

Zeitschrift:	Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker = Bulletin / Association des Actuaires Suisses = Bulletin / Association of Swiss Actuaries
Herausgeber:	Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker
Band:	47 (1947)
Artikel:	Demographische und wirtschaftliche Rechnungsgrundlagen zur eidgenössischen Alters- und Hinterlassenensicherung
Autor:	Kaiser, Ernst
DOI:	https://doi.org/10.5169/seals-966843

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 15.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

B. Wissenschaftliche Mitteilungen

Demographische und wirtschaftliche Rechnungsgrundlagen zur eidgenössischen Alters- und Hinterlassenenversicherung

Nach einem Vortrag, gehalten an der 38. ordentlichen
Mitgliederversammlung, vom 5. Oktober 1946 in Solothurn,
der Vereinigung schweizerischer Versicherungsmathematiker

Von *Ernst Kaiser*, Bern

Die vornehmste Aufgabe des Versicherungsmathematikers liegt sowohl bei der Privatversicherung als auch bei der Sozialversicherung im Studium des finanziellen Gleichgewichts des zu betrachtenden Versicherungssystems. Dieses Studium beruht vor allem auf einer bestimmten Berechnungstechnik. Der Technik der Privatversicherung liegt bekanntlich das Äquivalenzprinzip zugrunde, welches jedoch in der Sozialversicherung weitgehend durchbrochen wird. Für jede Sozialversicherung muss daher eine eigene Berechnungstechnik ausgearbeitet werden, welche die spezifischen Merkmale des gegebenen Systems in bezug auf Leistung und Gegenleistung zu berücksichtigen hat.

Wir werden im folgenden versuchen, das Gerippe der Berechnungstechnik herauszuschälen, welche beim Studium des finanziellen Gleichgewichts der eidgenössischen Alters- und Hinterlassenenversicherung (im folgenden AHV genannt) verwendet wurde. Wir vermeiden es so weit als möglich, in diesem Zusammenhang Zahlenangaben zu machen, da das Bundesamt für Sozialversicherung beabsichtigt, demnächst technische Erläuterungen zum Bundesgesetz vom 20. Dezember 1946 zu veröffentlichen, welche die notwendigen Zahlenillustrationen sowie graphische Darstellungen enthalten werden. Als Einheit für die Zeit wird das Jahr und für Geldbeträge der Franken angenommen. Die zum Verständnis der Berechnungen mitgeteilten Gesetzesbestimmungen erheben keinen Anspruch auf Vollständigkeit.

I. Beiträge und Renten

1. Grundsätzlich wird durch die AHV die gesamte Bevölkerung versichert, und zwar ungeachtet des Alters, des Geschlechts, des Zivilstandes, der Nationalität und des Berufes. Erst durch die Definition der *Beitragspflicht* werden Altersgrenzen eingeführt. Es sei mit x das Beobachtungsalter zu Beginn eines Kalenderjahres bezeichnet, wobei die im Gesetzestext vom 20. Dezember 1946 genannten Abgrenzungen in bezug auf die Erreichung des Alters x im Laufe des folgenden Kalenderhalbjahres gebührend zu berücksichtigen sind. In den beiden Altersgruppen $0 \leq x \leq 19$ sowie $65 \leq x \leq \omega$ sind grundsätzlich nur jene beitragspflichtig, welche arbeiten, wogegen in der zentralen Gruppe $20 \leq x \leq 64$ mit Ausnahme der nichtberufstätigen Ehefrauen und Witwen alle Versicherten Beiträge zu bezahlen haben.

Die *jährliche Beitragshöhe* b bemisst sich folgendermassen in Abhängigkeit des jährlichen Erwerbseinkommens E

$$b = \beta \cdot E \quad (1)$$

wobei folgende Fälle zu unterscheiden sind:

$\beta = 0,04$ (1') für alle Unselbständigerwerbenden (inkl. Arbeitgeberbeitrag) und alle Selbständigerwerbenden mit einem jährlichen Arbeitseinkommen $E \geq 3600$.

$\beta = 0,02 + 0,001 \cdot \frac{E - 600}{150}$ (1'') sinkende Skala für die Selbständigerwerbenden mit einem jährlichen Arbeitseinkommen $600 < E < 3600$. (1'') in (1) substituiert ergibt eine Parabel 2. Ordnung.

$b = 12$ bei den Selbständigerwerbenden mit $E \leq 600$.

Die in jeder Altersstufe x bezahlten Jahresbeiträge b_x werden im individuellen Beitragskonto registriert. Bei Eintritt des Versicherungsfalles im Alter x_v wird der für die Berechnung der ordentlichen Renten massgebende *durchschnittliche Jahresbeitrag* folgendermassen berechnet, wobei x_e das Eintrittsalter des Versicherten darstellt:

$$b_{x_e/x_v} = \frac{\sum_{x=x_e}^{x_v-1} b_x}{x_v - x_e} \quad (2)$$

Für die Eintrittsgeneration, aus welcher während der ersten 45 Jahre sämtliche Altersrentner hervorgehen, gilt $x_e \geq 20$. Beiträge, welche die Neuzugänge vor Erreichung des 20. Altersjahres bezahlen, werden nur zur Beitragssumme im Zähler addiert, ähnlich wie die Beiträge der berufstätigen Ehefrauen. Nach Erreichung des 65. Altersjahres bezahlte Beiträge werden nicht mehr berücksichtigt. Aus diesen Bemerkungen folgt, dass für die anrechenbare Beitragsdauer immer gilt: $x_v - x_e \leq 45$. Es sei noch bemerkt, dass die Beiträge, welche effektiv gemäss der Relation (1'') bemessen werden, im individuellen Beitragskonto immer fiktiv gemäss (1') eingetragen werden. Der durchschnittliche Jahresbeitrag stellt demnach immer 4 % des durchschnittlichen Arbeitseinkommens dar.

2. Die AHV-Renten müssen gemäss einer *doppelten Systematik* betrachtet werden. Der erste Einteilungsgrund ist das Risiko. Danach wird unterschieden zwischen Altersrenten (einfache und Ehepaarrenten) und Hinterlassenenrenten (Witwen- und Waisenrenten). Als zweiter Einteilungsgrund wird die Beitragsdauer betrachtet. Hiernach gibt es Übergangsrenten (Beitragsdauer $n < 1$) und ordentliche Renten (Teilrenten für Beitragsdauern $1 \leq n < 20$ und Vollrenten bei Beitragsdauern $n \geq 20$). Jede Rentenart muss durch je ein Merkmal aus beiden Systematiken gekennzeichnet werden. Bei jeder muss zudem eine *doppelte Frage* beantwortet werden, nämlich jene nach der Anspruchsberechtigung und jene nach der Rentenhöhe.

