

Zeitschrift:	Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker = Bulletin / Association des Actuaires Suisses = Bulletin / Association of Swiss Actuaries
Herausgeber:	Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker
Band:	49 (1949)
Artikel:	Zusammengefasste Berechnung der Verwaltungskostenreserve für einen aus verschiedenen Versicherungsarten gemischten Bestand
Autor:	Humbert, Friedrich
DOI:	https://doi.org/10.5169/seals-555061

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 09.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Zusammengefasste Berechnung der Verwaltungskostenreserve für einen aus verschie- denen Versicherungsarten gemischten Bestand

Von *Friedrich Humbert, Oldenburg*

Enthält ein Lebensversicherungsbestand L mehrere der Teilbestände

$G(t = n)$: gemischte Versicherungen mit Prämienzahlungsdauer t gleich Versicherungsdauer n , darunter gegebenenfalls auch lebenslängliche Todesfallversicherungen mit lebenslänger Prämienzahlung,

$G(t < n)$: gemischte Versicherungen mit Prämienzahlungsdauer kürzer als Versicherungsdauer, darunter gegebenenfalls auch lebenslängliche Todesfallversicherungen mit abgekürzter Prämienzahlungsdauer, sowie auch Versicherungen beider Arten nach Ablauf der Prämienzahlungsdauer,

$T(t = n)$: à-terme-fixe-Versicherungen mit Prämienzahlungsdauer gleich Versicherungsdauer, darunter gegebenenfalls auch solche, die durch Tod des Versicherten prämienfrei geworden sind,

$T(t < n)$: à-terme-fixe-Versicherungen mit Prämienzahlungsdauer kürzer als Versicherungsdauer, darunter gegebenenfalls auch solche, die durch Tod des Versicherten oder Ablauf der Prämienzahlungsdauer prämienfrei geworden sind,

$E(0 < n)$: Versicherungen gegen Einmalprämie und solche der vorgenannten Teilbestände, die auf Antrag vorzeitig prämienfrei gestellt wurden,

so kann man die an sich nur für die Teilbestände $G(t < n)$, $T(t = n)$, $T(t < n)$ und $E(0 < n)$ erforderliche Verwaltungskostenreserve aus der Netto- und Zillmerreserve ${}^L V$ bzw. ${}^L V^Z$ für den Gesamtbestand L in einfachster Weise berechnen, ohne dass die Kenntnis dieser Reserven für die Einzelbestände erforderlich wäre, ja ohne dass diese Teilbestände überhaupt in zusammengefasster Ordnung innerhalb des Gesamtbestandes geführt werden müssten.

Voraussetzungen hierfür sind lediglich, dass der Rechnungs-zinsfuss i , der Zillmersatz α und der Verwaltungskostensatz γ für alle Einzelversicherungen in allen Teilbeständen dieselben sind und γ je Versicherungsjahr in ‰ der Versicherungssumme festgesetzt ist.

Zum Nachweis der Behauptung genügt es, die Formeln für die k -te Verwaltungskostenreserve ${}_k U$ für Einzelversicherungen der Teilbestände $G(t < n)$ und $T(t < n)$ zu betrachten, aus denen sich die anderen Fälle durch Spezialisierung ergeben. Bekanntlich ist

$${}^{G(t < n)} {}_k U = \gamma \cdot \left(a_{x+k, \bar{n-k}} - a_{xn} \cdot \frac{a_{x+k, \bar{t-k}}}{a_{xt}} \right); \quad {}^{T(t < n)} {}_k U = \gamma \cdot \left(a_{\bar{n-k}} - a_{\bar{n}} \cdot \frac{a_{x+k, \bar{t-k}}}{a_{xt}} \right). \quad (1)$$

Wendet man darin auf

$$a_{x+k, \bar{n-k}} \text{ und } a_{xn} \quad \text{bzw.} \quad a_{\bar{n-k}} \text{ und } a_{\bar{n}}$$

die Umformung

$$a_{xn} = \frac{1 - A_{xn}}{d} \quad \text{bzw.} \quad a_{\bar{n}} = \frac{1 - v^n}{d} \quad (2)$$

an, und ersetzt man nach dem allgemeinen Zusammenhang, der zwischen Netto- und Zillmerreserve besteht,

$$\frac{a_{x+k, \bar{t-k}}}{a_{xt}} \quad (3)$$

durch

$$\frac{{}^{G(t < n)} {}_k V_{xn} - {}^{G(t < n)} {}_k V^Z_{xn}}{\alpha} \quad \text{bzw.} \quad \frac{{}^{T(t < n)} {}_k V_{xn} - {}^{T(t < n)} {}_k V^Z_{xn}}{\alpha},$$

so führen — ohne die Bestandsindizes geschrieben — beide Ausgangsformeln (1) zu der gleichen Schlussformel

$${}_k U = \frac{\gamma}{d} \cdot \left(1 - {}_k V - \frac{{}^k V - {}_k V^Z}{\alpha} \right). \quad (4)$$

