Zeitschrift: Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker = Bulletin / Association des Actuaires Suisses = Bulletin / Association of Swiss Actuaries

Herausgeber: Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker

Band: 43 (1943)

Artikel: Kombinierte Einzel- und Gruppenrechnung zur Bestimmung des Bilanzdeckungskapitals in der Lebensversicherung : Ko-Methode

Autor: Meier, J.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-550795

Kombinierte Einzel- und Gruppenrechnung zur Bestimmung des Bilanzdeckungskapitals in der Lebensversicherung.

(Ko-Methode.)

Von *J. Meier*, Zürich.

§ 1.

Die einzelne Versicherung.

Wir betrachten eine einzelne Versicherung. Die Deckungskapitalwerte

$$V_t \text{ für } t = 0,\ 5,\ 10,\ \ldots,\ \text{usw.}$$

werden als gegeben vorausgesetzt.

Die vertragliche Versicherungsdauer teilen wir wie folgt in Etappen ein:

I. Etappe	0. bis 14. Jahr	
II. Etappe	15. bis 29. Jahr	
III. Etappe	30. bis 44. Jahr	

usw.

Die vom Beginn einer Etappe an gemessene Zeit bezeichnen wir mit τ, das Deckungskapital am Anfang einer Etappe mit V_0 und den Zuwachs des Deckungskapitals vom Beginn einer Etappe bis zur Zeit τ mit Δ_τ.

Bei einer mit Prämienzahlung abgeschlossenen Versicherung ist in der I. Etappe $V_0 = 0$; bei einer mit Einmaleinlage abgeschlossenen Versicherung ist in der I. Etappe V_0 gleich der Inventareinlage beim Abschluss. Eine durch Umwandlung prämienfrei gewordene Versicherung wird vom Datum der Umwandlung ab wie ein Neuabschluss mit Einmaleinlage behandelt.

In der ganzen II. Etappe einer Versicherung ist $V_0 = V_{t=15}$, und in der dritten Etappe ist $V_0 = V_{t=30}$ usw.

Die Ko-Methode geht davon aus, dass der Zuwachs des Deckungskapitals innerhalb einer Etappe mit praktisch ausreichender Genauigkeit dargestellt werden kann durch die Formel:

$$\tilde{\varDelta}_\tau = s_{\overline{\tau}|} P_1 + \tau P_2 \tag{1}$$

Wenn die Versicherung in der zu betrachtenden Etappe schon nach längstens 5 Jahren abläuft, weil der vertragliche Endtermin erreicht wird, so setzen wir $P_2 = 0$, und der reduzierte Ansatz lautet:

$$\tilde{\varDelta}_\tau = s_{\overline{\tau}|} P_1 \tag{2}$$

Für das approximativ berechnete Deckungskapital gilt also der Ansatz:

$$\tilde{V}_\tau = V_0 + \tilde{\varDelta}_\tau \qquad \text{also}$$

$$\tilde{V}_\tau = V_0 + s_{\overline{\tau}|} P_1 + \tau P_2 \tag{3}$$

Hier bedeutet:

$$s_{\overline{\tau}|} = r + r^2 + \ldots + r^\tau \qquad \text{wobei}$$

$$r = 1 + i$$

Auf die Wahl eines geeigneten Zinsfusses kommen wir noch zurück.

Die Prämien P_1 und P_2 der Formel (1) ergeben sich auf Grund der Forderung, dass für zwei willkürlich festzusetzende Zeitwerte τ die Identität bestehen soll:

$$\tilde{\varDelta}_\tau = \varDelta_\tau$$

Bei Formel (2) ist nur ein einziger Fixpunkt nötig.

Eine Versicherung kann die zu betrachtende Etappe bis zum 14. (letzten) Jahr ganz umspannen oder sie kann vorher schon vertraglich ablaufen. In letzterem Falle bezeichnen wir die Zeit vom Beginn der Etappe bis zum Ablaufstermin mit τ_n.

Wir haben nun drei Fälle zu unterscheiden und stellen für diese hier die Formeln zur Berechnung der Prämien P_1 und P_2 zusammen.

a) Kein Ablauf in der betrachteten Etappe oder Ablauf mit $\tau_n \geqslant 10$.