In bezug auf die *Anspruchsberechtigung* sei nur daran erinnert, dass der Anspruch auf die Altersrenten grundsätzlich folgende Altersbedingungen voraussetzt, einfache Altersrente: $x \geq 65$, Ehepaar-Altersrente: $x \geq 65$ und $y \geq 60$. Der Anspruch auf ordentliche Renten ist unbedingt, und jener auf Übergangsrenten wird durch Einkommensgrenzen eingeschränkt (Bedarfsprinzip).

Die *Rentenhöhe* kann ganz allgemein durch folgende Formel berechnet werden:

$$R_n^I(b) = C_{n,i}^I + B_{n,i}^I \cdot b \quad (3)$$

wobei die verwendeten Symbole noch folgende Erläuterungen benötigen:

I : Rentenart gemäss dem Risiko (erster Einteilungsgrund),

$n = x_v - x_e$: Vollständige Beitragsdauer des betreffenden Jahrganges
(zweiter Einteilungsgrund),

b : Durchschnittlicher Jahresbeitrag berechnet gemäss (2),

i : Intervallindex von b , es gilt nämlich:

$$\begin{aligned} i = 1 & \text{ für } 0 < b < 30 \\ i = 2 & \text{ für } 30 \leq b < 75 \\ i = 3 & \text{ für } 75 \leq b < 150 \\ i = 4 & \text{ für } 150 \leq b < 300 \\ i = 5 & \text{ für } 300 \leq b < \infty \end{aligned}$$

Gemäss (3) ist R formell eine lineare Funktion von b . Da die Geraden-Koeffizienten C und B jedoch mit dem Intervallindex i variieren, stellt (3) tatsächlich einen fünfteiligen Polygonzug dar. Wir haben es bei der AHV demnach mit einem *polygonalen Rentensystem* zu tun. Auch die Übergangsrenten sind in (3) enthalten, bei $n = 0$ muss nämlich $b \equiv 0$ gesetzt und $C_{0,j}^I$ gemäss den 3 Ortsverhältnissen j : «Stadt — Halbstadt — Land» abgestuft werden, woraus sich die entsprechenden Übergangsrenten $R_{0,j}^I$ ergeben.

3. Die polygonale Natur des AHV-Rentensystems erschwert die finanziellen Berechnungen merklich. Die wirtschaftlichen Annahmen könnten nämlich weitgehend vermieden werden, wenn wir mit einem durchgängig *linearen Rentensystem*, wie z. B. jenem der Privatversicherung oder mancher ausländischer Sozialversicherungen, zu tun hätten. Derartige Renten stellen sich folgendermassen als Funktion des Durchschnittsbeitrages dar:

$$R_{x_e}^I(b) = C_{x_e}^I + B_{x_e}^I \cdot b \quad (4)$$

Die Koeffizienten B und C sind hier von b unabhängig. B ist meistens durch das Äquivalenzprinzip definiert, indem

$$B_{x_e} = \frac{a_{x_e}}{\bar{a}_{x_e}} \quad (4')$$

wobei a der Barwert der ab Alter x_e zu entrichtenden Jahresbeiträge 1 und \bar{a} der Barwert der zu erhoffenden Rentenzahlungen (einfache Altersrente = 1) darstellt. In der Privatversicherung gilt grundsätzlich $C = 0$, wogegen in der ausländischen Sozialversicherung C oft einen durch die öffentliche Hand finanzierten Grundbetrag darstellt.

II. Demographische Grundlagen

1. Die Berechnung der Bestände stellt ein zweidimensionales Problem dar. Es sei t (Abszisse) der Beobachtungszeitpunkt und x (Ordinate) das Beobachtungsalter. Es handelt sich darum, die *Variablen-Ebene* (t, x) mit den entsprechenden Beständen zu belegen. Wir wählen für $t = 0$ den 1. Januar 1948, d. h. das in Aussicht genommene Datum der Einführung der AHV. In der so gewählten Ebene können die verschiedenen Beitrags- und Rentnergenerationen durch drei Familien von Geraden gegeneinander abgegrenzt werden, nämlich durch horizontale (x konstant), vertikale (t konstant) und diagonale ($x = t - g$) Geraden. So lassen sich z. B. die Übergangsaltersrentner von den Teilaltersrentnern durch die Diagonale $x = t + 64,5$ und die Teilaltersrentner von den Vollaltersrentnern durch $x = t + 45,5$ trennen. Im folgenden werden wir insbesondere «vertikale» Probleme (Beobachtungen in einem gegebenen Zeitpunkt) und «diagonale» Probleme (Beobachtungen für einen gegebenen Geburtenjahrgang g) zu behandeln haben.

Neben den beiden Variablen t und x haben wir verschiedene Parameter zu betrachten, nämlich das Geschlecht, den Zivilstand, die Staatsangehörigkeit und den Beruf. Vorerst handelte es sich darum, für jeden Zeitpunkt $0 \leq t < \infty$ die absolute Altersstruktur der Gesamtbevölkerung, jedoch für Männer und Frauen getrennt, abzuschätzen, d. h. den Verlauf der zweidimensionalen Funktionen $L_x(t)$ bzw. $L_y(t)$ zu studieren. Sind diese Bestände L bekannt, so können aus ihnen mittels verschiedener biometrischer Funktionen und statistischer Verhältniszahlen die Bestände der Beitragspflichtigen sowie der Rentner, eingeteilt gemäss der unter Ziffer I, 2 mitgeteilten doppelten Systematik, abgeleitet werden. Es würde zu weit führen, diese zum Teil klassischen Rechnungsverfahren zu beschreiben, und wir werden uns deshalb darauf beschränken, kurz jene Annahmen mitzu teilen, welche zur Berechnung der Bestände L_x bzw. L_y benutzt wurden.

