

# Die technische Behandlung der gestaffelten multiplikativen Übersterblichkeit

Autor(en): **Jecklin, Heinrich**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker = Bulletin / Association des Actuairees Suisses = Bulletin / Association of Swiss Actuaries**

Band (Jahr): **45 (1945)**

PDF erstellt am: **25.06.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-555419>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

## Die technische Behandlung der gestaffelten multiplikativen Übersterblichkeit

Von *Heinrich Jecklin*, Zürich

In zwei vorgängigen Arbeiten haben wir uns mit dem Problem der technischen Behandlung der *konstanten* multiplikativen Übersterblichkeit befasst. Deren erste<sup>1)</sup> behandelt Näherungsverfahren zur Bestimmung des jährlichen Anormalenzuschlages zur Tarifprämie, die zweite<sup>2)</sup> entwickelt Approximationen zur Festsetzung einer an Stelle des Prämienzuschlages tretenden äquivalenten gestaffelten Kürzung der Versicherungssumme.

Wenn es auch im allgemeinen möglich ist, bei der medizinischen Taxation von anormalen Risiken eine für die ganze Versicherungsdauer konstante multiplikative Übersterblichkeit anzusetzen, so gibt es doch ab und zu Fälle, für welche eine nur während der ersten  $m$  Versicherungsjahre vorhandene und *fortlaufend abnehmende* Übersterblichkeit angenommen werden kann, so dass also dem Risiko nach Ablauf dieser Periode normale Sterblichkeit zugeordnet wird. In diese Kategorie gehören beispielsweise die im Lehrbuch von Deutsch-Stern<sup>3)</sup> namhaft gemachten Risiken mit Symptomen, die nicht auf eine bleibende Minderwertigkeit, sondern vielmehr auf eine nur in den ersten Versicherungsjahren vorhandene besondere Gefährdung hindeuten, wie eine oder mehrere Anfälle von Blinddarmreizung, starke postoperative Anämie, kürzlich durchgemachte schwere Operationen, die oder deren Ursache an sich keine dauernde Übersterblichkeit bedingen (z. B. Operation von Magen- und Duodenal-Geschwür) usw.

Bei den folgenden technischen Überlegungen gehen wir vorerst von der Annahme aus, dass bezüglich eines zu versichernden Risikos eine linear abnehmende multiplikative Übersterblichkeit bestehe. Die anfängliche Übersterblichkeit betrage  $\alpha_0$ , nach  $t$  Jahren ( $t \leq m$ ) habe sie sich auf  $\alpha_t = \alpha_0 \cdot \frac{m-t}{m}$  vermindert. Wird die Sterblich-

---

Die Notenzeichen beziehen sich auf die zitierte Literatur am Schluss des Artikels.

keit des normalen Risikos üblicherweise mit  $q_x$  bezeichnet, so beträgt die rechnermässige Sterblichkeit in unserem Falle also

im 1. Versicherungsjahr:  $(1 + \alpha_0) \cdot q_x$ ,

im  $t + 1$ . Versicherungsjahr:  $\left(1 + \alpha_0 \cdot \frac{m - t}{m}\right) \cdot q_{x+t}$ , ( $t \leq m$ ),

und nach  $m$  Jahren normal:  $q_{x+t}$ , ( $t > m$ ).

### I.

Betrachten wir vorerst etwas näher den Fall, dass eine der erhöhten Sterblichkeit entsprechende und mit ihr variierende Extraprämie erhoben wird, so beträgt diese offenbar im  $t + 1$ . Versicherungsjahr  $\varepsilon_t = \alpha_t \cdot q_{x+t} \cdot R_t$ , wobei  $R_t$  das Risikokapital der Versicherung ist. Bei der gemischten Versicherung der Dauer  $n$  beträgt das Risikokapital im  $t + 1$ . Versicherungsjahr nach Entrichtung der jährlichen Prämie genauerweise  $R_t = v - P_{x\overline{n}|} - {}_tV_{x\overline{n}|}$ . (Man vergleiche in diesem Zusammenhange die bezüglichen Darlegungen von Ziezold <sup>4)</sup>). Wir werden im folgenden vereinfachend  $R_t = 1 - {}_tV_{x\overline{n}|}$  setzen. Es lässt sich dies durch verschiedene Überlegungen rechtfertigen (wie z. B. Wünschbarkeit vereinfachter Rechnung; kleiner Einfluss auf das Ergebnis, namentlich auch im Hinblick auf die an sich in gewissen Grenzen ermessensmässige Grösse  $\alpha_0$ ; Berücksichtigung der Abschlusskosten bei der Bemessung des Risikokapitals). Demnach kann als Extraprämie im  $t + 1$ . Versicherungsjahr