Fixpunkte: $\tilde{\Delta}_5 = \Delta_5$ und $\tilde{\Delta}_{10} = \Delta_{10}$

$$\left.\begin{aligned} P_1 &= \frac{5\,\Delta_{10} - 10\,\Delta_5}{5\,s_{\overline{10}|} - 10\,s_{\overline{5}|}} \\ P_2 &= \frac{s_{\overline{10}|}\,\Delta_5 - s_{\overline{5}|}\,\Delta_{10}}{5\,s_{\overline{10}|} - 10\,s_{\overline{5}|}} \end{aligned}\right\} \qquad (1\,a)$$

b) Ablauf in der betrachteten Etappe und $6 \leqslant \tau_n \leqslant 9$.

Fixpunkte: $\tilde{\Delta}_5 = \Delta_5$ und $\tilde{\Delta}_{\tau n} = \Delta_{\tau n}$

$$\left.\begin{aligned} P_1 &= \frac{5\,\Delta_{\tau n} - \tau_n\,\Delta_5}{5\,s_{\overline{\tau n}|} - \tau_n\,s_{\overline{5}|}} \\ P_2 &= \frac{s_{\overline{\tau n}|}\,\Delta_5 - s_{\overline{5}|}\,\Delta_{\tau n}}{5\,s_{\overline{\tau n}|} - \tau_n\,s_{\overline{5}|}} \end{aligned}\right\} \qquad (1\,b)$$

c) Ablauf in der betrachteten Etappe und $\tau_n \leqslant 5$.

Fixpunkt (nur ein einziger): $\tilde{\Delta}_{\tau n} = \Delta_{\tau n}$

$$P_1 = \frac{\Delta_{\tau n}}{s_{\overline{\tau n}|}} \qquad (2\,a)$$

Bei geeigneter Wahl des Zinsfusses in $s_{\overline{\tau}|}$ können wir negative Prämien ausschliessen.

Der Nenner der Formeln (1 *a*) und (1 *b*) ist von Δ_τ ganz unabhängig und, wie man sich leicht überzeugen kann, stets positiv.

Der Zähler in P_1 ist positiv, wenn

$$\frac{\Delta_{10}}{\Delta_5} > 2 \quad \text{bzw.} \quad \frac{\Delta_{\tau n}}{\Delta_5} > \frac{\tau_n}{5}$$

Diese Ungleichung ist aber bei den üblichen Versicherungskombinationen stets erfüllt, weil die Kurve der Δ_τ bei diesen immer konkav verläuft.

Beim Zähler von P_2 ist die Ungleichung

$$\frac{\Delta_{10}}{\Delta_5} < \frac{s_{\overline{10}|}}{s_{\overline{5}|}} \quad \text{bzw.} \quad \frac{\Delta_{\tau n}}{\Delta_5} < \frac{s_{\overline{\tau n}|}}{s_{\overline{5}|}}$$

für einen positiven Wert entscheidend.

Wir verweisen auf die Beilage 1. Dort finden sich 8 Zahlenbeispiele für die Quotienten auf der linken Seite der Ungleichung. Sie betreffen die gemischte Versicherung, und die Δ_τ sind den Riemschen Deckungskapitaltabellen MWI $3\frac{1}{2}$ % entnommen. Wenn wir die Quotienten der Tabelle 1 nach steigenden Zahlenwerten ordnen, so ergibt sich folgende Übersicht:

35/30	I. Etappe	2,157
30/35	I. Etappe	2,164
40/25	I. Etappe	2,176
45/20	I. und 30/35 II. Etappe	2,177
50/15	I. und 35/30 II. Etappe	2,220
40/25	II. Etappe	2,335

Für die Vergleichsquotienten

$$\frac{s_{\overline{10}|}}{s_{\overline{5}|}}$$

teilen wir hier die Zahlenwerte für 5 verschiedene Zinsfüsse mit:

Zinsfuss	Quotient $\frac{s_{\overline{10}|}}{s_{\overline{5}|}}$
1 %	2,051
3 %	2,159
5 %	2,276
6 %	2,338
7 %	2,403
8 %	2,469

