Zeitschrift: Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker = Bulletin / Association des Actuaires Suisses = Bulletin / Association of Swiss Actuaries

Herausgeber: Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker

Band: 45 (1945)

Artikel: Betrachtungen über die Schwankungen der Sterblichkeit in der Lebensversicherung

Autor: Haferl, Eduard

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-555280

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 10.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Betrachtungen über die Schwankungen der Sterblichkeit in der Lebensversicherung

Von *Eduard Haferl*, Zürich

Die Ansichten über den praktischen Wert der zur Erfassung der Sterblichkeitsschwankungen entwickelten Risikotheorie gehen bekanntlich auseinander. Die vorliegende Arbeit bezweckt daher, einen Beitrag zu erbringen zur Abklärung der folgenden Fragen: Inwieweit vermittelt die Risikotheorie ein zutreffendes Bild der Sterblichkeitsschwankungen, bzw. auf welchen Gebieten kann die Risikotheorie angewendet werden ohne Gefahr, sich vom Boden der Tatsachen zu entfernen?

1. Risikotheorie

Zunächst geben wir eine Rekapitulation der wichtigsten Begriffe der Risikotheorie. Als mittleres einjähriges Risiko M bezeichnet man den Ausdruck

$$M = \sqrt{\sum_1^n p_i q_i} \tag{1}$$

$$\text{bzw. } M = \sqrt{\sum_1^n C_i^2 p_i q_i} \tag{2}$$

Formel (1) wird angewendet, falls es sich um Schwankungen in der Anzahl der Todesfälle, Formel (2) falls es sich um Schwankungen in bezug auf die Höhe der Schadensummen handelt. Dabei bedeutet:

n = Anzahl der Versicherten,

q_i = einjährige Sterbenswahrscheinlichkeit der Person mit der Ordnungsnummer i,

$p_i = 1 - q_i$,

C_i = Versicherungssumme unter Risiko der entsprechenden Person.

Die Formel

$$W_t = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-t}^{+t} e^{-\frac{\tau^2}{2}} d\tau \tag{3}$$

gibt näherungsweise die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass die zufällige Abweichung vom Erwartungswert die Grenzen $\pm tM$ nicht überschreitet.

Der durch die Formel (3) ausgedrückte Wahrscheinlichkeitswert ist um so genauer, je grösser die Anzahl der erwartungsmässigen Todesfälle ist. Ist beispielsweise diese Anzahl gleich 10, so ergibt sich, wie durchgeführte Untersuchungen gezeigt haben, bereits eine befriedigende Annäherung. Ist sie kleiner oder entfallen auf grosse C_i nur wenige erwartungsmässige Todesfälle, so ist je nach der geforderten Genauigkeit die Wahrscheinlichkeit unter Umständen nach den elementaren Regeln der Wahrscheinlichkeitsrechnung zu ermitteln. Die sich ergebenden Unterschiede können anhand eines Beispiels im Abschnitt 3 unter A, *b)* ersehen werden.

2. Wesentliche und zufällige Sterblichkeitsschwankungen

Wenn für n hinsichtlich der Grösse und Struktur (Alter, Risikosummen) gleichartige Versicherungsbestände n entsprechende Beobachtungen $B_1, B_2 \ldots B_n$ vorliegen, wird man die Differenzen zwischen den einzelnen Beobachtungen B_i und ihrem arithmetischen Mittel $H = \frac{\Sigma B_i}{n}$, somit $B_i - H$, als Abweichungen bezeichnen.

Sofern der Ursachenkomplex, welcher dem Absterben innerhalb der Bestände zugrunde liegt (Konstitution, soziale, sanitarische und klimatische Verhältnisse, Ernährung, Lebensweise, Zeitumstände, wie Krieg, Unruhen, Epidemien etc.) für alle n Bestände gleich ist, ist offenbar a priori für jeden Bestand das gleiche Beobachtungsergebnis zu erwarten. Mit andern Worten, die Erwartungswerte E_i aller Bestände sind unter dieser Voraussetzung gleich hoch, und zwar $E_i = H$[1]).