Diese Formel hat folgende Eigenschaften:

- a) Sie gilt für Versicherungen der Teilbestände $G(t < n)$ und $T(t < n)$ sowohl vor als auch nach Ablauf der Prämienzahlungsdauer und bei $T(t = n)$ und $T(t < n)$ auch dann, wenn die Prämienzahlung durch Tod des Versicherten vorzeitig endete. Sind nämlich Prämien nicht mehr zu zahlen, so ist in allen diesen Fällen

$${}_k V^Z = {}_k V = A_{x+k, \bar{n-k}} \quad \text{bzw.} \quad {}_k V^Z = {}_k V = v^{n-k} \quad (5)$$

und mit (2)

$${}^{G(t < n)} {}_k U = \gamma \cdot a_{x+k, \bar{n-k}} \quad \text{bzw.} \quad {}^{T(t < n)} {}_k U = \gamma \cdot a_{\bar{n-k}}. \quad (6)$$

- b) Aus den gleichen Gründen ist sie in jedem Falle auch für die im Teilbestand $E(0 < n)$ zusammengefassten Versicherungen gültig.
c) Wendet man schliesslich die für $G(t = n)$ -Versicherungen bekannte Beziehung

$${}^{G(t = n)} {}_k V^Z = (1 + \alpha) \cdot {}^{G(t = n)} {}_k V - \alpha = {}^{G(t = n)} {}_k V - \alpha \cdot (1 - {}^{G(t = n)} {}_k V) \quad (7)$$

auf (4) an, so findet man

$${}^{G(t = n)} {}_k U = 0,$$

was für Versicherungen mit durchlaufender Prämienzahlung von vornherein zutrifft.

Die Formel (4) führt also in jedem in der Behauptung enthaltenen Einzelfall zur richtigen Verwaltungskostenrücklage. Das gilt offenbar sowohl für die ${}_k V$ und ${}_k V^Z$ als Jahresreserven als auch dann, wenn man darunter Bilanzreserven versteht, die — wie üblich — durch lineare Interpolation aus den Jahresreserven gebildet werden. Zudem ist die Formel (4) so gestaltet, dass sie unter den getroffenen Voraus-

setzungen hinsichtlich $d = \frac{i}{1+i}$, α und γ ohne Rücksicht auf die verschiedenen Werte des k für den ganzen Bestand addiert werden kann. Versteht man daher unter ${}^L S$ die Gesamtversicherungssumme des Bestandes L und unter ${}^L V$ bzw. ${}^L V^Z$ die entsprechenden Reserven, so beträgt die für den ganzen Bestand zu stellende Verwaltungskostenreserve

$${}^L U = \frac{\gamma}{d} \cdot \left({}^L S - {}^L V - \frac{{}^L V - {}^L V^Z}{\alpha} \right). \quad (8)$$

Die Vereinfachung, die die Formel für die summarische Berechnung der Verwaltungskostenreserve darstellt, steht und fällt damit, dass man «zillmert». Wichtig ist, dass bei allen beitragsfrei — aus welchem Grunde auch immer — gewordenen Versicherungen, bei denen die Zillmerreserve gleich der Nettoreserve geworden ist, in den Registern oder Lochkarten die für die letztere geführten Hilfszahlen in der erforderlichen Weise auch mit unter den für die Zillmerreserve notwendigen Hilfszahlen aufgeführt werden; denn nur dann kann für solche Einzelversicherungen die Formel (4), in der Gesamtheit die Formel (8) zum richtigen Ergebnis führen.

Wird dagegen nicht gezillmert, ist also α von vornherein gleich Null, so wird das Bruchglied in (4) bzw. (8) unbestimmt. Mit (3) findet man als wahren Wert für den Einzelfall

$$\frac{a_{x+k, \overline{t-k}}}{a_{x\bar{t}}}.$$

Setzt man ihn in (4) ein, so stellt er darin eine nur für verhältnismässig kleine Gruppen von Versicherungen einheitliche Hilfszahl dar, die in den Registern oder Lochkarten besonders mitgeführt werden müsste. Ob und inwieweit andere Umformungen von (4) bzw. (1) zweckmässiger wären, liegt hier ausserhalb des Interesses.

Die für diese Arbeit gestellte Aufgabe war, zu zeigen, dass unter gewissen, vielfach erfüllten oder leicht erfüllbaren Voraussetzungen ein enger Zusammenhang zwischen Verwaltungskosten-, Netto- und Zillmerreserve besteht. Durch Umformung von (4) stellt sich dieser Zusammenhang als Erweiterung der bekannten Formel (7) dar, nämlich als die für alle in diese Betrachtung eingeschlossenen Versicherungsarten in gleicher Weise gültige Beziehung

$${}_kV^Z = (1 + \alpha) \cdot {}_kV - \alpha + \alpha \cdot \frac{d}{\gamma} \cdot {}_kU.$$