Bei einem Zinsfuss von mindestens 6 % ist für alle Zahlenbeispiele der Tabelle 1 die Ungleichung erfüllt. *Um auch noch für andere Tarife und Kombinationen Spielraum frei zu lassen, haben wir die Berechnungen nach der Ko-Methode auf einen Zinsfuss von 8 %*

basiert. Sollten in einem Lebensportefeuille vereinzelt auch noch Kombinationen vorkommen, die selbst bei einem Zinsfuss von 8 % immer noch auf eine negative Prämie P_2 führen, so wäre entweder der Zinsfuss weiter zu erhöhen oder ausnahmsweise nach Formel (2) auch dann zu rechnen, wenn $\tau_n > 5$ ist. Wenn die Ko-Methode einmal eingeführt ist, so kommt eine Erhöhung des Zinsfusses nicht mehr in Frage, und es bleibt bei Ausnahmefällen, die auf eine negative Prämie P_2 führen würden, überhaupt nur die Lösung nach Formel (2) übrig. Wir kommen in § 4 auf die Wahl des Zinsfusses zurück.

§ 2.

Das Lebensportefeuille.

Der Einfachheit halber setzen wir auch hier τ als ganze Zahl voraus. Wir verlegen also den Zugang im ersten Halbjahr auf den 1. Januar des Zugangsjahres und den Zugang im zweiten Halbjahr auf den 1. Januar des folgenden Jahres. Der Bilanztermin ist dementsprechend als der 31. Dezember eines Rechnungsjahres angenommen.

Den Prämienübertrag bezeichnen wir mit UC. Formel (3) erlaubt eine *retrospektive Deckungskapitalberechnung für Versicherungsgruppen mit gleichem* τ. Wir schreiben die für solche Versicherungsgruppen angepasste Formel wie folgt:

$$\text{Reserve} = (\Sigma V_0 C + \Sigma UC) + (s_{\overline{\tau}|} \cdot \Sigma P_1 C + \tau \cdot \Sigma P_2 C) \qquad (4)$$

Wir erinnern daran, dass die Prämien P_1 und P_2 für die Dauer einer Etappe immer gleich bleiben, sofern die betreffende Versicherung keine Änderung erfährt, die den Zahlenwert des Deckungskapitals berührt. Wenn für eine gegebene Versicherung eine Etappe abgelaufen ist, so sind die Prämien P_1 und P_2 durch neue Zahlenwerte zu ersetzen, die der neuen Etappe angepasst sind. Ferner ändert dann auch der Hilfswert $V_0 C$, oder wenn ein solcher gar noch nicht bestanden hat, weil die Versicherung bis dahin voll prämienpflichtig in der I. Etappe stand, so ist der Hilfswert $V_0 C$ eben erstmals aufzunehmen.

Wir setzen natürlich voraus, dass auf einen gegebenen Bilanztag alle Prämien und Hilfswerte $V_0 C$ bis zu diesem Termin, entsprechend der in Betracht kommenden Etappe, vollständig nachgeführt sind.

Für die im folgenden darzulegende prospektive Deckungskapitalberechnung stellen wir nun auf drei Stichtage ab, die wir wie folgt bezeichnen:

Stichtag A: Anfang der am Bilanztage laufenden Etappe.
Stichtag B: 31. Dezember des Bilanzjahres.
Stichtag C: 31. Dezember des Jahres 2000.

Ferner führen wir folgende Zeitwerte ein:

$$K = \text{Zeit von A bis C},$$
$$k = \text{Zeit von B bis C}.$$

Dazu kommen noch die Hilfswerte:

$$\begin{aligned} H_1C &= s_{\overline{K|}} \cdot P_1C \\ H_2C &= K \cdot P_2C \end{aligned} \tag{5}$$

Mit Hilfe des willkürlich eingeführten Stichtages C können wir folgende Formel zur *prospektiven Deckungskapitalberechnung für das ganze Lebensportefeuille* gewinnen:

$$\text{Reserve} = \left\{ \begin{array}{c} +(\Sigma V_0C + \Sigma UC) \\ +(v^k \cdot \Sigma H_1C + \Sigma H_2C) \\ -(a_{\overline{k|}} \cdot \Sigma P_1C + k \cdot \Sigma P_2C) \end{array} \right\} \tag{6}$$