[1]) Unter Berücksichtigung des Umstandes, dass das Beobachtungsergebnis der Gesamtheit ($= \Sigma B_i$) gegeben ist, kann nachgewiesen werden, dass bei Gleichheit der Ursachenkomplexe die beobachtete mittlere *Häufigkeit* $H = \frac{\Sigma B_i}{n}$ gleich dem *Erwartungswert* E_i der einzelnen Bestände ist. Sind die Erwartungswerte E_i voneinander verschieden (ungleiche Ursachenkomplexe), so kommt dem Wert H die Bedeutung eines *mittleren* Erwartungswertes zu.

Die oben erwähnte Abweichung $B_i - H$ ist dann $= B_i - E_i$, d. h. gleich der Differenz zwischen Beobachtungs- und Erwartungswert und wird als zufällige Abweichung bezeichnet.

Häufig ist nun aber das Teilungsprinzip, nach welchem die n Bestände aus der Gesamtheit ausgeschieden werden, nicht derart, dass Gleichheit der erwähnten Ursachenkomplexe vorausgesetzt werden kann. Insbesondere wenn die Unterteilung chronologischer Art ist, wird sie, wie ersichtlich, im allgemeinen nicht gegeben sein, so z. B. wenn die n Beobachtungen n aufeinanderfolgenden Jahren entstammen. Dann ist $E_i \neq H$. Die Abweichung $B_i - H = A_i$ kann dann geschrieben werden

$$A_i = (B_i - E_i) + (E_i - H) \tag{4}$$

Der erste Klammerausdruck (Differenz zwischen Beobachtungs- und wirklichem Erwartungswert) stellt die *zufällige* Abweichung dar, der zweite, d. h. die Differenz zwischen wirklichem und mittlerem Erwartungswert, wird als *wesentliche* Abweichung bezeichnet. Die erstere lässt sich nach der Risikotheorie wahrscheinlichkeitstheoretisch erfassen in der Form $B_i - E_i = tM$. Dabei kann aus Formel (3) die Wahrscheinlichkeit dafür ermittelt werden, dass die zufällige Abweichung grösser bzw. kleiner als tM ausfallen wird. Das mittlere Risiko ist dabei entsprechend dem tatsächlichen Erwartungswert E_i zu berechnen, symbolisch ausgedrückt $M_{(E_i)}$. Formel (4) kann somit auch wie folgt dargestellt werden:

$$A_i = tM_{(E_i)} + E_i - H \tag{4'}$$

Es wird nun allerdings oft schwierig sein, bei einer gegebenen Beobachtungsreihe festzustellen, ob und in welchem Ausmass wesentliche Abweichungen vorliegen. Eine exakte Aufteilung der Abweichung in ihre wesentliche und zufällige Komponente wird kaum je durchführbar sein. Bedeutende wesentliche Abweichungen (Krieg, Epidemien) können dagegen aus der Statistik der Todesursachen direkt ersehen werden, wenn auch nicht in ihrem genauen Ausmass. Kleinere wesentliche Abweichungen können festgestellt werden, falls für die in Frage stehenden Zeitabschnitte Beobachtungen aus entsprechenden, wesentlich grösseren Gesamtheiten (z. B. Total der Gesellschaften, Volkssterblichkeit) vorliegen. Ferner lassen sich, wie

bekannt ist, aus dem Vergleich der Abweichungen mit der durch Formel (3) gegebenen Verteilung Rückschlüsse auf die Existenz von wesentlichen Abweichungen ziehen.