$$\varepsilon_t = \alpha_t \cdot q_{x+t} \cdot (1 - {}_tV_{x\overline{n}|}) \sim \alpha_0 \cdot q_{x+t} \cdot \frac{m-t}{m} \cdot \left(1 - \frac{t}{n}\right) = \alpha_0 \cdot q_{x+t} \cdot \frac{m-t}{m} \cdot \frac{n-t}{n}$$

angesetzt werden. Sehr oft wird es genügen, wenn nur die erstjährige (also für  $t = 0$ ) Extraprämie  $\varepsilon_0 \sim \alpha_0 \cdot q_x$  bestimmt und in der Folge einfach lineare Abnahme derselben angenommen wird, d. h.

$\varepsilon_t \sim \varepsilon_0 \cdot \frac{m-t}{m}$ . In diesem Zusammenhange muss auf den wesentlichen

Umstand hingewiesen werden, dass die Dauer  $m$ , für welche eine abnehmende Übersterblichkeit supponiert wird, meist nur ganz wenige Jahre beträgt.

Folgende Beispiele auf Basis S. M. 1921/30 zu  $2\frac{3}{4}\%$  bei  $\alpha_0 = 1$  mögen das Gesagte illustrieren.

$$a) : \varepsilon_t = \alpha_t \cdot q_{x+t} \cdot (1 - {}_tV_{\overline{x}|m}), \quad b) : \varepsilon_t = \alpha_t \cdot q_x = \varepsilon_0 \cdot \frac{m-t}{m}.$$

	$m = 3$		$m = 5$		$m = 8$	
	a)	b)	a)	b)	a)	b)
$x = 30, n = 25:$	% <sub>00</sub>	% <sub>00</sub>	% <sub>00</sub>	% <sub>00</sub>	% <sub>00</sub>	% <sub>00</sub>
$t = 0$	4,12	4,12	4,12	4,12	4,12	4,12
1	2,73	2,75	3,28	3,30	3,58	3,61
2	1,37	1,37	2,46	2,47	3,07	3,09
3	—	—	1,64	1,65	2,57	2,58
4	—	—	0,82	0,82	2,06	2,06
5	—	—	—	—	1,55	1,55
6	—	—	—	—	1,04	1,03
7	—	—	—	—	0,53	0,52
8	—	—	—	—	—	—
$x = 40, n = 20:$						
$t = 0$	6,43	6,43	6,43	6,43	6,43	6,43
1	4,41	4,29	5,29	5,14	5,78	5,63
2	2,27	2,14	4,08	3,86	5,11	4,82
3	—	—	2,80	2,57	4,38	4,02
4	—	—	1,44	1,29	3,60	3,22
5	—	—	—	—	2,76	2,41
6	—	—	—	—	1,88	1,61
7	—	—	—	—	0,96	0,80
8	—	—	—	—	—	—

II.