Hier ist

$$a_{\overline{k|}} = 1 + v + v^2 + \ldots + v^{k-1}$$ und

$$v = \frac{1}{1+i}$$

In dieser Formel gibt es nur noch einen einzigen Zeitwert k. Dieser ist aber für alle Versicherungen des gegebenen Lebensportefeuilles immer derselbe. Denn k bedeutet ja einfach den Zeitabstand von Bilanztage bis zum 31. Dezember des Jahres 2000. Die prospektive Deckungskapitalberechnung verlangt also keine Aufteilung des Lebensportefeuilles in bestimmte technische Gruppen. Das Abschlussjahr, das Ablaufsjahr, das Bilanzalter und selbst die Tarifform, alles ist in den verwendeten Prämien und Hilfswerten zum voraus schon enthalten. Die Formel (6) gilt also ganz allgemein für ein beliebiges Portefeuille.

Es gibt für die Ko-Methode keine komplizierten Tarife, die von der pauschalen Deckungskapitalberechnung ausgeschlossen werden müssten. Die Formel (6) drängt den Mathematiker vielmehr dahin, wirklich alle Versicherungen in eine einzige pauschale Deckungskapitalberechnung einzuschliessen. Es gibt im ganzen Portefeuille einer Gesellschaft nur wenige Bestände, deren Deckungskapital aus *wirtschaftlichen Gründen* separat ausgewiesen werden muss, z. B. gewinnberechtigte und nicht gewinnberechtigte Versicherungen und unter Umständen auch noch besondere Gewinnverbände. Innerhalb eines wirtschaftlich selbständigen Bestandes kann aber auf eine Differenzierung nach Tarifen ganz verzichtet werden, und dies erlaubt unseres Erachtens eine grosse und sehr erwünschte Arbeitsersparnis. Die Hauptarbeit bei Verwendung der Ko-Methode besteht in der Nachführung der Prämien und Hilfswerte auf den technischen Karten oder in einem Register und in der Bildung des Standes am 31. Dezember unter Berücksichtigung der Eintritte, der Abgänge und der Mutationen seit dem 1. Januar. Sobald der Stand der Prämien und Hilfswerte auf einen Bilanztermin feststeht, so ergibt sich das Bilanzdeckungskapital für das betrachtete Lebensportefeuille mit Hilfe der in Formel (6) vorgeschriebenen kleinen Rechnung. Bei Untersuchungen über die Gewinnquellen mag dem Deckungskapital am 31. Dezember für den Neueintritt und dem Deckungskapital am 1. Januar für den Abgang eine besondere Bedeutung zukommen. Diese Deckungskapitalwerte ergeben sich nach der Ko-Methode mühelos. Denn die entsprechenden Summen an Prämien und Hilfswerten sind schon vorhanden, da sie zur Bildung des Portefeuillestandes gebraucht werden.

Bei der Ko-Methode liegt alle Arbeit in der Nachführung des Bestandes. Wenn dieser im Laufe des Jahres stets à jour geführt wird, so steht selbst einer versicherungstechnischen *Monatsbilanz* nichts im Wege. Das Deckungskapital für $(k + {}^m/_{12})$ kann aus dem für (k) und $(k+1)$ pauschal gerechneten Deckungskapital durch Interpolation leicht bestimmt werden.

§ 3.

«Genauigkeit» der Ko-Methode.

Die Ko-Methode basiert auf einer Interpolation der V_t-Kurve und liefert deshalb im allgemeinen nur approximative Deckungskapitalwerte. Für $t = 5$ und $t = 10$ sind die Abweichungen, den getroffenen Voraussetzungen entsprechend, null.

In Tabelle 2 werden die Abweichungen zwischen den genauen und den approximativ nach der Ko-Methode berechneten Deckungskapitalwerten in Promille des genauen Deckungskapitals für 5 Zahlenbeispiele mitgeteilt. Es handelt sich um die gemischten Versicherungen x/n:

30/35, 35/30, 40/25, 45/20 und 50/15.