2. Als *Ausgangspositionen* müssen naturgemäß jene Bestände gewählt werden, welche den Punkten der x - bzw. der t -Achse zugeordnet sind, also die Bestände der sogenannten Eintrittsgeneration $L_x(0)$ sowie die Neuzugänge $L_0(t)$. Die Bestände der *Eintrittsgeneration* lassen sich zuverlässig aus der Volkszählung 1941 sowie der vom Eidgenössischen Statistischen Amt anhand der Zivilstandsmeldungen

berechneten Bevölkerungsfortschreibung ermitteln. In bezug auf die *Neuzugänge*, d. h. die künftigen Geburten müssen Annahmen getroffen werden. Für $0 \leq t < 20$ kann die Anzahl der im gebärfähigen Alter stehenden Frauen sowie deren Altersstruktur bestimmt werden ohne auf die Neuzugänge abstellen zu müssen. Anhand der sogenannten Gebärkraft bei den verschiedenen Altersstufen, welche im Laufe der Zeit eine bemerkenswerte Konstanz zeigt, kann die «Standardfruchtbarkeit» abgeleitet werden. Annahmen über diese Verhältniszahlen, für deren nähere Beschreibung wir auf die Veröffentlichungen des eidgenössischen Statistischen Amtes verweisen [4]¹⁾, gestatten, für die ersten Jahre die mutmassliche Zahl der Geburten abzuschätzen. Für $t \geq 20$ müssen in bezug auf die Erneuerungszahl zusätzliche Annahmen getroffen werden. Um deren Einfluss richtig zu würdigen, ist übrigens in bezug auf die Anzahl der künftigen Geburten mit verschiedenen Varianten operiert worden.

3. Von den Ausgangsgrössen $L_x(0)$ und $L_0(t)$ ausgehend können die Bestände $L_x(t)$ für jedes t und jedes x errechnet werden. Als biometrische Hilfsfunktion benötigt man hiezu eine *Überlebensordnung*. Bekanntlich ist die Sterblichkeit q_x mit t veränderlich, und zwar stellt man seit Jahrzehnten eine merkliche Abnahme der Sterblichkeit fest. Es wäre daher nicht angängig, bei den Vorausberechnungen die Sterblichkeitsabnahme nicht gebührend zu berücksichtigen. Vor allem sollten nicht einfach bereits vorhandene Volkssterbetafeln verwendet werden, denen eine zu hohe Sterblichkeit zugrunde liegt und deren Anwendung demnach zu niedrige Altersrentnerbestände ergeben würde. Ähnliche Gedankengänge haben im Verlaufe der letzten Jahre verschiedene Mitglieder der Vereinigung dazu bewogen, das Problem der Extrapolation von Sterbetafeln näher zu untersuchen. Wir möchten vor allem Baumann [1], Benteli [2] und Schuler [11] nennen. Benteli lässt die Gesamtsterblichkeit $q_x(t)$ noch während einiger Jahre linear mit t abnehmen, wogegen Baumann und Schuler zunächst die Ursachen der Sterblichkeitsabnahme näher untersuchen und dann annehmen, dass z. B. die partielle Tbc-Sterblichkeit noch um 50 % sinken werde. Besonders vollständig und wertvoll sind die Untersuchungen Schulers, der unter Verwendung logistischer Funktionen sogenannte Grenztafeln für $t = \infty$ aufgestellt hat.

¹⁾ Eckige Klammern verweisen auf den im Anhang veröffentlichten Literaturnachweis.

Die in der Praxis verwendeten Tafeln sind sogenannte *Periodenüberlebensordnungen*, welche die Grundgrössen $l_x(t)$ für ein konstantes t geben, d. h. es sind eigentlich «vertikale» Tafeln. Aus einer Serie ($t = t_1, t_2 \dots$) solcher Periodentafeln lassen sich sogenannte *Generationenüberlebensordnungen* ableiten, welche die Grundgrössen $l_x(g)$ vermitteln, d. h. eine Absterbeordnung für die Versicherten mit dem gleichen Geburtszeitpunkt $g = t - x$; es sind also «diagonale» Tafeln. Die theoretisch einzige richtige Methode bestünde nun darin, geeignete Generationentafeln auszuarbeiten, was allerdings voraussetzt, dass in bezug auf eines der üblichen Sterblichkeitsmasse Annahmen über deren Abhängigkeit von t getroffen werden. Die meisten Autoren operieren mit $q_x(t)$. Wir haben versucht, direkt mit $l_x(t)$ zu arbeiten und die Idee der *jährlichen Vermehrungsfaktoren*

$$f_x(t) = \frac{l_x(t+1)}{l_x(t)} \quad (5)$$

heranzuziehen, welche Friedli [6] in bezug auf die erwachsene Gesamtbevölkerung bei den Vorausberechnungen für das AHV-Projekt von 1931 verwendet hat. Auch Zwinggi [13] beschreibt in seinem Lehrbuch, in welchem er übrigens der Frage der Extrapolation von Sterbetafeln ein ganzes Kapitel widmet, ein ähnliches Verfahren, welches in der deutschen Sozialversicherung angewandt wurde. Die Faktoren $f_x(t)$ könnten nun für jedes Alter x ausgehend von den bekannten Volkssterbetafeln durch geeignete Funktionen gegen den Grenzwert $f_x(\infty) = 1$ extrapoliert werden. Aus (5) ist ohne weiteres ersichtlich, dass die für die AHV grundlegenden Überlebenswahrscheinlichkeiten ${}_n p_x$ nicht zunehmen, falls f_{x+n} und f_x die gleichen Werte durchlaufen. Die Sterblichkeit kann unter gewissen Bedingungen abnehmen, ohne dass sich hieraus zwangsläufig eine Vergrösserung der Überlebenswahrscheinlichkeiten ergibt. Die vergangenen Beobachtungen zeigen jedoch, dass dem vorderhand nicht so ist, und dass sich die Überlebenswahrscheinlichkeiten in nächster Zeit noch vergrössern werden.

