_{x_i:\overline{n_i}|} - b S_i$$

für Versicherungskombinationen (i), welche der tatsächlichen Bestandeszusammensetzung entsprechen, so gewählt werden, dass

$$\sum_i (S_i P'_{x_i:\overline{n_i}|} - a S_i \pi_{x_i:\overline{n_i}|} + b S_i)^2 = \text{Minimum.}$$

Dabei stellt $S_i P'_{x_i:\overline{n_i}|}$ die genäherte Nettoprämie dar.

Durch Nullsetzen der ersten Ableitungen ergeben sich die Gleichungen

$$\begin{aligned} a \sum_i (S_i \pi_{x_i:\overline{n_i}|})^2 - b \sum_i S_i S_i \pi_{x_i:\overline{n_i}|} &= \sum_i S_i P'_{x_i:\overline{n_i}|} S_i \pi_{x_i:\overline{n_i}|}, \\ a \sum_i S_i S_i \pi_{x_i:\overline{n_i}|} - b \sum_i S_i^2 &= \sum_i S_i S_i P'_{x_i:\overline{n_i}|}. \end{aligned}$$

Daraus folgt

$$a = \frac{\sum_i S_i S_i \pi_{x_i:\overline{n_i}} \sum_i S_i S_i P_{x_i:\overline{n_i}} - \sum_i S_i^2 \sum_i S_i P_{x_i:\overline{n_i}} S_i \pi_{x_i:\overline{n_i}}}{(\sum_i S_i S_i \pi_{x_i:\overline{n_i}})^2 - \sum_i S_i^2 \sum_i (S_i \pi_{x_i:\overline{n_i}})^2},$$

$$b = \frac{\sum_i (S_i \pi_{x_i:\overline{n_i}})^2 \sum_i S_i S_i P_{x_i:\overline{n_i}} - \sum_i S_i S_i \pi_{x_i:\overline{n_i}} \sum_i S_i P_{x_i:\overline{n_i}} S_i \pi_{x_i:\overline{n_i}}}{(\sum_i S_i S_i \pi_{x_i:\overline{n_i}})^2 - \sum_i S_i^2 \sum_i (S_i \pi_{x_i:\overline{n_i}})^2}.$$

Die Abweichungen, welche sich zwischen der mit Hilfe der linearen Beziehungen gerechneten und der genauen Reserveprämie für einige Beispiele ergeben, sind aus der Tabelle am Ende dieser Arbeit ersichtlich. Die Ergebnisse bei Änderungen im Zinsfuss zwischen Tarifbrutto- und Reservenettoprämie sind besser als diejenigen bei Änderungen der Sterbetafel. Die auftretenden Abweichungen nach oben und unten sind jedoch in beiden Fällen durchaus tragbar. Selbst wenn jedoch die lineare Beziehung verhältnismässig schlecht erfüllt ist, sollte das keinen Grund dafür bilden, dass das beschriebene Verfahren nicht mehr angewendet wird. Die Formeln (2) und (3) bedeuten doch eigentlich folgendes: Als Nettoprämie geht in die Reserverechnung die Bruttoprämie ein, abzüglich eines Promillesatzes der Summe und eines Prozentsatzes der Prämie. Für die laufende Verwaltung und gegebenenfalls die Ausschüttung von Gewinnanteilen stehen somit jedes Jahr ein fester Prozentsatz der Prämie und ein fester Promillesatz der Versicherungssumme zur Verfügung. Das Verfahren ist also sehr sinnvoll, zum mindesten ebenso sinnvoll wie die Verwendung einer Nettoprämie nach veralteten Grundlagen, die den heutigen Verhältnissen nicht mehr entspricht. Ausserdem darf die Genauigkeit beim Deckungskapital auch nicht überschätzt werden. Die Wahl der Rechnungsgrundlagen hat derartige Einflüsse auf das Ergebnis, dass eine kleine Abweichung durch das Rechenverfahren keine Rolle spielt. Schliesslich muss in diesem Zusammenhang auch darauf hingewiesen werden, dass das in der Schweiz übliche und unseren Überlegungen zugrunde gelegte Netto-deckungskapital ohnehin nur von beschränktem Erkenntniswert ist. Eine Bilanz und eine Gewinn- und Verlustrechnung unter Verwendung der Nettoprämienreserve sagen nicht sehr viel aus. Es ist deshalb auch nicht notwendig, bei der Berechnung der Nettoprämienreserve eine überspitzte Genauigkeit anzustreben.

Wenn die Tarifprämie nicht nach Formel (2) berechnet wird, wird die lineare Beziehung ebenfalls nicht mehr exakt gelten. Doch sollte das nach dem eben Dargelegten die Anwendung des Verfahrens nicht hindern.