Das genaue Deckungskapital ist den Riemschen Tabellen MW I 3½ % entnommen, und bei der Ko-Methode wurde auf einen Zinsfuss von 8 % abgestellt. Die Fixpunkte Δ_τ sowie die Prämien P_1 und P_2 finden sich in Tabelle 1. Die grössten Abweichungen mögen hier aus der Tabelle 2 zusammengestellt werden:

Beispiel			Abweichung in Promille des genauen Deckungskapitals
45/20	$t = 16$	II. Etappe.	21 ‰
30/35	$t = 31$	III. Etappe.	21 ‰
40/25	$t = 16$	II. Etappe.	20 ‰
45/20	$t = 1$	I. Etappe.	—17 ‰
50/15	$t = 14$	I. Etappe.	15 ‰
35/30	$t = 29$	II. Etappe.	15 ‰
40/25	$t = 17$	II. Etappe.	14 ‰
45/20	$t = 17$	II. Etappe.	13 ‰
30/35	$t = 32$	III. Etappe.	13 ‰
30/35	$t = 14$	I. Etappe.	—12 ‰
30/35	$t = 16$	II. Etappe.	—12 ‰
35/30	$t = 1$	I. Etappe.	—11 ‰

Die Tabelle 2 enthält im ganzen 120 Vergleichszahlen (Promillesätze), darunter aber nur die vorstehend einzeln aufgeführten mit einer absoluten Abweichung von mehr als 10 ‰ des genauen Deckungskapitals.

Die Abweichungen sind bald positiv und bald negativ. In einem normalen Lebensportefeuille, das sich aus jungen und alten Versicherungen zusammensetzt, heben sich die Abweichungen daher zu einem guten Teil auf und maximale Abweichungen, wie wir sie soeben für $t = 1$, 14, 16, 17, 29 und 32 hervorgehoben haben, fallen wenig ins Gewicht.

Wir betrachten in Tabelle 3 ein hypothetisches Portefeuille, das aus einer gleichbleibenden Jahresproduktion von Fr. 5 000 000 Versicherungssumme aufgebaut wird. Diese Produktion setzt sich aus gemischten Versicherungen der mehrfach erwähnten fünf Kombinationen zusammen (30/35, 35/30, 40/25, 45/20, 50/15). Jede Kombination ist mit Fr. 1 000 000 beteiligt. Jede Jahresproduktion unterliegt dem gleichen Abgang durch Tod, Verzicht und Rückkauf, den wir wie folgt voraussetzen:

Zugangs-Halbjahr	null
1. Geschäftsjahr	10 %
2. Geschäftsjahr	10 %
3. Geschäftsjahr	10 %
4. und folgende Geschäftsjahre . . .	5 %

Diese Prozentsätze beziehen sich jeweilen auf den Bestand am Anfang des Geschäftsjahres. Der Abgang infolge Rückkauf ($0{,}05 - q_x$) wird gegen den Schluss der Vertragsdauer praktisch fast null, weil q_x sich den angenommenen 5 % nähert. Von Umwandlungen und Reduktionen sehen wir aus Gründen der Einfachheit ganz ab.

Als Rechnungsgrundlagen verwenden wir die Riemschen Tabellen MW I $3\frac{1}{2}$ %. Für die Ko-Methode stellen wir aber auf eine Verzinsung von 3 % ab.

Wir verfolgen die Entwicklung eines in dieser Art durch Neuzugang und Abgang sich verändernden Portefeuilles vom Jahre 1920 bis zum Jahre 1950, indem wir annehmen, die Gesellschaft hätte im Jahre 1920 das Lebensgeschäft neu aufgenommen. Für jedes Bilanzjahr von 1921 bis 1950 haben wir das Gesamtdeckungskapital nach der Ko-Methode gerechnet und dem genauen Deckungskapital der Einzelrechnung gegenübergestellt. Die Abweichungen sind in Promille des genauen Deckungskapitals ausgedrückt.