Soll eine jährliche, aber nicht mit der Risikoerhöhung variierende, sondern konstante Extraprämie  $\varepsilon$  während  $k$  Jahren ( $k \leq n$ ) erhoben werden, so ist uns diese offenbar gegeben durch

$$\varepsilon \sim \frac{1}{N_x - N_{x+k}} \cdot \sum_0^{m-1} \alpha_t \cdot q_{x+t} \cdot D_{x+t} \cdot (1 - {}_tV_{\overline{x}|n}) \sim \frac{\alpha_0}{N_x - N_{x+k}} \cdot \sum_0^{m-1} C_{x+t} \cdot \frac{m-t}{m} \cdot \frac{n-t}{n}.$$

Statt der normalen  $N_x$  sollten hier eigentlich solche verwendet werden, welche — nach Art einer Selekttafel — die anfänglich von der Normaltafel abweichende Sterblichkeit berücksichtigen. Der Einfluss dieser Berichtigung würde jedoch zum Rechnungsaufwand in keinem Verhältnis stehen, wie dies die folgenden für  $x = 40$  und  $n = 20$  auf Basis S. M. 1921/30 zu  $2\frac{3}{4}\%$  mit  $\alpha_0 = 1$  ermittelten zahlenmässigen Beispiele dartun, wobei unter *a)* die jährliche Extraprämie mit und unter *b)* jene ohne Berücksichtigung der Übersterblichkeit in  $N_x$  aufgeführt ist:

<i>m</i>	<i>k</i>	<i>a)</i>	<i>b)</i>
		<sup>0/00</sup>	<sup>0/00</sup>
5	5	3,88	3,92
5	20	1,27	1,27
8	8	3,72	3,79
8	20	1,86	1,88

### III.

Wir wollen nunmehr den Fall näher betrachten, dass an Stelle einer Extraprämie eine technisch äquivalente, durch  $m$  Jahre linear gestaffelte Kürzung der Versicherungssumme tritt. (Es sollen also die Staffelung der Summenkürzung und jene der Übersterblichkeit von gleicher Dauer sein, wie dies bei den Fällen der Praxis die Regel ist.) Der pro Einheit der Versicherungssumme zu machende anfängliche Summenabzug  $\lambda_{x|m}$  ergibt sich offenbar aus der Bestimmungsgleichung

$$\alpha_0 \cdot \sum_0^{m-1} C_{x+t} \cdot \frac{m-t}{m} \cdot (1 - {}_tV_{\overline{x}|n}) = \lambda_{x|m} \cdot \sum_0^{m-1} C_{x+t} \cdot (1 + \alpha_t) \cdot \frac{m-t}{m}.$$

Also ist

$$\lambda_{xm|} = \frac{\alpha_0 \cdot \sum_0^{m-1} C_{x+t} \cdot \frac{m-t}{m} \cdot (1 - {}_tV_{x:\overline{n}|})}{\sum_0^{m-1} C_{x+t} \cdot (1 + \alpha_t) \cdot \frac{m-t}{m}} \sim \frac{\alpha_0 \cdot \sum_0^{m-1} C_{x+t} \cdot \frac{m-t}{m} \cdot \frac{n-t}{n}}{\sum_0^{m-1} C_{x+t} \cdot \left(1 + \alpha_0 \cdot \frac{m-t}{m}\right) \cdot \frac{m-t}{m}}$$

Wenn  $m = 1$  ist, so hat  $\lambda_{x\overline{m}|}$  unabhängig von der Versicherungsdauer  $n$  den Wert  $\frac{\alpha_0}{1 + \alpha_0}$ . Die Richtigkeit dieser Kürzung ergibt sich auch aus der Überlegung, dass wenn im ersten Versicherungsjahr die Sterblichkeit um  $\alpha_0$  erhöht ist und statt der zinsfreien Risikoprämie  $q_x \cdot (1 + \alpha_0)$  nur  $q_x$  entrichtet wird, eine Summenkürzung im Verhältnis  $\frac{1}{1 + \alpha_0}$  statthaben muss, was pro Einheit der Versicherungssumme einen Abzug von  $\frac{\alpha_0}{1 + \alpha_0}$  ergibt. — Ein weiterer Spezialfall resultiert,

wenn  $n = \frac{1 + \alpha_0}{\alpha_0} \cdot m$ , resp.  $m = \frac{\alpha_0}{1 + \alpha_0} \cdot n$  ist. Auch für diesen Fall findet man

$$\lambda_{xm|} \sim \frac{\alpha_0 \cdot \sum_0^{m-1} C_{x+t} \cdot \frac{m-t}{m} \cdot \frac{m \cdot (1 + \alpha_0) - \alpha_0 \cdot t}{m \cdot (1 + \alpha_0)}}{\sum_0^{m-1} C_{x+t} \cdot \frac{m-t}{m} \cdot \frac{m \cdot (1 + \alpha_0) - \alpha_0 \cdot t}{m}} = \frac{\alpha_0}{1 + \alpha_0}$$