Es sind schon Versuche gemacht worden, die wesentliche Abweichung $E_i - H$ in analoger Weise wahrscheinlichkeitstheoretisch zu erfassen wie die zufällige Abweichung. Doch fehlen hiefür die erforderlichen Voraussetzungen wie aus den nachfolgenden Überlegungen hervorgeht. Die zufälligen Abweichungen sind a priori für jede Beobachtung «gleichmöglich». Die wesentlichen Abweichungen können dagegen unter Umständen mehr oder weniger vorausgesehen werden, sie liegen zu Zeiten gleichsam «in der Luft». So war z. B. schon 1938 mit der Möglichkeit eines Krieges in naher Zukunft zu rechnen. Oder noch deutlicher: Zu Beginn des Jahres 1943 war es gewiss, dass im kommenden Jahre im deutschen Geschäft eine erhöhte Sterblichkeit vorliegen wird. Ein weiteres Beispiel ist die heutige Nachkriegszeit, für welche eine erhöhte Wahrscheinlichkeit für das Eintreten von Epidemien vorliegt. Die Wahrscheinlichkeit von wesentlichen Abweichungen ist somit je nach den Zeitumständen sehr verschieden. Es scheint daher ausgeschlossen, generell eine Verteilungsfunktion für jährliche wesentliche Abweichungen aufzustellen, aus welcher zutreffende Rückschlüsse in bezug auf die in den nächsten Jahren zu erwartenden wesentlichen Abweichungen gezogen werden könnten. Versuche zur wahrscheinlichkeitstheoretischen Erfassung dieser Abweichungen werden daher allein schon aus diesem Grunde problematisch bleiben. Weitere Schwierigkeiten für einen solchen Versuch bestehen darin, dass bedeutende wesentliche Abweichungen sich stets einseitig in der Richtung einer Erhöhung der Sterblichkeit auswirken werden; ferner müssten willkürliche Annahmen über die maximale Sterblichkeit getroffen werden.

Aus den Überlegungen, welche zu Formel (4) geführt haben, ergibt sich eine für die Anwendung und Beurteilung der Risikotheorie wichtige Einschränkung. Bei der Herleitung der in Abschnitt 1 aufgeführten Formeln der Risikotheorie wird nämlich vorausgesetzt, dass der Erwartungswert für alle Beobachtungen gleich hoch ist. Die wesentliche Abweichung $E_i - H$ wird somit gleich Null angenommen. Daher beziehen sich diese Formeln ausschliesslich auf die zufälligen Abweichungen. Eine beobachtete Abweichungsreihe kann deshalb nur dann mit den nach diesen Formeln zu erwartenden Abweichungen

übereinstimmen, wenn keine wesentlichen Abweichungen vorliegen, oder wenn diese zumindest so klein sind, dass sie vernachlässigt werden können. Es scheint, dass diese Einschränkung nicht immer genügend beachtet wurde; die über den praktischen Wert der Risikotheorie bestehenden Meinungsverschiedenheiten dürften zum Teil auf diesen Umstand zurückzuführen sein. Die erwähnte Einschränkung entwertet die Risikotheorie keinesfalls, um so mehr, als die wesentlichen Abweichungen für ein wichtiges Anwendungsgebiet, wie sich zeigen wird (vgl. Abschnitt 4), nur einen geringen Einfluss ausüben.

3. Eine statistische Verifizierung der durch die Risikotheorie umschriebenen zufälligen Sterblichkeitsschwankungen

Nachfolgend werden eine Anzahl von tatsächlich beobachteten Abweichungsreihen den nach den Formeln (1), (2) und (3) zu erwartenden Abweichungen gegenübergestellt. Um im Sinne der vorausgehenden Ausführungen die Vergleichbarkeit zu gewährleisten, dürfen die beobachteten Abweichungen nur zufällige, jedoch keine wesentlichen Abweichungen enthalten. Dies wurde erreicht, indem die einzelnen Beobachtungen ein und derselben Reihe

1. dem gleichen Kalenderjahr entnommen wurden,
2. an Beständen durchgeführt wurden, welche die gleiche Struktur (Altersverteilung etc.) aufweisen.

Der letzteren Bedingung wurde dadurch entsprochen, dass ein gegebener Versicherungsbestand nach Massgabe der Endziffern der Policennummern (Masseinheit ist die Police) in eine Anzahl von Teilbeständen zerlegt wurde. Da zwischen diesen Ziffern einerseits und den eingetretenen Todesfällen und der Struktur des Bestandes anderseits keine Korrelation angenommen werden kann, darf dieses Verfahren als zulässig betrachtet werden. Es besitzt ausserdem den Vorteil, dass nur die eingetretenen Todesfälle verarbeitet werden müssen, während auf die Bildung der entsprechenden Bestände unter Risiko verzichtet werden kann. Das Beobachtungsmaterial entstammt den Beständen der «Vita» Lebensversicherungs-Aktiengesellschaft in Zürich.