Diese Theorie würde es erlauben, eine theoretisch korrekte Generationentafel zu konstruieren. Der Arbeitsaufwand hätte sich jedoch in Anbetracht des Einflusses der wirtschaftlichen Faktoren, welcher jenen der Sterblichkeit noch überschattet, nicht rechtfertigen lassen. Aus diesem Grunde hat man sich damit begnügt, eine einheitliche Überlebensordnung anzuwenden, welche durch eine zeitlich begrenzte

Extrapolation aus den letzten Volkssterbetafeln abgeleitet wurde. Anhand zweier für die Zeitpunkte t_1 bzw. t_2 gültigen Volkssterbetafeln, können folgende *durchschnittliche jährliche Vermehrungsfaktoren* berechnet werden:

$$\cdot \hat{f}_x = \sqrt[t_2-t_1]{\frac{l_x(t_2)}{l_x(t_1)}} \quad (6)$$

woraus sich dann die auf den Zeitpunkt t_3 extrapolierte Tafel gemäss folgender Formel berechnet:

$$l_x(t_3) = l_x(t_2) \cdot \hat{f}_x^{t_3-t_2} \quad (6')$$

Damit die durch diese «Durchschnittsextrapolation» berechnete Überlebensordnung einen richtigen Sterblichkeitsverlauf in den verschiedenen Altersstufen aufweist, wurde das Resultat noch gemäss der Makehamschen Formel

$$l_x = k \cdot s^x \cdot g^{c^x} \quad (7)$$

ausgeglichen¹⁾. Es ist übrigens nicht ausgeschlossen, dass Generationstafeln besser dem Makehamschen Gesetz folgen werden als die Periodensterbetafeln.

Diese extrapolierte Sterbetafel, bei deren Konstruktion übrigens die neuesten Sterblichkeitsmessungen des Eidgenössischen Statistischen Amtes berücksichtigt wurden, und bei der eine gewisse Schematisation nicht zu vermeiden war, wird unter dem Namen AHV 1948 für Männer und Frauen gesondert veröffentlicht. Formell wurde die Extrapolation auf den 1. 1. 48 durchgeführt; da jedoch die Faktoren f_x sich asymptotisch der Einheit nähern müssen, ist anzunehmen, dass die errechneten Durchschnittsfaktoren \hat{f}_x zu gross sind, so dass die berechnete Tafel etwa in den Jahren 1950—1955 Gültigkeit haben dürfte. Dazu wurde vorsichtshalber noch mit einer zweiten Annahme gerechnet, um den Einfluss einer noch weitgehenderen Sterblichkeitsabnahme gebührend zu berücksichtigen. Es sei noch bemerkt, dass die angewandte Sterbetafel beinahe den Verlauf einer der Grenztafeln Schuler aufweist. Es ist nun zu hoffen, dass das Eidgenössische Statistische Amt, ausgehend von den neuesten Sterblichkeitsuntersuchungen 1939—1944, eigentliche Generationstafeln aufstellen wird, was sicher allgemein begrüßt würde.

¹⁾ Methode King-Hardy.

4. Die ganze Variablen-Ebene (t, x) kann nun mit Beständen $L_x(t)$ belegt werden. Da die wichtigste Belastungskomponente das Risiko Alter betrifft, ist es angezeigt, den Wert der aufgestellten Absterbeordnung anhand ihrer Auswirkung auf *die Zahl der über 65jährigen Personen* zu prüfen. Dazu sind Vergleiche mit anderen Vorausberechnungen notwendig. Wir können z. B. feststellen, dass die nach der beschriebenen Methode berechneten Bestände der über 65jährigen gut mit den von Benteli [2] berechneten übereinstimmen; seine Annahme, wonach die Sterblichkeit noch für eine kurze Zeit linear abnehme, hat sich durch die neuesten Sterblichkeitsmessungen einigermassen bestätigt. Wie schon erwähnt, geben auch die von Schuler [11] aufgestellten Grenztafeln einige Anhaltspunkte über den Wert der Tafeln AHV 1948. Es lassen sich auch interessante Vergleiche anstellen in bezug auf die Makehamkonstanten; ihre Werte bestätigen die Entwicklung mit t , wie sie in den Arbeiten von Christen [3] sowie von Kobi [8] vorausgesetzt wird. Interessant mag auch ein Vergleich mit den Vorausberechnungen Friedlis [6] für die Lex Schulthess von 1931 sein. Es war damals noch nicht üblich, Sterbetafeln zu extrapolieren, man rechnete mit den neuesten zur Verfügung stehenden Volkssterbetafeln. Daraus erklärt sich ohne weiteres, dass die heutige Zahl der über 65jährigen etwa um 10 % höher ist als damals geschätzt wurde, trotzdem die Schätzungen in bezug auf die Zahl der Gesamtbevölkerung sich als zuverlässig erwiesen haben.

5. Lehrreich sind auch die Betrachtungen über den *Beharrungszustand*, bei welchem die Altersstruktur proportional jener der verwendeten Sterbetafel ist. Da bei den Vorausberechnungen des Bundesamtes für Sozialversicherung für $t \geq 10$ eine konstante Erneuerungszahl gewählt wurde, tritt der Beharrungszustand bei $t_{BZ} = \omega + 10$ ein. Die Geburten dienen von diesem Zeitpunkt an nur noch dazu, die Todesfälle zu ersetzen, da die Bevölkerung nicht mehr zunimmt. Trotz gleichbleibender Gebärkraft der Frauen sinkt dann die Standardfruchtbarkeit wesentlich unter die heute beobachteten Werte. Es sei noch erwähnt, dass die Vorausberechnungen Friedlis für das Projekt von 1931 nicht von einer gegebenen Erneuerungszahl ausgingen, sie ergab sich als Differenz zwischen der nach anderen Methoden vorausberechneten Gesamtbevölkerung und der von Jahr zu Jahr durch die Absterbeordnung ermittelten Zahl der 1- bis ω -jährigen.

III. Wirtschaftliche Grundlagen betreffend die ordentlichen Renten

1. Einzig die ordentlichen Renten sind gemäss (3) Funktionen des durchschnittlichen Jahresbeitrages. Bei der Berechnung der daraus entstehenden Jahresbelastung muss daher ein korrekter funktioneller Zusammenhang gefunden werden zwischen der mittleren Rente und dem mittleren durchschnittlichen Jahresbeitrag eines neu in den Rentengenuss tretenden Jahrganges. Zu diesem Zwecke betrachten wir zunächst $\Omega(t)$, d. h. die Einnahmen für das im Zeitpunkt t beginnende Kalenderjahr, wobei die Beiträge immer gemäss (1) in Verbindung mit (1') zu bemessen sind. Es gilt, und zwar für Männer und Frauen getrennt,

$$\Omega(t) = \sum_x L_x^B(t) \cdot b_x \quad (8)$$

$L_x^B(t)$ bedeutet die Anzahl aller Beitragspflichtigen des Alters x im Zeitpunkt t , wobei die Korrektur für unterjährige Beitragszahlungen gebührend berücksichtigt sei.

b_x stellt den Jahresbeitrag dar, den die x -jährigen Beitragspflichtigen im Mittel entrichten.

