

Zeitschrift: Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker
= Bulletin / Association des Actuaires Suisses = Bulletin / Association of
Swiss Actuaries

Herausgeber: Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker

Band: 53 (1953)

Artikel: Ergänzende Note zu "Prämien und Deckungskapitalien in der
Todesfallversicherung, wenn die Beiträge nur bis zum Todestag
geschuldet sind"

Autor: Zwinggi, Ernst

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-551093>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 03.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Ergänzende Note zu
«Prämien und Deckungskapitalien in der Todesfall-
versicherung, wenn die Beiträge nur bis zum
Todestag geschuldet sind»

Von *Ernst Zwinggi*, Basel

In der Arbeit «Prämien und Deckungskapitalien in der Todesfallversicherung, wenn die Beiträge nur bis zum Todestag geschuldet sind» (52. Band, 1952, S. 153–160) bestimmten wir u. a. die Prämie der gemischten Versicherung auf ein Leben für den besondern Fall, dass die Beiträge nur bis zum Todestag geschuldet sind. Im folgenden wollen wir die Ansätze auf die gemischte Versicherung für zwei verbundene Leben ausdehnen; es wird sich dabei zeigen, dass die Lösung nicht mehr die frühere geschlossene Form aufweist, vielmehr zu einer, wenn auch sehr guten Näherung führt.

Seien x_1 und x_2 die beiden Abschlussalter; beim ersten Tod, spätestens nach n Jahren, werde die Summe «1» fällig. Die stetig zahlbar angenommene Prämie ist $\bar{P}_{x_1 x_2}$. Sei ferner mit ${}_t \bar{V}_{x_1 x_2} = \bar{V}(0)$, ${}_{t+1} \bar{V}_{x_1 x_2} = \bar{V}(1)$, $x_1 + t = y_1$ und $x_2 + t = y_2$ bezeichnet und t ganz-zahlig vorausgesetzt; dann hat die Rekursionsformel des Deckungskapitals für $h \leq 1$ die Form

$$\begin{aligned} \bar{V}(0) e^{\delta h} + \bar{P}_{x_1 x_2} \int_0^h e^{\delta(h-\xi)} \frac{l_{y_1+\xi} l_{y_2+\xi}}{l_{y_1} l_{y_2}} d\xi - \\ - \int_0^h e^{\delta(h-\xi)} \frac{l_{y_1+\xi} l_{y_2+\xi} (\mu_{y_1+\xi} + \mu_{y_2+\xi})}{l_{y_1} l_{y_2}} d\xi - \frac{l_{y_1+h} l_{y_2+h}}{l_{y_1} l_{y_2}} \bar{V}(h) = 0. \quad (1) \end{aligned}$$

Im Intervall t bis $t + h$ soll die Sterbewahrscheinlichkeit linear verlaufen; also ist

$$\frac{l_{y+\xi}}{l_y} = 1 - \xi q_y \quad (2)$$

und

$$\mu_{y+\xi} = \frac{q_y}{1 - \xi q_y} \quad (3)$$

mit $y = y_1$ und $y = y_2$.

Eingesetzt in (1) folgt mit den Abkürzungen

$$\left. \begin{aligned} \bar{s}_{\bar{h}} &= \bar{a}_{\bar{h}} e^{\delta h} = \int_0^h e^{\delta(h-\xi)} d\xi = \frac{e^{\delta h} - 1}{\delta}, \\ k_h &= \int_0^h \xi e^{\delta(h-\xi)} d\xi = \frac{\bar{s}_{\bar{h}} - h}{\delta}, \\ g_h &= \int_0^h \xi^2 e^{\delta(h-\xi)} d\xi = \frac{2k_h - h^2}{\delta} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

für

$$\int_0^h e^{\delta(h-\xi)} \frac{l_{y_1+\xi} l_{y_2+\xi}}{l_{y_1} l_{y_2}} d\xi = \bar{s}_{\bar{h}} - k_h (q_{y_1} + q_{y_2}) + g_h q_{y_1} q_{y_2}. \quad (5)$$

In ähnlicher Weise erhalten wir für

$$\int_0^h e^{\delta(h-\xi)} \frac{l_{y_1+\xi} l_{y_2+\xi} (\mu_{y_1+\xi} + \mu_{y_2+\xi})}{l_{y_1} l_{y_2}} d\xi = \bar{s}_{\bar{h}} (q_{y_1} + q_{y_2}) - 2k_h q_{y_1} q_{y_2}. \quad (6)$$

Somit wird aus (1) unter Verwendung von (5) und (6)

$$\begin{aligned} \bar{V}(0) e^{\delta h} + \bar{P}_{x_1 x_2} \{ \bar{a}_{\bar{h}} e^{\delta h} - k_h (q_{y_1} + q_{y_2}) + g_h q_{y_1} q_{y_2} \} - \\ - \bar{s}_{\bar{h}} (q_{y_1} + q_{y_2}) + 2k_h q_{y_1} q_{y_2} - (1 - h q_{y_1}) (1 - h q_{y_2}) \bar{V}(h) = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Zur Auflösung von (7) setzen wir $h = 1$ und finden nach Hinzufügen von $\pm v k_1 \bar{P}_{x_1 x_2} q_{y_1} q_{y_2}$ und $\pm v \bar{s}_{\bar{1}} q_{y_1} q_{y_2}$ die Rekursionsformel