A. Direkt abgeschlossene grosse Einzelkapitalversicherungen des schweizerischen und ausländischen Geschäftes

Beobachtungsperioden: Kalenderjahre 1943 und 1944 (inkl. Kriegssterblichkeit).

Anzahl der Policen unter Risiko per 31. Dezember 1943: 80 449.

Anzahl der beobachteten Todesfälle (Policen):

Jahr	Todesfälle
1943	449
1944	599

Der oben umschriebene Gesamtbestand wird für jedes der beiden Jahre in 100 Teilbestände aufgeteilt, wobei sämtliche Policen, deren Policennummern bezüglich der Zehner und Hunderter übereinstimmen, zum gleichen Teilbestand zählen [1]).

a) Gegenstand der Beobachtung: Anzahl der Todesfälle (Policen)

Anmerkung: Statt der Abweichungen wird der grösseren Übersichtlichkeit wegen nachfolgend die Anzahl der Teilbestände mit 1, 2, 3, ... beobachteten Todesfällen der entsprechenden erwartungsmässigen Anzahl gegenübergestellt. Die Abweichungen können durch Differenzbildung ermittelt werden.

	1943	1944
Anzahl der erwartungsmässigen Todesfälle pro Teilbestand [2])	4,49	5,99

---

[1]) *Beispiel:* Die Policennummern 312 *810*, 27 *817*, 423 *811*, 5 *816* zählen zum gleichen Teilbestand.

[2]) $= {}^{1}/_{100}$ der beobachteten Todesfälle des Gesamtbestandes, vgl. Ausführungen unter Abschnitt 2.

Anzahl der eingetretenen Todesfälle Jahr	Anzahl der Teilbestände effektiv 1943	erwartungsmässig 1943 [1]	effektiv 1944	erwartungsmässig 1944 [1]
0	1	1,1		0,2
1	6	5,0	2	1,5
2	9	11,3	6	4,5
3	20	16,9	6	8,9
4	20	19,0	13	13,4
5	15	17,1	17	16,1
6	12	12,8	21	16,1
7	7	8,2	7	13,8
8	5	4,6	12	10,3
9	2	2,3	8	6,9
10	2	1,0	4	4,1
11	1	0,4	1	2,3
12	0	0,2	3	1,1
13	0	0,1	0	0,5
14	0	0,0	0	0,2
			0	0,1
			0	0,0

b) Gegenstand der Beobachtung: Schadensummen

Gleicher Bestand und gleiche Beobachtungszeit wie oben, gleiche Unterteilung in 100 Teilbestände. Drei verschiedene Beobachtungsserien: I, alle Policen, deren Policennummer mit Null enden, seien für eine Risikosumme von 5 versichert, alle übrigen für Risikosumme 1; II bzw. III gleiche Voraussetzung bezüglich der mit 5 bzw. 9 endigenden Policennummern.

---

[1]) Wahrscheinlichkeit in % nach Poisson.

Kalenderjahr 1944

Erwartungsmässige Schadensumme pro Teilbestand =

$$= 0{,}9 \cdot 5{,}99 + 0{,}1 \cdot 5{,}99 \cdot 5 = \mathit{8{,}39}.$$

Betrag des mittleren Risikos = M = *4,50.*

Absoluter Betrag der Abweichung vom Erwartungswert kleiner als	Anzahl der Abweichungen beobachtete: I	II	III	zu erwartende: [1])	[2])
0,5 M	26	29	37	38,3	32,2
1,0 M	70	72	75	68,3	71,0
1,5 M	88	89	91	86,6	91,0
2,0 M	95	96	97	95,5	96,0
2,5 M	97	97	98	98,8	97,9
3,0 M	100	98	100	99,7	99,0
∞ M		100		100,0	100,0