Im Rahmen eines allgemeinen Volksobligatoriums kann mit genügender Näherung angenommen werden, dass die Quote der Beitragspflichtigen $L_x^B(t) : L_x(t)$, selbst bei veränderlicher Konjunktur, in bezug auf t konstant bleibe. Hingegen wird sich der *Konjunktur-einfluss bei b_x* stark fühlbar machen, indem b_x mit dem Beschäftigungsgrad des einzelnen sowie der Kaufkraft des Geldes variiert. In bezug auf die Konjunktur sind verschiedene Varianten betrachtet worden, wobei eine Variante durch eine gleichbleibende Konjunktur gekennzeichnet ist; somit können wir innerhalb einer Variante die Beiträge b_x als unabhängig von t betrachten, dies um so mehr, als die Erneuerung des Bestandes nur durch 0jährige erzielt wird.

2. Ähnlich wie die Bestände L_x durch biometrische Funktionen miteinander verbunden sind, können die Größen b_x zweckmäßig anhand sogenannter ökonometrischer Funktionen analysiert werden. Als erste ökonometrische Funktion führen wir die *Skala s* (auch Steigerungsgesetz genannt) ein.

Wir definieren:

$$s_x = \frac{b_x}{b_{x_0}} \quad (9)$$

wobei x_0 das untere Grenzalter für die Aufnahme der obligatorischen Beitragspflicht darstellt, gemäss Gesetz demnach $x_0 = 20$. In bezug auf irgendein Eintrittsalter x_e der Eintrittsgeneration würde allgemeiner gelten:

$${}^e s_x = \frac{b_x}{b_{x_e}} = \frac{s_x}{s_{x_e}} \quad (9')$$

Den Begriff der Skala s finden wir z. B. bei King [7], der ihn ebenfalls in ähnlicher «kollektiver» Weise definiert. Ausgehend von s_x kann eine Begriffswelt geschaffen werden, welche sich eng an jene der Überlebensordnungen anlehnt. So spielt s_x hier die gleiche Rolle wie l_x dort, den ${}_n p_x$ entsprechen die ${}^e s_x$ und den d_x die Jahresvariationen Δs_x . Es können auch entsprechende Intensitätsfunktionen definiert werden.

Die s_x müssen aus statistischem Beobachtungsmaterial berechnet werden. In der Schweiz ist diesem Begriff bis jetzt nur eine geringe Beachtung geschenkt worden, deshalb ist auch nur ein spärliches Beobachtungsmaterial vorhanden; z. B. liegen Angaben vor über verunfallte Arbeiter (SUVA) und über einzelne Angestellten- und Beamtenkategorien (Pensionskassen). Erst die statistische Auswertung der individuellen Beitragskonten der AHV wird es erlauben, die für das ganze Volk gültige Skala s richtig zu berechnen. Aus dem vorliegenden statistischen Material kann in erster Näherung geschlossen werden, dass die Skala s folgendes *lineares Steigerungsgesetz* befolgt:

$$s_x = 1 + \frac{h}{m} \cdot (x - x_0) \quad (10)$$

und gemäss (9') :
$${}^e s_x = 1 + \frac{h \cdot (x - x_e)}{h \cdot (x_e - x_0) + m} \quad (10')$$

Dabei bedeutet m die Dauer der linearen Steigerung und h der Gesamtzuwachs zwischen x_0 und $x_0 + m$. Sobald $x - x_0 \geq m$ wird für $s_x \equiv 1 + h$ gesetzt. Im folgenden wird angenommen, dass für jeden Versicherten auch individuell die definierte Skala s gelte.

(9) gestattet, jedes b_x in Abhängigkeit von b_{x_0} auszudrücken und demzufolge lässt sich ausgehend von (2) auch folgende Grösse betreffend den durchschnittlichen Jahresbeitrag definieren:

$$s_{x_e/x_v} = \frac{b_{x_e/x_v}}{b_{x_0}} = \frac{\sum_{x_e}^{x_v-1} s_x}{x_v - x_e} \quad (11)$$

3. Hätten wir es mit einem durchgehend linearen Rentensystem gemäss (4) zu tun, so würde die bis anhin erörterte Theorie genügen, um die Durchschnittsrente berechnen zu können. Die polygonale Natur des AHV-Rentensystems bringt es mit sich, dass noch eine zweite ökonometrische Funktion eingeführt werden muss. Wir müssen nämlich noch wissen, welchem Gesetz die Verteilung der Beitragspflichtigen auf die verschiedenen Beitragsstufen $0 < b < \infty$ folgt. Als geeignetes analytisches Arbeitsinstrument erscheint uns die *semi-normale Verteilung*, deren Häufigkeitsfunktion eine Pearson-Kurve vom Typus III darstellt. Die von uns gewählte analytische Form findet sich beispielsweise bei Féraud [5]. Der Name dieser Verteilung ist auf Steffensen [12] zurückzuführen, der sie allerdings in einer anderen Form gibt. Die semi-normale Verteilung spielt übrigens in der mathematischen Statistik eine bedeutende Rolle, denn mittels geeigneter Variablen-Transformationen lassen sich aus ihr z. B. all jene Verteilungen ableiten, welche in der Theorie der Stichproben massgebend sind. (Vgl. z. B. die kürzlich erschienenen Lehrbücher von Féraud [5] sowie von Linder [9]).

Die semi-normale Verteilung stellt sich folgendermassen als stochastische Variable dar:

$$G(b; \alpha, \eta) = \begin{cases} b \\ \gamma(b) \end{cases} \quad (12)$$

wobei α und η die beiden Parameter der Verteilung darstellen und die Häufigkeitsfunktion $\gamma(b)$ wie folgt definiert ist:

$$\gamma(b) = \frac{\alpha^\eta}{\Gamma(\eta)} \cdot b^{\eta-1} \cdot e^{-\alpha \cdot b} \quad (13)$$

Γ bedeutet die vollständige Gammafunktion (Eulersches Integral zweiter Gattung). Gültigkeitsbereich für $\gamma: 0 \leq b < \infty$.