In den ersten sechs Aufbaujahren ergeben sich Abweichungen von 4,2 ‰, 3,1 ‰, 2,3 ‰, 1,7 ‰, 1,1 ‰ und 0,8 ‰ des genauen Deckungskapitals. Von da ab ist die Abweichung für alle folgenden Bilanzjahre höchstens noch 0,5 ‰.

Die vorstehenden Abweichungen gelten natürlich nur für das hier betrachtete hypothetische Portefeuille. Für ein gegebenes Portefeuille, das in seiner Zusammensetzung von dem hypothetischen wesentlich verschieden ist, mögen sich auch grössere Abweichungen ergeben. Eine Gesellschaft, die ihre Vermögensanlagen vorsichtig bewertet, besitzt aber allein schon infolge der Abrundung der Börsenkurse eine Sicherheitsmarge, die jedenfalls über die von der Ko-Methode geforderte Toleranz hinausgeht.

§ 4.

Anpassungsfähigkeit der Ko-Methode.

Wir haben in § 1 nachgewiesen, dass ein Zinsfuss von 6 % bei den verwendeten Zahlenbeispielen negative Prämien vermeiden lässt. Um auch noch für andere Tarife und Kombinationen Spielraum frei zu lassen, haben wir die Berechnungen nach der Ko-Methode einheitlich auf einen Zinsfuss von 8 % basiert. Bei der Addition der technischen Karten oder Register könnten vereinzelte negative Zahlen leicht zu Fehlern Anlass geben, indem das negative Vorzeichen übersehen wird. Deshalb ist es für die Praxis zweckmässig, negative Prämien grundsätzlich auszuschliessen.

Der Hilfswert $H_1 C$ enthält nach Formel (5) den Faktor $s_{\overline{K|}}$. Dabei bedeutet K die Zeit vom Anfang der Etappe bis zum 31. Dezember des Jahres 2000. Wir teilen hier einige Zahlenwerte dieses Faktors für verschiedene Zinsfüsse mit:

K	Faktor $s_{\overline{K|}}$		
	8%	10%	12%
20	49,4229	63,0025	80,6987
40	279,7810	486,8518	859,1424
60	1 353,4704	3 338,2980	8 368,2380
80	6 357,8903	22 521,4024	80 803,1756

Die Tabelle tut dar, dass der Zinsfuss nicht unnötig hoch angesetzt werden sollte, weil sonst die Hilfswerte $H_1 C$ *zu grosse* Zahlenwerte ergäben, die bei der Addition hinderlich wären. Wir wollen hier das willkürlich angenommene Jahr 2000 kurz das *Zieljahr* nennen. Dann können wir feststellen, dass ein möglichst weit entferntes Zieljahr für eine lange Zeitspanne die gleichmässige Anwendung der Ko-Methode ermöglicht. Denn wenn einmal das Bilanzjahr dem Zieljahr nahe rückt, müssen auch schon Vorkehrungen für den Übergang auf ein neues Zieljahr getroffen werden. Ein nicht allzu hoher Zinsfuss erleichtert die Ansetzung eines möglichst fernen Zieljahres bei gleichzeitiger Vermeidung von unhandlich grossen Zahlenwerten der Hilfswerte $H_1 C$.

Schliesslich können wir zur Rechtfertigung des von uns angenommenen Zinsfusses von 8% auch noch erwähnen, dass die Deckungskapitalberechnung für das Portefeuille der Tabelle 3 bei einem Zinsfuss von 8 % viel kleinere Abweichungen aufweist als bei einem Zinsfuss von 5 %. Wir stellen diese Abweichungen nachfolgend für Gruppen von je 5 aufeinanderfolgenden Bilanzjahren einander gegenüber. Die Promillesätze stellen die Abweichungen zwischen dem genauen Deckungskapital und dem Deckungskapital der Ko-Methode in Promille des genauen Deckungskapitals dar. Das — Zeichen bedeutet, dass das Ko-Deckungskapital zu klein ist.