Kalenderjahr 1943

Erwartungsmässige Schadensumme pro Teilbestand = *6,29.*

Betrag des mittleren Risikos = M = *3,90.*

Absoluter Betrag der Abweichung vom Erwartungswert kleiner als	Anzahl der Abweichungen beobachtete: I	II	III	zu erwartende: [1])	[3])
0,5 M	34	39	23	38,3	
1,0 M	75	72	72	68,3	
1,5 M	92	90	93	86,6	
2,0 M	95	96	97	95,5	
2,5 M	96	97	100	98,8	
3,0 M	97	99	100	99,7	
∞ M	100	100	100	100,0	

B. Kleine Einzelversicherungen, Schweizergeschäft

Gegenstand der Beobachtung: Schadensummen

Die Risikosumme sei für $^1/_{100}$ der beobachteten Policen = 10, für $^{99}/_{100}$ = 1. Beobachtungsperioden: Kalenderjahre 1940—1944. Für jedes Jahr liegen 100 Beobachtungen vor (Unterteilung in 10 Teil-

[1]) Wahrscheinlichkeit gemäss Formel (3) in % (Näherungswert).
[2]) Genau berechnete Wahrscheinlichkeit in %.
[3]) Genau berechnete Wahrscheinlichkeit: Vergleiche Kalenderjahr 1944.

bestände nach der Schlussziffer der Policennummer; für jeden Teilbestand 10 Beobachtungen. Bei der ersten gelten diejenigen Policen als für eine Risikosumme von 10 versichert, deren zweit- und drittletzte Ziffer der Policennummer ...*00* lauten, bei der zweiten Beobachtung analoge Annahme für die Policennummern mit der zweit- und drittletzten Ziffer ...*11*, etc. bis auf ...*99*[1]. Anzahl der Policen unter Risiko per 31. Dezember 1944: 90 505.

Jahr	1940	1941	1942	1943	1944
Gesamtzahl der Toten (Policen)	238	243	257	288	337
Erwartungsmässige Zahl der Toten für jeden Teilbestand	23,8	24,3	25,7	28,8	33,7
Erwartungsmässige Schadensumme . . .	25,9	26,5	28,0	31,4	36,7
Mittleres Risiko *M* . .	6,87	6,94	7,14	7,56	8,17

Absoluter Betrag der Abweichung kleiner als	Anzahl der Abweichungen beobachtete					zu erwartende
Jahr	1940	1941	1942	1943	1944	[2]
0,5 *M*	36	37	40	38	43	38,3
1,0 *M*	77	78	83	59	78	68,3
1,5 *M*	90	90	93	79	86	86,6
2,0 *M*	93	97	94	87	97	95,5
2,5 *M*	99	97	97	95	100	98,8
3,0 *M*	99	99	97	100		99,7
3,5 *M*	99	99	99			99,95
4,0 *M*	99	99	100			99,99
4,5 *M*	99	100				100,00
5,0 *M*	100					100,00

[1]) Es könnte der Einwand erhoben werden, dass diese 10 Beobachtungen für jeden Teilbestand nicht völlig unabhängig voneinander sind. Es ist jedoch zu berücksichtigen, dass der wechselnden Annahme betreffend die für eine Risikosumme von 10 versicherte Policennummer eine dominierende Bedeutung zukommt. Soweit trotzdem noch eine geringe Abhängigkeit verbleibt, wirkt sich diese in der Richtung einer Erhöhung der Unregelmässigkeit innerhalb der 100 Beobachtungen umfassenden Abweichungsreihe aus. Die vorliegenden Beobachtungen ergeben somit, wenn man diesem Umstand Rechnung tragen will, eher ein etwas zu ungünstiges Bild.

[2]) Wahrscheinlichkeit in % nach Formel (3).