Das Moment k ter Ordnung drückt sich in einfacher Form als Funktion der beiden Parameter aus:

$$M_k = \frac{\eta \cdot (\eta + 1) \dots (\eta + k - 1)}{\alpha^k} \quad (14)$$

Dank der getroffenen Wahl der Normierungskonstanten gilt immer $M_0 = 1$.

Die Verteilungsfunktion selbst, mit deren Hilfe die numerischen Rechnungen durchgeführt werden, sei mit $g(b)$ bezeichnet, es gilt:

$$g(b) = \int_0^b \gamma(u) \cdot du = g^*\left(\frac{b}{\sigma}\right) \quad (15)$$

Die Werte von g^* sind in der einzig dastehenden Tabellensammlung Karl Pearsons [10] über die unvollständige Γ -Funktion für eine reiche Auswahl der Parameter α und $\eta = p + 1$ zu finden. σ bedeutet die «Standard-deviation» der betrachteten Verteilung G . Das numerische Rechnen mit der semi-normalen Verteilungsfunktion ist dank der mühsamen jahrelangen Arbeit Pearsons und seiner Mitarbeiter reibungslos möglich.

4. Wie werden nun unsere beiden ökonometrischen Funktionen miteinander verbunden? Wir treffen die *fundamentale Annahme*, dass die gleichaltrigen Beitragspflichtigen L_x^B sich gemäss einem semi-normalen Gesetz auf die verschiedenen b verteilen. Wir nehmen zunächst an, für das Alter x_0 gelte die Verteilung $G(b; \alpha_{x_0}, \eta)$. Sodann führen wir in (13) folgende grundlegende *Variablen-Substitution* ein:

$$\overset{*}{b} = s_x \cdot b \quad (16)$$

b gelte für die Altersstufe x_0 und $\overset{*}{b}$ für die Altersstufe x . Man beweist ohne Schwierigkeiten, dass die Verteilung $G(b; \alpha_{x_0}, \eta)$ durch (16) übergeht in eine Verteilung $G(b; \alpha_x, \eta)$ wobei der neue Parameter α_x folgendermassen definiert wird:

$$\alpha_x = \frac{\alpha_{x_0}}{s_x} \quad (17)$$

η bleibt in bezug auf die Transformation (16) invariant. Aus (14) ergibt sich:

$$b_x = M_1 = \frac{\eta}{\alpha_x} \quad (18)$$

α_x verändert sich mit dem Alter. Geht man hingegen zu einer anderen Konjunkturvariante über (Veränderung der Zahlenwerte von b_x), so erscheint es als zweckmäßig, die α_x nicht zu verändern und nur η variieren zu lassen. Aus diesem Grunde kann α_x als *Altersparameter* und η als *Konjunkturparameter* bezeichnet werden. Wir fügen noch bei, dass die Skala s und somit α_{x_0} nicht von der Konjunktur beeinflusst werden sollen.

5. Es stellt sich nun die Frage, wie die beiden Parameter α_x und η aus statistischem Beobachtungsmaterial abgeleitet werden können. Auch in bezug auf die Schichtung der Bevölkerung nach dem Erwerbs-einkommen sind nur wenige statistische Unterlagen vorhanden und jene, welche zur Verfügung stehen, betreffen gemischte Bestände, in welchen alle Beobachtungsalter vertreten sind. Wir haben also nur Beobachtungen zur Verfügung, welche nicht mehr mit einer einzigen Häufigkeitsfunktion $\gamma_x(b)$ betreffend die Altersstufe x verglichen werden können, sondern nur mit einer Linearkombination der $\gamma_x(b)$. Der Gesamtbestand $L^B = \sum_x L_x^B$ verteilt sich nämlich gemäss einer *zwei-dimensionalen Funktion über die Variablen-Ebene (b, x)*. Dem Punkte (b, x) wird die Dichtefunktion $\lambda_x \cdot \gamma_x(b)$ zugeordnet, wobei

$$\lambda_x = \frac{L_x^B}{L^B} \quad (19)$$

die normierte Altersstruktur darstellt, welche übrigens mit t variiert. Der Gesamtbestand L^B verteilt sich dann gemäss der *Linearkombination der $\gamma_x(b)$* :

$$\varphi(b) = \sum_x \lambda_x \cdot \gamma_x(b) \quad (20)$$

auf die verschiedenen Beitragsstufen b . Das Moment k ter Ordnung wird:

$$M_k(\varphi) = \frac{\eta \cdot (\eta + 1) \dots (\eta + k - 1)}{\alpha_{x_0}^k} \cdot \sum_x \lambda_x \cdot s_x^k \quad (21)$$

M_1 und M_2 können aus dem Beobachtungsmaterial numerisch berechnet werden; aus (21) ergeben sich dann, für $k = 1$ und 2 , η und α_{x_0}

als einzige Unbekannte. Das Beobachtungsmaterial wird so durch die Methode der Momente ausgeglichen. Die Ermittlung der beiden Parameter erfolgt in einem bestimmten Zeitpunkt t , für welchen das Beobachtungsmaterial gegeben ist. Demnach handelt es sich, ähnlich wie bei den Periodensterbetafeln um ein «vertikales» Problem. Leider konnte das Bundesamt für Sozialversicherung bei den Berechnungen nur auf Teilbeobachtungen der Lohn- und Verdiensterversatzordnung abstehen, welche sich ausschliesslich auf die Lohnschichtung der Unselbständigerwerbenden beziehen. Dadurch mussten noch zusätzliche Annahmen in bezug auf die verschiedenen Wirtschaftsgruppen getroffen werden; auf diese Frage können wir hier nicht eingehen. Es sei noch beigefügt, dass die Werte b_{x_0} in zuverlässiger Weise aus dem Gesamtbeitragsertrag gemäss (8) und (9) abgeleitet werden können. Die Zahlenresultate ergeben $\eta > 2$, d. h. die b -Achse ist bei $b = 0$ Tangente an $\gamma_x(b)$.