Aus der beigegebenen graphischen Darstellung 1 ist der Verlauf der Funktion  $\lambda_{xm|}$  bei  $\alpha_0 = 1$  für verschiedene Versicherungsdauern ersichtlich.

Es könnte natürlich auch gefordert werden, dass die Summenkürzung im ersten Versicherungsjahr pro Einheit der Versicherungssumme stets  $\frac{\alpha_0}{1 + \alpha_0}$  sein soll. Wird ausserdem an linearer Staffelung der Summenkürzung festgehalten, so können dann aber die Staffeldauern der Übersterblichkeit ( $m$ ) und der Summenkürzung ( $m'$ ) —

abgesehen von den beiden Fällen  $m = 1$  und  $m = \frac{\alpha_0}{1 + \alpha_0} \cdot n$  — nicht einander gleich sein. Es wäre ein genäherter Wert für  $m'$  zu bestimmen aus

$$\alpha_0 \cdot \sum_0^{m-1} C_{x+t} \cdot \frac{m-t}{m} \cdot \left(1 - \frac{t}{n}\right) = \frac{\alpha_0}{1 + \alpha_0} \cdot \sum_0^{m-1} C_{x+t} \cdot \left(1 + \alpha_0 \cdot \frac{m-t}{m}\right) \cdot \frac{m'-t}{m'}$$

was jedoch zu umständlich ist, um für praktische Anwendung in Frage zu kommen.

Liegt, in Umkehrung der Problemstellung, eine lineare Summenstaffelung mit erstjährigem Abzug  $\lambda_{x|m}$  vor und ist — unter Voraussetzung einer linear abnehmenden Übersterblichkeit gleicher Staffeldauer — nach der entsprechenden anfänglichen Übersterblichkeit gefragt, so ergibt sich diese aus der eingangs dieses Abschnittes gegebenen Bestimmungsgleichung zu

$$\alpha_0 \sim \frac{\lambda_{x|m} \cdot \sum_0^{m-1} C_{x+t} \cdot \frac{m-t}{m}}{\sum_0^{m-1} C_{x+t} \cdot \frac{m-t}{m} \cdot \frac{n-t}{n} - \sum_0^{m-1} C_{x+t} \cdot \frac{m-t}{m} \cdot \frac{m-t}{m}}$$

Um Missverständnissen vorzubeugen, sei darauf hingewiesen, dass das vorliegende Problem nicht zu verwechseln ist mit der Frage nach der einer gegebenen Summenstaffelung entsprechenden konstanten Übersterblichkeit, welche wir andernorts bereits behandelten <sup>2)</sup>.

#### IV.

Nach einem Vorschlag von Koeppler <sup>5)</sup> könnte man bei der Staffeldungsfestsetzung in roher Rechnung das Deckungskapital unberücksichtigt lassen und  $\frac{1}{1 + \alpha_t} \sim 1 - \alpha_t$  setzen. Wird nun bei einer zu verwendenden Sterbenswahrscheinlichkeit in Höhe von  $(1 + \alpha_t) \cdot q_{x+t}$  nur die normale Risikoprämie entrichtet, so ist das Todesfallkapital im Verhältnis  $\frac{1}{1 + \alpha_t}$  zu kürzen, es wäre dann also die Einheit der