Jede der 800 Beobachtungen unter A bezieht sich auf einen Versicherungsbestand von rund 800 Policen, unter Einschluss der Kriegssterblichkeit. Die 500 Beobachtungen unter B beziehen sich dagegen auf rund 10mal grössere Bestände, welche keinem Kriegsrisiko ausgesetzt waren. Die Voraussetzungen der Abweichungsreihen unter A und B sind somit sehr verschieden. Wenn man berücksichtigt, dass Abweichungsreihen, welche auf 100 Beobachtungen beruhen, hinsichtlich ihrer Verteilung wiederum dem Gesetz des Zufalls unterworfen sind, darf festgestellt werden, dass die beobachteten Abweichungen mit den erwartungsmässigen gut übereinstimmen. Die vorgelegten Beobachtungen bestätigen somit die von der Risikotheorie umschriebene Höhe und Häufigkeit der zufälligen Sterblichkeitsschwankungen.

4. Risikotheorie und Rückversicherung

In bezug auf die Rückversicherung stellen sich in der Praxis Fragen folgender Art:

Wie verläuft die Verteilung der Abweichungen vom *wirklichen* Erwartungswert des betreffenden Jahres, falls Versicherungssummen, welche den Betrag X übersteigen, rückversichert werden?

Die Abweichungen vom rechnungsmässigen Erwartungswert II. Ordnung (mittlerer Erwartungswert) interessieren in diesem Zusammenhang nicht, denn die Rückversicherung kann in ihrer üblichen Form dem Erstversicherer ohnehin keinen Schutz gegen das Risiko der wesentlichen Abweichungen bieten, da im allgemeinen nur ein kleiner Teil des Gesamtbestandes rückversichert sein wird. Bei der obigen Fragestellung handelt es sich somit, wie auch aus den Ausführungen unter Abschnitt 2 hervorgeht, ausschliesslich um die *zufälligen* Abweichungen (Differenz zwischen Beobachtungs- und wirklichem Erwartungswert). Für die wahrscheinlichkeitstheoretische Erfassung dieser Abweichungen ist die Bildung des mittleren Risikos $M_{(E_i)}$ entsprechend dem wirklichen Erwartungswert E_i erforderlich (vgl. Formel (4')). Da nun aber nur der mittlere Erwartungswert (Grundlagen II. Ordnung) zur Verfügung steht — der wirkliche Erwartungswert ist unbekannt —, verbleibt ein gewisser Einfluss der wesentlichen Schwankungen. Seine Höhe ergibt sich aus der folgenden Überlegung.

Es bedeute M das mittlere Risiko unter Ausschluss der den Betrag X übersteigenden Teil der Versicherungssummen, berechnet auf Grund der Sterbenswahrscheinlichkeit q_x nach Grundlagen II. Ordnung. Wenn nun infolge einer wesentlichen Abweichung eine Sterbenswahrscheinlichkeit $f \cdot q_x$ wirksam ist an Stelle von q_x, so stellt sich die zufällige Abweichung Z vom wirklichen Erwartungswert auf

$$|Z| \leqslant \sqrt{f} \cdot t \cdot M \tag{5}$$

Dabei stellt $\sqrt{f}$ einen Näherungswert dar; der durch t nach Formel (3) definierte Integralwert gibt die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass die Grenze $\sqrt{f}\, tM$ nicht überschritten wird. Zieht man z. B. für eine Beobachtungsperiode eine wesentliche Erhöhung der Sterblichkeit um 20 % der rechnungsmässigen q_x II. Ordnung in Betracht, so fällt die zufällige Abweichung Z für diese Beobachtungsperiode somit nach Formel (5) um rund 10 % höher aus, als nach den Formeln (2) und (3) auf Grund der Sterbenswahrscheinlichkeiten q_x zu erwarten ist, und zwar sowohl in positivem wie in negativem Sinn. Im Vergleich zu der überragenden Bedeutung der wesentlichen Schwankungen auf anderen Gebieten, z. B. in bezug auf die Sterblichkeitsschwankungsreserve, kann ihr Einfluss somit auf die eingangs dieses Abschnittes umschriebene Frage als minim bezeichnet werden. Da nun die Risikotheorie die hier, wie ersichtlich, im Vordergrund stehenden zufälligen Schwankungen in zutreffender Weise erfasst, wie durch die Darlegungen unter Abschnitt 3 bestätigt wird, kann diese bei Mitberücksichtigung der Beziehung (5) als ein der Wirklichkeit entsprechendes und damit wertvolles Hilfsmittel zur Behandlung von Fragen der Rückversicherung angesehen werden.