6. Nun sind wir in der Lage, die Durchschnittsrenten zu berechnen, welche einem neu in den Rentengenuss tretenden Jahrgang zukommen. Wenn das soeben behandelte Problem «vertikaler» Natur war, so stellt sich uns jetzt ein «diagonales», welches ausschliesslich die Lebenslinie des betrachteten Rentnerjahrganges betrifft. Laut (11) gilt die *lineare Substitution*:

$$b^{**} = s_{x_e/x_v} \cdot b \quad (22)$$

wobei b die Altersstufe x_0 betrifft und b^{**} den durchschnittlichen Jahresbeitrag des einzelnen Versicherten darstellt. Die Verteilung $G(b; \alpha_{x_0}, \eta)$ geht diesmal durch (22) über in die Verteilung $G(b; \alpha_{x_e/x_v}, \eta)$, indem

$$\alpha_{x_e/x_v} = \frac{\alpha_{x_0}}{s_{x_e/x_v}} \quad (23)$$

η wird durch (22) nicht berührt. Für jedes Wertepaar x_e, x_v ergibt sich somit ein besonderer Parameter α , d. h. eine besondere Verteilung $G(b; \alpha_{x_e/x_v}, \eta)$.

Da wir nun wissen, dass sich die durchschnittlichen Jahresbeiträge der Versicherten mit Eintrittsalter x_e und Alter x_v bei Eintritt des Versicherungsfalles ebenfalls gemäss einer semi-normalen Funktion verteilen, können wir die entsprechende *mittlere Rente* folgendermassen berechnen:

$$R_{x_e/x_v} = \int_0^{\infty} R(b) \cdot \gamma_{x_e/x_v}(b) \cdot db \quad (24)$$

$R(b)$ könnte in (24) laut (3) substituiert und das Integral gemäss den unter Ziffer I, 2 erwähnten 5 Intervallen zerlegt werden. Es wird dann ohne weiteres ersichtlich, dass in allen praktisch vorkommenden Fällen

$$R_{x_e/x_v} < R(b_{x_e/x_v}) \quad (25)$$

sofern b_{x_e/x_v} den mittleren durchschnittlichen Jahresbeitrag der betreffenden Rentnergeneration darstellt. Die Differenz zwischen den beiden Seiten in (25) hängt von der Streuung der Verteilung G ab. Beiläufig sei bemerkt, dass im allgemeinen die gemäss (14) berechnete Streuung kleiner ist als jene gemäss (21) berechnete.

Bei einem durchgehend linearen Rentensystem gemäss (4) würde sich hingegen die Ungleichung (25) in eine Gleichung verwandeln. Die Ungleichung (25) zeigt, dass neben der Funktion s_x noch die Verteilung G eingeführt werden musste. Es sei noch bemerkt, dass für die verheirateten Männer ein grösseres b_{x_0} in Rechnung gesetzt wurde als für die Ledigen, da die Beiträge der Ehefrauen automatisch zu jenen des Ehemannes addiert werden.

IV. Schlussbetrachtungen

1. Die vorstehenden Ausführungen erheben keinen Anspruch auf Vollständigkeit. So haben wir z. B. über die *wirtschaftlichen Grundlagen betreffend die Übergangsrenten* nichts berichtet. Die aus diesen Renten entstehende Belastung spielt während der ersten Versicherungsjahre eine grosse Rolle, in der Eintrittsbilanz ist sie jedoch von geringerer Bedeutung. Zunächst müssen Annahmen getroffen werden über die regionale Verteilung der Rentenbezüger sowie über den relativen Anteil der Ausländer an den entsprechenden Beständen, da Ausländer vom Bezug der Übergangsrenten völlig ausgeschlossen sind. Besonders wichtig wäre es, zuverlässige Angaben zu besitzen über die allgemeinen Einkommens- und Vermögensverhältnisse der Übergangsrentnergeneration. Es macht den Anschein, dass auch hier G -Verteilungen verwendet werden könnten, jedoch mit $\eta \leq 1$. Würde man für solche Verteilungen die notwendigen Unterlagen haben, so wären wir ohne weiteres imstande, die sogenannten Bedarfsquoten (relative Anzahl der Übergangsrentner bei den in Frage kommenden Gesamtbeständen) und auch die Zahl der durch die Einkommensgrenzen gekürzten Renten richtig abzuschätzen. Erst die Anwendung

der Übergangsordnung hat in dieser Richtung einige Zahlenunterlagen geliefert.

2. Sind die künftigen Jahreseinnahmen $\Omega(t)$ gemäss (8) unter Zuhilfenahme von (9) sowie die künftigen Jahresbelastungen $A(t)$ berechnet, so sind wir in der Lage, eine *technische Bilanz* gemäss dem Prinzip der offenen Kasse aufzustellen und zu beurteilen, ob bei den Berechnungen zugrunde gelegten Konjunkturvariante das finanzielle Gleichgewicht auf die Dauer gewährt werden kann. Nicht der Mathematiker, sondern der Volkswirtschafter hat zu untersuchen, welche Annahmen in bezug auf die Konjunktur plausibel sind. Der Mathematiker kann lediglich ausrechnen, welches die niedrigste Konjunktur sein muss, bei welcher das technische Gleichgewicht noch einigermassen garantiert werden kann; niedrigere Konjunkturen als die so berechnete *Gleichgewichtskonjunktur* führen zu einem technischen Defizit und höhere Konjunkturen zu einem Aktivenüberschuss. Diese Bemerkungen zeigen, dass der Mathematiker der Sozialversicherung sich mit Gedankengängen wirtschaftlicher Art befreunden muss, welche denjenigen der Privatversicherung nicht in gleichem Masse interessieren.

3. Wer mit Annahmen demographischer und wirtschaftlicher Art arbeiten muss, weiss, dass die Rechnungsergebnisse eine gewisse Fehlermarge enthalten. Bei *Einflüssen sekundärer Art* wird es oft sogar unmöglich, plausible Annahmen zu treffen. So kann z. B. niemand voraussagen, wieviel ausländische Staaten mit der Schweiz Vereinbarungen treffen werden, um die Gleichstellung ihrer Staatsangehörigen mit den Schweizerbürgern in bezug auf den Anspruch auf ordentliche Renten zu erwirken. Ebenso unbekannt sind die Wanderungskomponenten sowie die Auswirkung der freiwilligen Versicherung. Hier können nur pessimistische Annahmen vor Überraschungen schützen. Nachdem die Berechnungen mit Hilfe bestimmter Grundannahmen durchgeführt worden sind, müssen wenigstens in bezug auf die *drei wichtigen Faktoren: Erneuerung, Sterblichkeit und Konjunktur zusätzliche Varianten* geprüft werden, welche nach dem Stand der heutigen Kenntnisse noch im Bereich des Möglichen liegen. So kann die Sterblichkeit noch weiterhin abnehmen, insbesondere bei den jüngeren und mittleren Altersstufen, wogegen bei den ältern die aus dem modernen Leben resultierende starke Abnutzung der