Versicherungssumme im  $t + 1$ . Versicherungsjahr in linearer Staffe-  
 lung auf  $1 - \alpha_0 \cdot \frac{m-t}{m}$  zu reduzieren. Nach diesem Verfahren ergeben sich  
 jedoch viel zu hohe Summenabzüge und oft schon bei kleinen Werten  
 von  $\alpha_0$  eine wesentlich falsche Staffe- lung. Denn wie wir unter III.  
 darlegten, kann sich bei Übereinstimmung der Staffelungsdauern  
 von Übersterblichkeit und Summenkürzung im allgemeinen keine  
 lineare Summenstaffe- lung ergeben, wenn  $\alpha_t = \alpha_0 \cdot \frac{m-t}{m}$  und der erst-  
 jährige Abzug pro Einheit der Versicherungssumme auf  $\frac{\alpha_0}{1 + \alpha_0}$  an-  
 gesetzt wird. In der Tat haben wir dann als Versicherungssumme pro  
 Einheit nach  $t$  Jahren

$$S_t \sim {}_tV_{\overline{x}|} + (1 - {}_tV_{\overline{x}|}) \cdot \frac{1}{1 + \alpha_t},$$

resp.

$$S_t \sim \frac{t}{n} + \left(1 - \frac{t}{n}\right) \cdot \frac{m}{m + \alpha_0(m-t)} = \frac{t}{n} + \frac{n \cdot m - t \cdot m}{(1 + \alpha_0) \cdot n \cdot m - t \cdot \alpha_0 \cdot n},$$

(d. h. Superposition von Gerader und Hyperbel). Im Spezialfall

$$n = \frac{1 + \alpha_0}{\alpha_0} \cdot m$$

resultiert

$$S_t \sim \frac{t \cdot \alpha_0}{m \cdot (1 + \alpha_0)} + \left(1 - \frac{t \cdot \alpha_0}{m \cdot (1 + \alpha_0)}\right) \cdot \frac{m}{m + \alpha_0(m-t)} = \frac{1}{1 + \alpha_0} \cdot \left(1 + \alpha_0 \cdot \frac{t}{m}\right),$$

(d. h. lineare Staffe- lung). In der graphischen Darstellung 2 haben wir  
 den Staffelungsverlauf der Versicherungssumme verschiedener Staffe-  
 lungsdauern für  $n = 20$  und  $\alpha_0 = 1$  wiedergegeben.

In Umkehrung der Problemstellung kann man fragen, wie die  
 Übersterblichkeit innerhalb der Dauer  $m$  einer Summenstaffe- lung  
 variieren muss, damit bei  $S_0 = \frac{1}{1 + \alpha_0}$  (d. h. erstjährigem Abzug  
 $\lambda_{x\overline{m}|} = \frac{\alpha_0}{1 + \alpha_0}$ ) gerade linear gestaffelte Summenkürzung resultiert. In  
 diesem Falle müsste offenbar gelten



$$S_t \sim {}_tV_{x\overline{n}} + (1 - {}_tV_{x\overline{n}}) \cdot \frac{1}{1 + \alpha_t} = \frac{1}{1 + \alpha_0} \cdot \left(1 + \alpha_0 \cdot \frac{t}{m}\right),$$

resp.

$$S_t \sim \frac{t}{n} + \left(1 - \frac{t}{n}\right) \cdot \frac{1}{1 + \alpha_t} = \frac{1}{1 + \alpha_0} \cdot \left(1 + \alpha_0 \cdot \frac{t}{m}\right),$$

woraus folgt

$$\alpha_t = \frac{n \cdot m \cdot \alpha_0 - t \cdot n \cdot \alpha_0}{n \cdot m + t \cdot (n \cdot \alpha_0 - m \cdot (1 + \alpha_0))}$$

(d. h. eine Hyperbel). Auch hier wieder ergibt sich der Spezialfall, dass bei  $(n \cdot \alpha_0 - m \cdot (1 + \alpha_0)) = 0$ , d. h. für  $m = \frac{\alpha_0}{1 + \alpha_0} \cdot n$  mit  $S_t$  auch  $\alpha_t$  innerhalb der Dauer  $m$  linear abnimmt. — Wenn jedoch  $m = n$ , so resultiert  $\alpha_t = \alpha_0$ , d. h. konstant; damit kommen wir zum anderweitig<sup>2)</sup> besprochenen Fall der konstanten Übersterblichkeit und Ersetzung der bezüglichen Extraprämie durch eine über die ganze Versicherungsdauer sich erstreckende Summenstaffelung.