Portefeuille Tabelle 3

Bilanzjahrgruppe	Abweichungen in ‰ des genauen Deckungskapitals	
	Zinsfuss 5 %	Zinsfuss 8 %
	‰	‰
1921—1925	—1,0	1,8
1926—1930	0,0	0,4
1931—1935	—1,1	0,0
1936—1940	—1,3	—0,2
1941—1945	—0,8	—0,2
1946—1950	—0,9	—0,2

Wir haben im vorhergehenden auf den Zusammenhang zwischen dem Zinsfuss der Ko-Methode und dem Zieljahr hingewiesen und gleichzeitig den Zinsfuss von 8 % von verschiedenen Seiten aus begründet. Nun möchten wir zum Schluss auf die Anpassungsfähigkeit der Ko-Methode im besonderen hinweisen.

Der Ansatz von 14 Jahren für die Dauer der Etappe ist mehr oder weniger willkürlich. Die Tabelle 3 zeigt aber für das dort gewählte hypothetische Portefeuille, dass damit eine sehr befriedigende Approximation der Ko-Methode erreicht wird. Unter Umständen mag auch eine längere Dauer der Etappe und ein anderer Ansatz der Fixpunkte der Interpolation den bei einer Gesellschaft gegebenen Verhältnissen genügen. Schliesslich kann auch der Ansatz für die Interpolationsformel (1) anders gewählt werden, z. B.

$$\Delta_\tau = s_{\overline{\tau}|} \cdot P_1 + s'_{\overline{\tau}|} \cdot P_2 \qquad (7)$$

oder eine Kombination von Formel (1) und (7).

In Formel (7) wären $s_{\overline{\tau}|}$ und $s'_{\overline{\tau}|}$ zu verschiedenen Zinsfüssen zu berechnen.

Wir möchten mit diesem kurzen Hinweis nur hervorheben, dass die Ko-Methode mancherlei Spielarten zulässt, unter denen der Chefmathematiker einer Gesellschaft die für sein spezielles Portefeuille geeignete auswählen kann. Das Anziehende der Ko-Methode ist und bleibt jedenfalls der Umstand, dass jegliche Gruppierung des Portefeuilles dahinfällt und dass selbst verschiedene Tarife, einschliesslich Spezialtarife mit kombinierten Leistungen oder Versicherungen auf mehr als ein Leben, in einer einzigen pauschalen Deckungskapitalberechnung zusammengefasst werden können.

Möge die eine oder die andere Lebensversicherungsgesellschaft mit der Ko-Methode einen ersten praktischen Versuch machen und alsdann über ihre Erfahrungen berichten!

Tabelle 1.

Gemischte Versicherung 1000.

5 Beispiele x/n: 30/35, 35/30, 40/25, 45/20, 50/15.

Deckungskapitalwerte nach den Riemschen Tabellen MW I $3\frac{1}{2}\,\%$.

Fixpunkte und Prämien P_1 und P_2 der Ko-Methode.

Beispiel	Etappe	Fixpunkte der Ko-Interpolation		Verhältnis $\frac{\Delta_{10}}{\Delta_5}$	Ko-Methode		
		Δ_5	Δ_{10}		V_0	P_1	P_2
30/35	I	81,47	176,31	2,164	—	4,496	10,597
	II	129,08	280,99	2,177	286,05	7,678	16,087
	III	247,58	—		752,42	39,076	—
35/30	I	103,25	222,73	2,157	—	5,458	13,734
	II	165,39	367,21	2,220	363,25	12,251	17,554
40/25	I	133,23	289,94	2,176	—	7,896	16,640
	II	225,07	525,64	2,335	474,36	25,390	12,840
45/20	I	180,79	393,57	2,177	—	10,758	22,526
	II	346,77	—	—	653,23	54,731	—
50/15	I	259,73	576,70	2,220	—	19,249	27,554

Tabelle 2.

Gemischte Versicherung 1000.

5 Beispiele x/n: 30/35, 35/30, 40/24, 45/20, 50/15.

Deckungskapital nach den Riemschen Tabellen MW I 3½ %.

Abweichung zwischen dem genauen Deckungskapital und dem Deckungskapital der Ko-Methode in Promille des genauen Deckungskapitals.