menschlichen Kräfte diese Entwicklung hemmend beeinflussen dürfte, was übrigens die Erfahrungen in den USA zu bestätigen scheinen. Würde jedoch die mittlere Lebensdauer auch bei den vorgerückten Altersstufen noch wesentlich zunehmen, so würde sich auch die Abnutzung der menschlichen Arbeitskraft erst später bemerkbar machen, so dass die zum Bezug der Altersrenten berechtigende Altersgrenze heraufgesetzt werden müsste, um eine untragbare Belastung zu vermeiden. Wir haben wiederholt darauf aufmerksam gemacht, dass bei der AHV die Abweichungen wirtschaftlicher jene demographischer Natur übertreffen werden. Deshalb hat das Bundesamt seinen Berechnungen *drei verschiedene Konjunkturvarianten* zugrunde gelegt, nämlich eine untere, eine mittlere und eine obere. Bei der unteren Variante wird beispielsweise angenommen, dass der Gesamtertrag eines vierprozentigen Beitrages auf allen Arbeitseinkommen im ersten Versicherungsjahr 300 Millionen Franken betragen werde, wogegen bei Fortdauer der heutigen Hochkonjunktur ca. 380 Millionen Franken zu erwarten sind. Es kann demnach gegenüber heute noch ein vorübergehender Rückschlag von ca. 20 % eintreten, ohne dass das Gleichgewicht merklich gefährdet würde. Der Rückschlag dürfte kaum grösser sein, denn die während der Zwischenkriegsperiode 1918—1939 maximal festgestellte Differenz zwischen der höchsten Konjunktur (1929) und der niedrigsten (1936) bewegt sich etwa in dieser Grössenordnung. Diese Überlegungen zeigen, dass noch eine genügende Sicherheitsmarge vorhanden ist, um eine allfällige durch eine markantere Verlängerung der menschlichen Lebensdauer verursachte Mehrbelastung zu decken. Die drei Hauptfaktoren: Erneuerung, Sterblichkeit und Konjunktur dürfen übrigens in bezug auf das finanzielle Gleichgewicht dauernd und gleichzeitig weder eine dreifach ungünstige noch eine dreifach günstige Konstellation aufweisen.

4. Die Betrachtung des finanziellen Gleichgewichtes der AHV bringt komplexe Probleme mit sich. Der Mathematiker wird sie losgelöst von jedem politischen Einfluss, mit den besten zur Verfügung stehenden Hilfsmitteln zu lösen suchen. Wir haben bei unseren Untersuchungen insbesondere zwei ökonometrische Funktionen herangezogen. Wir sehen mit grossem Interesse den ersten *statistischen Auswertungen des individuellen Beitragskontos* entgegen, um feststellen zu können, wie weit sich die getroffenen Annahmen in bezug auf diese

beiden Hilfsfunktionen verwirklichen werden. Erst dann wird es möglich sein, zu entscheiden, ob z. B. andere Verteilungsfunktionen als die semi-normalen uns bessere Dienste leisten werden. Auch auf diesem Gebiete der angewandten Wissenschaften wird sich das Wechselspiel zwischen Theorie und Praxis befriedigend auswirken.

V. Anhang

1. Literaturnachweis

- [1] B. Baumann: «Die Todesursachen der Volksversicherten.» [Mitteilungen, Band 44/2, 1944.]
- [2] W. Benteli: «Eine Vorausberechnung der schweizerischen Bevölkerung für die Alter von 65 und mehr Jahren bis Ende 1960.» [Mitteilungen, Band 44/1, 1944.]
- [3] H. Christen: «Beziehungen zwischen den Versicherungsbarwerten zweier verschiedener Makehamscher Überlebensordnungen.» [Festgabe Moser, Bern 1931.]
- [4] Eidgenössisches Statistisches Amt: «Ehe, Geburt und Tod in der schweizerischen Bevölkerung während der Jahre 1901 bis 1920.» [Schweizerische statistische Mitteilungen 1928, 4. Heft.]
- [5] L. Féraud: «Les instruments mathématiques de la statistique.» [Lausanne, Paris 1946.]
- [6] W. Friedli: «Bevölkerungsstatistische Grundlagen zur AHV in der Schweiz.» [Beilage zum Entwurf eines Bundesgesetzes mit Motivenbericht des EVD, vom 31. 8. 1928.]
- [7] G. King: «On Staff Pension Funds.» [Journal of the Institute of Actuaries, Vol. XXXIX, London 1905.]
- [8] F. Kobi: «Untersuchungen über die Sterblichkeitsänderung, wenn die Überlebensordnungen das Makehamsche Gesetz befolgen, mit besonderer Berücksichtigung schweizerischer Verhältnisse.» [Festgabe Moser, Bern 1931.]
- [9] A. Linder: «Statistische Methoden für Naturwissenschaftler, Mediziner und Ingenieure.» [Basel 1945.]
- [10] K. Pearson: «Tables of the incomplete Γ -Function.» [Published by the office of Biometrika, London, Re-issue 1946.]
- [11] W. P. Schuler: «Ein Verfahren zum Einzug der sekundären Sterblichkeitsabnahme in die versicherungstechnischen Berechnungen.» [Mitteilungen, Band 44/1, 1944.]
- [12] Steffensen: «On the semi-normal distribution.» [Upsala 1937.]
- [13] E. Zwinggi: «Versicherungsmathematik.» [Basel 1945.]

2. Liste der graphischen Darstellungen

[Vom Bundesamt für Sozialversicherung zur Verfügung gestellte graphische Tabellen, welche zur Illustration des Referates benutzt wurden.]

- a) Beiträge.
- b) AHV-Renten.
- c) (t, x) -Ebene.
- d) Altersstruktur der Bevölkerung 1948 und 1978.
- e) Überlebensordnungen AHV 48/M und F.
- f) Durchschnittliche Lebenserwartung 1870—1950.
- g) Bestände der über 65jährigen 1900—2000.
- h) Bestände der 20 bis 64jährigen 1900—2000.
- i) Beispiele der Skala s .
- j) Ertrag eines vierprozentigen Beitragssystems 1906—2000.
- k) Semi-normale Häufigkeitsfunktionen für verschiedene Altersstufen.