Die beigegebene graphische Darstellung 3 zeigt den Verlauf von  $\alpha_t$  für verschiedene Staffelungsdauern bei  $n = 20$  und  $\alpha_0 = 1$ .

## V.

Aus den Ausführungen unter III. und IV. folgt also: Liegt linear abnehmende Übersterblichkeit vor  $\left(\alpha_t = \alpha_0 \cdot \frac{m - t}{m}\right)$  und wird die

erstjährige Summenkürzung auf  $\lambda_{x\overline{m}} = \frac{\alpha_0}{1 + \alpha_0}$  angesetzt, was im Hin-

blick auf die Praxis den grossen Vorteil der Einfachheit hat, so kann an Stelle einer Extraprämie genauerweise nur dann eine äquivalente lineare Summenstaffelung der Dauer  $m$  angenommen werden, wenn

$m = \frac{\alpha_0}{1 + \alpha_0} \cdot n$  ist. Das ist also der Fall

$$\begin{aligned} \text{für } \alpha_0 = 0,25 & \text{ bei } m = \frac{1}{5} n, \\ \alpha_0 = 0,5 & \text{ » } m = \frac{1}{3} n, \\ \alpha_0 = 1 & \text{ » } m = \frac{1}{2} n, \\ \alpha_0 = 2 & \text{ » } m = \frac{2}{3} n. \end{aligned}$$

Praktisch kann man aber unbedenklich auch unterhalb dieser Dauern für  $m$  bei linear abnehmendem  $\alpha_t$  eine lineare Summenstaffelung gleicher Dauer an Stelle einer Extraprämie ansetzen. Dagegen sollte die Schranke nach oben hin nicht oder nur wenig überschritten werden.

Des weitern ergibt sich aus den vorstehenden Darlegungen, dass die Bestimmung des zu einer vorliegenden linearen Summenstaffelung äquivalenten Übersterblichkeitssatzes — wobei die Übersterblichkeit sich auf die Zeitdauer der Summenstaffelung erstrecken soll — kein eindeutiges Problem ist. Die Frage nach der entsprechenden konstanten Übersterblichkeit interessiert uns hier an sich nicht; doch ist festzuhalten, dass wenn  $m = n$  ist, nur eine konstante Übersterblichkeit zur Kompensation ausreicht, wie wir dies vorgängig zeigten. Im allgemeinen wird man ein  $\alpha_0$  wünschen, das in der Folge linear abnimmt.