5. Die Sterblichkeitsschwankungsreserve

Wie aus der Zweckbestimmung dieser Reserve hervorgeht, sind bei ihrer Bemessung sowohl die wesentlichen wie die zufälligen Sterblichkeitsschwankungen in Betracht zu ziehen. Dies kann geschehen unter Benützung der Formel (4).

Aus der im Schweizergeschäft für den Kriegsfall vorgesehenen Regelung des Kriegsrisikos sowie aus anderweitigen praktischen Überlegungen kann geschlossen werden, dass wesentliche Schwankungen

der Sterblichkeit nur bis zu einer gewissen Grenze von den Gesellschaften zu tragen sein werden. Im folgenden wird vorausgesetzt, dass diese Grenze mit 5 ‰ der Gesamtrisikosumme gegeben sei. Unter dieser Voraussetzung ergibt sich für drei verschiedene Versicherungsbestände folgendes Bild:

Anzahl der Versicherten	500	5000	50 000
Gesamtbetrag der Risikosumme bei einer einheitlichen Risikosumme von Fr. 5000 pro Person	2 500 000	25 000 000	250 000 000
Erwartungsmässige Schadensumme bei einer einheitlichen Sterbenswahrscheinlichkeit von 7 ‰	17 500	175 000	1 750 000
Nach Formel (4) ergibt sich als *wesentliche* Komponente: $E_i - H = 5$ ‰ =	12 500	125 000	1 250 000
Wird als *zufällige* Komponente der dreifache Betrag des mittleren Risiko in Betracht gezogen, berechnet auf Grund einer Sterbenswahrscheinlichkeit von 12 ‰ (7 ‰ + 5 ‰, d. h. einschl. der wesentlichen Abweichung), so beträgt diese	36 600	115 500	366 000
Sterblichkeitsschwankungsreserve nach Formel (4) . .	49 100	240 500	1 616 000

Letzterer Betrag ist nach Formel (3) mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,9986 ausreichend zur Deckung einer wesentlichen Abweichung von 5 ‰, einschliesslich der zufälligen Abweichungen. Der auf die zufälligen Abweichungen entfallende Teil wird etwas grösser, wenn die einzelnen Versicherungen des Bestandes ungleiche Versicherungssummen aufweisen.

Als von Bedeutung kann festgehalten werden, dass bei der Bemessung der Sterblichkeitsschwankungsreserve die wesentlichen

Schwankungen in die Rechnung einbezogen werden müssen und dass die letzteren um so mehr dominieren, je grösser der Versicherungsbestand ist.

6. Zusammenfassung

Wie die vorausgehenden Ausführungen gezeigt haben, muss bei der Anwendung der Risikotheorie stets im Auge behalten werden, ob ausschliesslich zufällige oder auch wesentliche Schwankungen in Betracht fallen. Die klassische Risikotheorie erfasst nur die ersteren.

Während die durchgeführten statistischen Erhebungen die durch die Formeln der Risikotheorie ((1), (2), (3)) definierte Höhe und Häufigkeit der zufälligen Schwankungen bestätigen, scheint eine wahrscheinlichkeitstheoretische Erfassung der wesentlichen Schwankungen hinsichtlich ihrer praktischen Verwendbarkeit problematisch.

Bei Fragen, welche sich im Zusammenhang mit der Rückversicherung stellen, sind die wesentlichen Schwankungen von untergeordneter Bedeutung. Der Begriff des mittleren Risikos ist daher auf diesem Gebiete ein wirklichkeitsnahes und wertvolles Hilfsmittel. Dagegen ist die klassische Risikotheorie allein ungeeignet zur Ermittlung einer sogenannten Sterblichkeitsschwankungsreserve. Sie bedarf im Hinblick auf die wesentlichen Schwankungen einer entsprechenden Erweiterung. Diesem Erfordernis kann, wie aus Formel (4′) ersichtlich ist, in einfacher Weise genügt werden.