Zeitschrift: Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker

= Bulletin / Association des Actuaires Suisses = Bulletin / Association of

Swiss Actuaries

Herausgeber: Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker

Band: 53 (1953)

Artikel: Ergänzende Note zu "Prämien und Deckungskapitalien in der

Todesfallversicherung, wenn die Beiträge nur bis zum Todestag

geschuldet sind"

Autor: Zwinggi, Ernst

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-551093

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 09.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Ergänzende Note zu «Prämien und Deckungskapitalien in der Todesfallversicherung, wenn die Beiträge nur bis zum Todestag geschuldet sind»

Von Ernst Zwinggi, Basel

In der Arbeit «Prämien und Deckungskapitalien in der Todesfallversicherung, wenn die Beiträge nur bis zum Todestag geschuldet sind» (52. Band, 1952, S. 153–160) bestimmten wir u. a. die Prämie der gemischten Versicherung auf ein Leben für den besondern Fall, dass die Beiträge nur bis zum Todestag geschuldet sind. Im folgenden wollen wir die Ansätze auf die gemischte Versicherung für zwei verbundene Leben ausdehnen; es wird sich dabei zeigen, dass die Lösung nicht mehr die frühere geschlossene Form aufweist, vielmehr zu einer, wenn auch sehr guten Näherung führt.

Seien x_1 und x_2 die beiden Abschlussalter; beim ersten Tod, spätestens nach n Jahren, werde die Summe «1» fällig. Die stetig zahlbar angenommene Prämie ist $\overline{P}_{x_1x_2}$. Sei ferner mit ${}_t\overline{V}_{x_1x_2}=\overline{V}(0)$, ${}_{t+1}\overline{V}_{x_1x_2}=\overline{V}(1)$, $x_1+t=y_1$ und $x_2+t=y_2$ bezeichnet und t ganzzahlig vorausgesetzt; dann hat die Rekursionsformel des Deckungskapitals für $h\leqslant 1$ die Form

$$\overline{V}(0) e^{\delta h} + \overline{P}_{x_1 x_2} \int_0^h e^{\delta (h-\xi)} \frac{l_{y_1 + \xi} l_{y_2 + \xi}}{l_{y_1} l_{y_2}} d\xi - \int_0^h e^{\delta (h-\xi)} \frac{l_{y_1 + \xi} l_{y_2 + \xi}}{l_{y_1 + \xi} l_{y_2}} d\xi - \frac{l_{y_1 + h} l_{y_2 + h}}{l_{y_1} l_{y_2}} \overline{V}(h) = 0. \quad (1)$$

Im Intervall t bis t+h soll die Sterbewahrscheinlichkeit linear verlaufen; also ist

$$\frac{l_{y+\xi}}{l_y} = 1 - \xi \, q_y \tag{2}$$

und

$$\mu_{y+\xi} = \frac{q_y}{1 - \xi \, q_y} \tag{3}$$

mit $y = y_1$ und $y = y_2$.

Eingesetzt in (1) folgt mit den Abkürzungen

$$\overline{s}_{\overline{h}|} = \overline{a}_{\overline{h}|} e^{\delta h} = \int_{0}^{h} e^{\delta(h-\xi)} d\xi = \frac{e^{\delta h} - 1}{\delta},$$

$$k_{h} = \int_{0}^{h} \xi e^{\delta(h-\xi)} d\xi = \frac{\overline{s}_{\overline{h}|} - h}{\delta},$$

$$g_{h} = \int_{0}^{h} \xi^{2} e^{\delta(h-\xi)} d\xi = \frac{2k_{h} - h^{2}}{\delta}$$

$$(4)$$

für

$$\int_{0}^{h} e^{\delta(h-\xi)} \frac{l_{y_{1}+\xi} l_{y_{2}+\xi}}{l_{y_{1}} l_{y_{2}}} d\xi = \bar{s}_{\overline{h}|} - k_{h} (q_{y_{1}} + q_{y_{2}}) + g_{h} q_{y_{1}} q_{y_{2}}.$$
 (5)

In ähnlicher Weise erhalten wir für

$$\int_{\epsilon}^{h} e^{\delta(h-\xi)} \frac{l_{y_1+\xi} l_{y_2+\xi} (\mu_{y_1+\xi} + \mu_{y_2+\xi})}{l_{y_1} l_{y_2}} d\xi = \overline{s}_{\overline{h}|} (q_{y_1} + q_{y_2}) - 2k_h q_{y_1} q_{y_2}.$$
 (6)

Somit wird aus (1) unter Verwendung von (5) und (6)

$$\begin{split} \overline{V}(0) \; e^{\delta h} + \; \overline{P}_{x_1 x_2} \left\{ \overline{a}_{\overline{h}|} \, e^{dh} - k_h (q_{y_1} + q_{y_2}) + g_h \, q_{y_1} \, q_{y_2} \right\} - \\ - \bar{s}_{\overline{h}|} (q_{y_1} + q_{y_2}) + 2 \, k_h \, q_{y_1} \, q_{y_2} - (1 - h \, q_{y_1}) \; (1 - h \, q_{y_2}) \; \overline{V}(h) \; = \; 0 \; . \end{split}$$