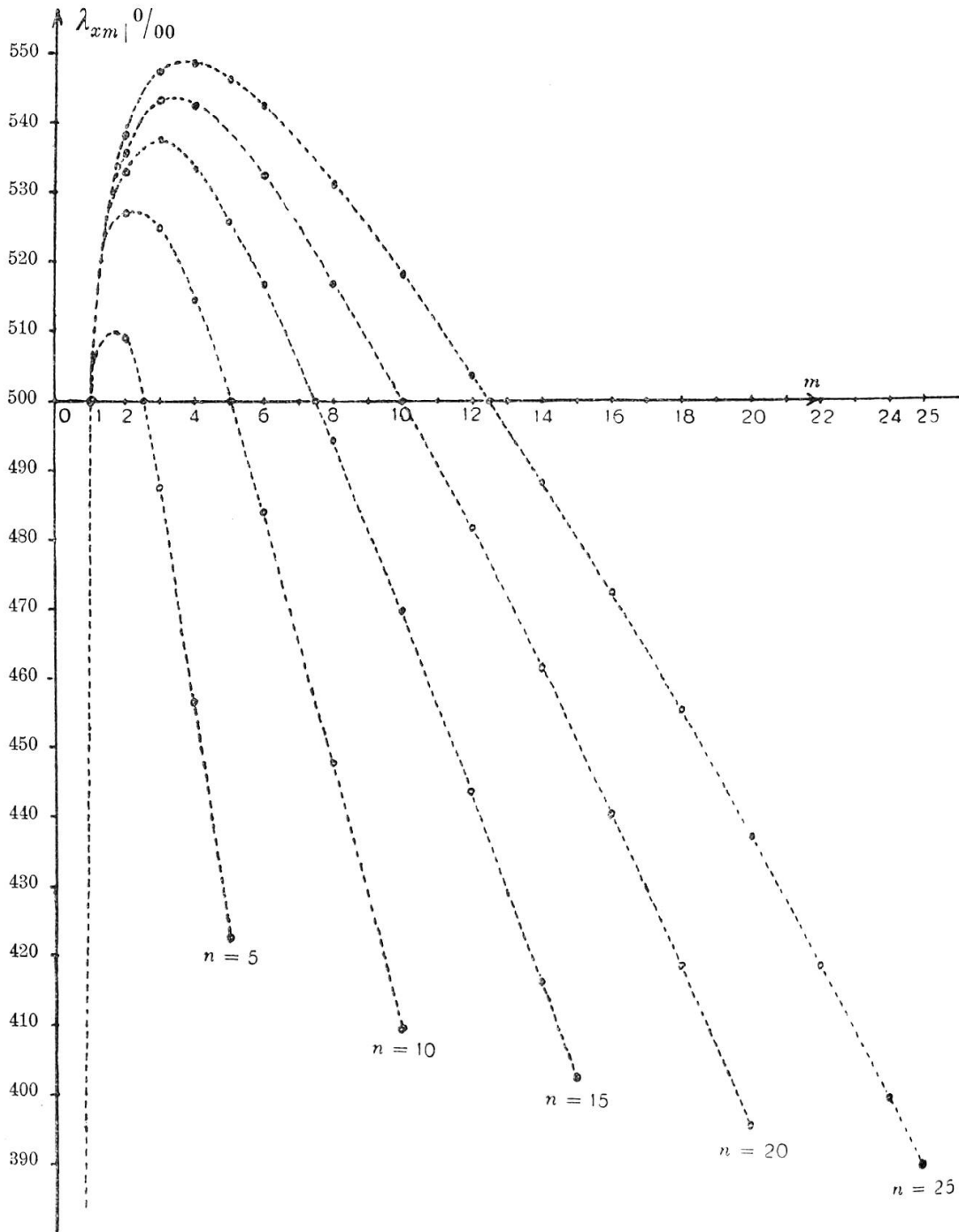
Man setzt mit Vorteil vorerst  $\alpha_0 \sim \frac{\lambda_{xm}}{1 - \lambda_{xm}}$ , fussend auf den Überlegungen unter IV. und V. Gilt dann für dieses  $\alpha_0$  entweder  $\frac{\alpha_0}{1 + \alpha_0} > \frac{m}{n}$  oder  $\frac{\alpha_0}{1 + \alpha_0} \sim \frac{m}{n}$ , so kann praktisch  $\alpha_t = \alpha_0 \cdot \frac{m-t}{m}$  angenommen werden. Ist dagegen für das so eruierte  $\alpha_0$  der Quotient  $\frac{\alpha_0}{1 + \alpha_0}$  wesentlich kleiner als  $\frac{m}{n}$ , so muss der Wert für  $\alpha_0$  gemäss der bezüglichen Formel unter III. ausgewertet werden.

### Zitierte Literatur

- 1) *H. Jecklin*, «Eine Näherungsformel für Übersterblichkeitszuschläge», Mitteilungen der Vereinigung schweizerischer Versicherungsmathematiker, 44. Bd., Heft 1.
- 2) *H. Jecklin und M. Eisenring*, «Die Staffelung der Versicherungssumme bei anormalen Risiken», Mitteilungen der Vereinigung schweizerischer Versicherungsmathematiker, 45. Bd., Heft 1.
- 3) *Deutsch-Stern*, «Lebensversicherungs-Medizin», Verlag E. M. Engel, Wien 1938.
- 4) *B. Ziezold*, «Versicherungsmathematische Fehlerrechnung», Versicherungswirtschaftliche Forschungen, Heft 2.
- 5) *H. Koepler*, «Zur Mathematik der Versicherung minderwertiger Leben», Assekuranz-Jahrbuch, 43. Bd.