$$\begin{aligned} {}_{t+1} \bar{V}_{x_1 x_2} &= \frac{{}_t \bar{V}_{x_1 x_2}}{v(1 - q_{x_1+t})(1 - q_{x_2+t})} + \frac{1}{v(1 - q_{x_1+t})(1 - q_{x_2+t})} \cdot \\ &\cdot \{ \bar{P}_{x_1 x_2} [\bar{s}_{\bar{1}} - v k_1 (q_{x_1+t} + q_{x_2+t} - q_{x_1+t} q_{x_2+t})] + \bar{P}_{x_1 x_2} v (g_1 - k_1) q_{x_1+t} q_{x_2+t} - \\ &- v \bar{s}_{\bar{1}} (q_{x_1+t} + q_{x_2+t} - q_{x_1+t} q_{x_2+t}) - v (\bar{s}_{\bar{1}} - 2k_1) (q_{x_1+t} q_{x_2+t}) \}. \end{aligned} \quad (8)$$

Aufgelöst nach den Regeln der Differenzenrechnung folgt

$${}_t \bar{V}_{x_1 x_2} = \frac{D_{x_1 x_2}}{D_{x_1+t, x_2+t}} \sum_0^{t-1} \frac{D_{x_1+\tau, x_2+\tau}}{D_{x_1 x_2}} \cdot \\ \cdot \{ \bar{P}_{x_1 x_2} [\bar{a}_{\bar{1}} - v k_1 (q_{x_1+\tau} + q_{x_2+\tau} - q_{x_1+\tau} q_{x_2+\tau})] + \bar{P}_{x_1 x_2} v (g_1 - k_1) q_{x_1+\tau} q_{x_2+\tau} - \\ - v \bar{s}_{\bar{1}} (q_{x_1+\tau} + q_{x_2+\tau} - q_{x_1+\tau} q_{x_2+\tau}) - v (\bar{s}_{\bar{1}} - 2k_1) q_{x_1+\tau} q_{x_2+\tau} \}. \quad (9)$$

Weil aber

$$C_{x_1+\tau, x_2+\tau} = v^{x_1+\tau+1} l_{x_1+\tau} l_{x_2+\tau} (q_{x_1+\tau} + q_{x_2+\tau} - q_{x_1+\tau} q_{x_2+\tau}) \quad (10)$$

ist, wird mit $t = n$ und ${}_n V_{x_1 x_2} = 1$

$${}_n E_{x_1 x_2} = \bar{P}_{x_1 x_2} \bar{a}_{\bar{1}} a_{x_1 x_2 : \bar{n}} - \bar{P}_{x_1 x_2} k_1 \cdot {}_{|n} A_{x_1 x_2} + \\ + \bar{P}_{x_1 x_2} v (g_1 - k_1) \frac{1}{D_{x_1 x_2}} \sum_0^{n-1} D_{x_1+\tau, x_2+\tau} q_{x_1+\tau} q_{x_2+\tau} - \\ - \bar{s}_{\bar{1}} \cdot {}_{|n} A_{x_1 x_2} - v (\bar{s}_{\bar{1}} - 2k_1) \frac{1}{D_{x_1 x_2}} \sum_0^{n-1} D_{x_1+\tau, x_2+\tau} q_{x_1+\tau} q_{x_2+\tau}. \quad (11)$$

Daraus folgt, wenn

$$W_1 = \frac{v (g_1 - k_1)}{D_{x_1 x_2}} \sum_0^{n-1} D_{x_1+\tau, x_2+\tau} q_{x_1+\tau} q_{x_2+\tau} \quad \left. \right\} \quad (12)$$

$$W_2 = \frac{v (\bar{s}_{\bar{1}} - 2k_1)}{D_{x_1 x_2}} \sum_0^{n-1} D_{x_1+\tau, x_2+\tau} q_{x_1+\tau} q_{x_2+\tau}$$

gesetzt wird, für

$$\bar{P}_{x_1 x_2} = \frac{{}_n E_{x_1 x_2} + \bar{s}_{\bar{1}} \cdot {}_{|n} A_{x_1 x_2} + W_2}{\bar{a}_{\bar{1}} a_{x_1 x_2 : \bar{n}} - k_1 \cdot {}_{|n} A_{x_1 x_2} + W_1}. \quad (13)$$

Im Ergebnis (13) stören die Größen W_1 und W_2 , da sie nicht tabelliert vorliegen; sonst treten nur die üblichen *diskontinuierlichen* und daher in den Tabellen vorhandenen Grundwerte auf. Es zeigt sich aber, dass die Formel

$$\bar{P}_{x_1 x_2} = \frac{{}_n E_{x_1 x_2} + \bar{s}_{\bar{1}} \cdot {}_{|n} A_{x_1 x_2}}{\bar{a}_{\bar{1}} a_{x_1 x_2 : \bar{n}} - k_1 \cdot {}_{|n} A_{x_1 x_2}} \quad (14)$$

vollkommen ausreicht zur Berechnung von $\bar{P}_{x_1 x_2}$, wie das folgende Beispiel zeigt.

Verlauf von $\bar{P}_{x_1 x_2}$

S. M. 1921/30, $2\frac{3}{4}\%$, $x_1 = x_2$

$x_1 = x_2$	n	$\bar{P}_{x_1 x_2}$		Abweichung
		nach (13)	nach (14)	
		‰	‰	‰
20	45	19,86 486	19,86 405	0,041
30	35	27,79 113	27,78 966	0,053
40	25	43,27 058	43,26 733	0,075
50	15	77,32 982	77,32 051	0,120