Zur Auflösung von (7) setzen wir h=1 und finden nach Hinzufügen von $\pm v\,k_1\,\overline{P}_{x_1x_2}\,q_{y_1}\,q_{y_2}$ und $\pm v\,\overline{s}_{\overline{1}|}\,q_{y_1}\,q_{y_2}$ die Rekursionsformel

$$\begin{split} &_{t+1}\overline{V}_{x_{1}x_{2}} = \frac{{}_{t}\overline{V}_{x_{1}x_{2}}}{v(1-q_{x_{1}+t})(1-q_{x_{2}+t})} + \frac{1}{v(1-q_{x_{1}+t})(1-q_{x_{2}+t})} \cdot \\ & \cdot \left\{ \overline{P}_{x_{1}x_{2}} \left[\overline{a}_{\overline{1}} - vk_{1}(q_{x_{1}+t} + q_{x_{2}+t} - q_{x_{1}+t} \, q_{x_{2}+t}) \right] + \overline{P}_{x_{1}x_{2}}v(g_{1}-k_{1}) \, q_{x_{1}+t} \, q_{x_{2}+t} - v\overline{s}_{\overline{1}} (q_{x_{1}+t} + q_{x_{2}+t} - q_{x_{1}+t} \, q_{x_{2}+t}) - v(\overline{s}_{\overline{1}} - 2k_{1}) \, (q_{x_{1}+t}q_{x_{2}+t}) \right\}. \end{split} \tag{8}$$

Aufgelöst nach den Regeln der Differenzenrechnung folgt

$${}_{t}\overline{V}_{x_{1}x_{2}} = \frac{D_{x_{1}x_{2}}}{D_{x_{1}+t, x_{2}+t}} \sum_{0}^{t-1} \frac{D_{x_{1}+\tau, x_{2}+\tau}}{D_{x_{1}x_{2}}} \cdot \left\{ \overline{P}_{x_{1}x_{2}} \left[\overline{a}_{\overline{1}|} - vk_{1} (q_{x_{1}+\tau} + q_{x_{2}+\tau} - q_{x_{1}+\tau} q_{x_{2}+\tau}) \right] + \overline{P}_{x_{1}x_{2}} v(g_{1}-k_{1}) q_{x_{1}+\tau} q_{x_{2}+\tau} - v\overline{s}_{\overline{1}|} (q_{x_{1}+\tau} + q_{x_{2}+\tau} - q_{x_{1}+\tau} q_{x_{2}+\tau}) - v(\overline{s}_{\overline{1}|} - 2k_{1}) q_{x_{1}+\tau} q_{x_{2}+\tau} \right\}. \tag{9}$$

Weil aber

$$C_{x_1+\tau, x_2+\tau} = v^{x_1+\tau+1} \, l_{x_1+\tau} \, l_{x_2+\tau} (q_{x_1+\tau} + q_{x_2+\tau} - q_{x_1+\tau} \, q_{x_2+\tau}) \quad (10)$$

ist, wird mit t = n und $_{n}V_{x_{1}x_{2}} = 1$

Daraus folgt, wenn

$$W_{1} = \frac{v(g_{1} - k_{1})}{D_{x_{1}x_{2}}} \sum_{0}^{n-1} D_{x_{1}+\tau, x_{2}+\tau} q_{x_{1}+\tau} q_{x_{2}+\tau}$$

$$W_{2} = \frac{v(\overline{s}_{1} - 2k_{1})}{D_{x_{1}x_{2}}} \sum_{0}^{n-1} D_{x_{1}+\tau, x_{2}+\tau} q_{x_{1}+\tau} q_{x_{2}+\tau}$$

$$(12)$$

gesetzt wird, für

$$\overline{P}_{x_1 x_2} = \frac{{}_{n} E_{x_1 x_2} + \overline{s}_{\overline{1}|} \cdot {}_{|n} A_{x_1 x_2} + W_2}{\overline{a}_{\overline{1}|} a_{x_1 x_2 : \overline{n}|} - k_1 \cdot {}_{|n} A_{x_1 x_2} + W_1}.$$
(13)

Im Ergebnis (13) stören die Grössen W_1 und W_2 , da sie nicht tabelliert vorliegen; sonst treten nur die üblichen diskontinuierlichen und daher in den Tabellen vorhandenen Grundwerte auf. Es zeigt sich aber, dass die Formel

$$\overline{P}_{x_1 x_2} = \frac{{}_{n} E_{x_1 x_2} + \overline{s}_{\overline{1}| \cdot |_{n}} A_{x_1 x_2}}{\overline{a}_{\overline{1}|} a_{x_1 x_2 : \overline{n}|} - k_1 \cdot |_{n}}$$
(14)

vollkommen ausreicht zur Berechnung von $\overline{P}_{x_1x_2}$, wie das folgende Beispiel zeigt.

 $Verlauf\ von\ \overline{P}_{x_1x_2}$ S. M. 1921/30, 2¾ %, $x_1=x_2$

$x_1 = x_2$	n	$\overline{P}_{x_1x_2}$ nach (13) nach (14)		Abweichung
20 30 40 50	45 35 25 15	$^{9/_{00}}$ $19,86486$ $27,79113$ $43,27058$ $77,32982$	9/ ₆₆ 19,86 405 27,78 966 43,26 733 77,32 051	0/60 $0,041$ $0,053$ $0,075$ $0,120$