Zum Schluss sei noch kurz darauf hingewiesen, was sich mit einer zweckmässigen Organisation der Reserverechnung in der Volksversicherung unter Verzicht auf einzeln geführte Nettoprämien und Hilfszahlen erreichen lässt. Erstens entfallen die Berechnung und das Nachführen dieser technischen Grössen für den ganzen Bestand. Zweitens wird es möglich, mit einem *einzigem* Lochkartenbestand die gesamte laufende Verwaltung zu besorgen. Es ergeben sich dadurch wesentliche Einsparungen. Der Umfang der Einsparungen hängt natürlich von den Verhältnissen der einzelnen Gesellschaft ab. Die grossen deutschen Volksversicherungsgesellschaften mit Beständen von einigen Millionen Versicherungen wenden unseres Wissens durchwegs Verfahren ohne Verwendung von einzeln berechneten technischen Grössen an und kommen deshalb mit einer einzigen Lochkarte für die laufende Verwaltung aus. Interessanterweise soll übrigens das in dieser Arbeit entwickelte prospektive Verfahren mit der Konstruktion der Nettoprämie aus Bruttoprämie und Versicherungssumme bereits vor längerer Zeit von einer deutschen Volksversicherungsgesellschaft gebraucht worden sein.

*Beispiele für die Genauigkeit der durch eine lineare Beziehung aus Bruttoprämie
und Versicherungssumme dargestellten Nettoprämie*

Gemischte Versicherung, Summe 1000, Bruttoprämie nach SM 1921/30, $3\frac{1}{2}\%$

x	n	$52 \pi_{x:\overline{n}}^{(52)}$	Nettoprämie nach SM 1921/30 $2\frac{1}{2}\%$			Nettoprämie nach SM 1939/44 $3\frac{1}{2}\%$			Nettoprämie nach SM 1939/44 $2\frac{1}{2}\%$		
			$P_{x:\overline{n}}^{(52)}$	$P'_{x:\overline{n}}^{(52)}$	Abweichung	$P_{x:\overline{n}}^{(52)}$	$P'_{x:\overline{n}}^{(52)}$	Abweichung	$P_{x:\overline{n}}^{(52)}$	$P'_{x:\overline{n}}^{(52)}$	Abweichung
20	10	107.11	90.53	90.52	- 0.01	86.00	85.01	- 0.99	90.08	89.07	- 1.01
	15	69.35	57.58	57.31	- 0.27	53.28	52.39	- 0.89	57.08	55.94	- 1.14
	20	50.80	41.32	40.99	- 0.33	37.20	36.37	- 0.83	40.75	39.67	- 1.08
	25	40.09	31.78	31.57	- 0.21	27.83	27.11	- 0.72	31.13	30.27	- 0.86
	30	33.40	25.65	25.69	+ 0.04	21.84	21.33	- 0.51	24.89	24.41	- 0.48
	35	28.49	21.49	21.37	- 0.12	17.81	17.09	- 0.72	20.63	20.10	- 0.53
30	10	107.53	90.90	90.89	- 0.01	86.09	85.38	- 0.71	90.16	89.44	- 0.72
	15	70.03	58.15	57.91	- 0.24	53.50	52.98	- 0.52	57.29	56.54	- 0.75
	20	51.82	42.18	41.89	- 0.29	37.65	37.25	- 0.40	41.18	40.56	- 0.62
	25	41.55	32.98	32.86	- 0.12	28.56	28.38	- 0.18	31.84	31.56	- 0.28
	30	35.39	27.25	27.44	+ 0.19	22.91	23.05	+ 0.14	25.95	26.15	+ 0.20
	35	31.05	23.57	23.62	+ 0.05	19.30	19.30	0	22.11	22.34	+ 0.23
40	10	109.70	92.79	92.80	+ 0.01	87.44	87.25	- 0.19	91.46	91.34	- 0.12
	15	72.91	60.57	60.44	- 0.13	55.30	55.47	+ 0.17	59.04	59.07	+ 0.03
	20	55.50	45.20	45.13	- 0.07	39.99	40.43	+ 0.44	43.44	43.79	+ 0.35
	25	46.14	36.70	36.89	+ 0.19	31.54	32.34	+ 0.80	34.72	35.58	+ 0.86
	30	41.03	31.78	32.40	+ 0.62	26.66	27.93	+ 1.27	29.59	31.10	+ 1.51
50	10	115.48	97.77	97.89	+ 0.12	91.47	92.24	+ 0.77	95.41	96.41	+ 1.00
	15	80.10	66.60	66.77	+ 0.17	60.39	61.68	+ 1.29	63.97	65.37	+ 1.40
	20	64.40	52.53	52.96	+ 0.43	46.34	48.12	+ 1.78	49.60	51.60	+ 2.00
Mittlere absolute Abweichung			0.18			0.67			0.76		