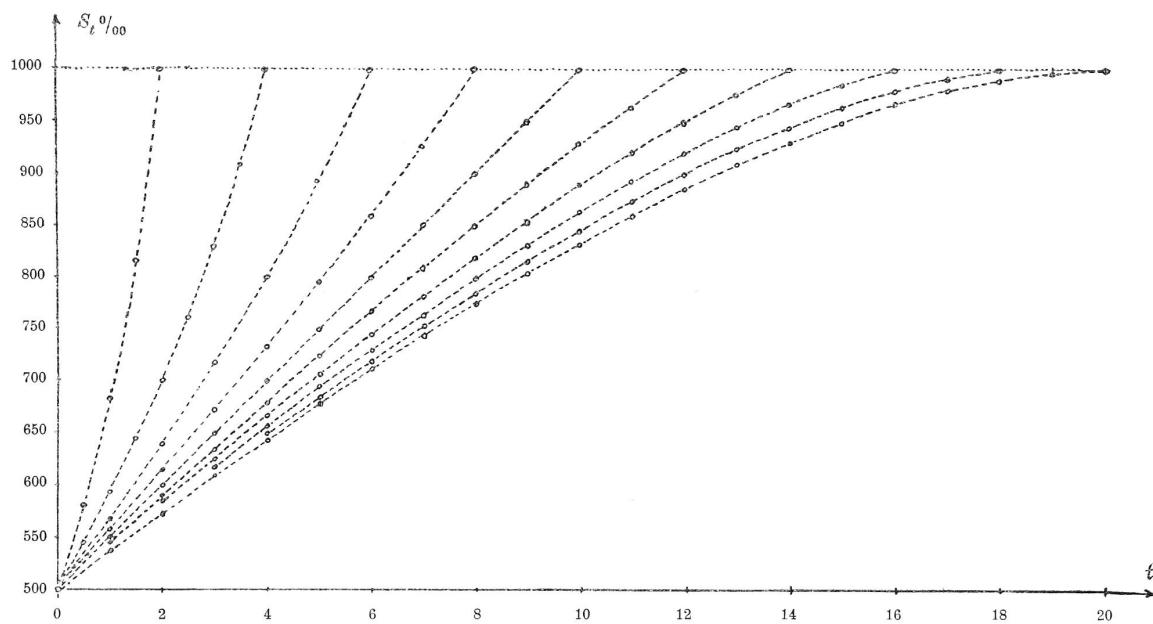
Graphische Darstellung 1

$$\lambda_{xm} = \frac{\alpha_0 \cdot \sum_0^{m-1} C_{x+t} \cdot \frac{m-t}{m} \cdot \frac{n-t}{n}}{\sum_0^{m-1} C_{x+t} \cdot \left(1 + \alpha_0 \cdot \frac{m-t}{m}\right) \cdot \frac{m-t}{m}} \cdot \alpha_0 = 1$$



### Graphische Darstellung 2

$$S_t = \frac{t}{n} + \frac{n \cdot m - t \cdot m}{(1 + \alpha_0) \cdot n \cdot m - t \cdot \alpha_0 \cdot n} \quad \alpha_0 = 1 \quad n = 20 \quad m = 2, 4, 6, 8 \text{ usw.}$$



Graphische Darstellung 3

$$\alpha_t = \frac{n \cdot m \cdot \alpha - t \cdot n \cdot \alpha}{n \cdot m + t \cdot (n \cdot \alpha - m(1 + \alpha))} \quad \alpha = 1 \quad n = 20 \quad m = 2, 4, 6, 8 \text{ usw.}$$