Das — Zeichen bedeutet, dass das Ko-Deckungskapital zu klein ist.

t	1. Beispiel 30/35	2. Beispiel 35/30	3. Beispiel 40/25	4. Beispiel 45/20	5. Beispiel 50/15
	‰	‰	‰	‰	‰
1	— 10	— 11	— 1	— 17	5
2	— 7	— 7	— 1	— 8	4
3	— 4	— 4	— 1	— 5	2
4	— 2	— 2	0	— 2	1
5	0	0	0	0	0
6	1	1	0	1	— 1
7	2	1	1	1	— 1
8	2	1	1	1	— 1
9	1	1	1	1	— 1
10	0	0	0	0	0
11	— 2	— 1	— 2	— 1	2
12	— 5	— 2	— 4	— 1	5
13	— 7	— 3	— 7	— 1	9
14	— 12	— 5	— 10	— 1	15
15	0	0	0	0	
16	— 12	5	20	21	
17	— 8	4	14	13	
18	— 5	3	9	7	
19	— 2	1	4	2	
20	0	0	0		
21	1	— 1	— 3		
22	1	— 1	— 5		
23	1	— 2	— 5		
24	1	— 1	— 3		
25	0	0			
26	— 1	2			
27	— 1	5			
28	— 1	9			
29	— 1	15			
30	0				
31	21				
32	13				
33	7				
34	2				

Tabelle 3.

Portefeuille,

aufgebaut aus einer jährlichen Produktion von Fr. 5 000 000 an gemischten Versicherungen.

Abweichung zwischen dem genauen Deckungskapital und dem Deckungskapital der Ko-Methode.

Das — Zeichen bedeutet, dass das Ko-Deckungskapital zu klein ist.

31. Dez.	ΣC	$\Sigma V_t C$	$\Sigma \tilde{V}_t C$	Abweichung	
				(3) — (2)	in ‰ von (2)
	(1)	(2)	(3)		‰
1920	—	—			
1921	4 500 000	127 935	128 475	540	4,2
1922	8 550 000	361 944	363 051	1107	3,1
1923	12 195 000	682 923	684 504	1581	2,3
1924	15 657 750	1 096 202	1 098 026	1824	1,7
1925	18 947 363	1 595 203	1 597 027	1824	1,1
1926	22 072 495	2 173 821	2 175 458	1637	0,8
1927	25 041 370	2 826 320	2 827 750	1430	0,5
1928	27 861 801	3 547 532	3 548 737	1205	0,3
1929	30 541 211	4 332 653	4 333 751	1098	0,3
1930	33 086 651	5 177 357	5 178 455	1098	0,2
1931	35 504 819	6 078 110	6 079 305	1195	0,2
1932	37 802 078	7 030 760	7 031 955	1195	0,2
1933	39 984 474	8 032 763	8 033 522	759	0,1
1934	42 057 751	9 081 675	9 081 066	— 609	— 0,1
1935	43 633 441	9 781 628	9 781 019	— 609	— 0,1
1936	45 130 347	10 505 128	10 503 815	— 1313	— 0,1
1937	46 552 407	11 250 714	11 248 477	— 2237	— 0,2
1938	47 903 364	12 017 166	12 014 172	— 2994	— 0,2
1939	49 186 773	12 803 549	12 800 170	— 3379	— 0,3
1940	50 101 202	13 304 409	13 301 030	— 3379	— 0,3
1941	50 969 910	13 814 271	13 811 135	— 3136	— 0,2
1942	51 795 182	14 332 567	14 329 884	— 2683	— 0,2
1943	52 579 191	14 858 904	14 856 769	— 2135	— 0,1
1944	53 323 999	15 393 043	15 391 340	— 1703	— 0,1
1945	53 795 711	15 699 066	15 697 363	— 1703	— 0,1
1946	54 243 837	16 007 879	16 006 037	— 1842	— 0,1
1947	54 669 557	16 319 374	16 317 119	— 2255	— 0,1
1948	55 073 991	16 633 538	16 630 410	— 3128	— 0,2
1949	55 458 203	16 950 444	16 945 744	— 4700	— 0,3
1950	55 640 704	17 087 761	17 083 061	— 4700	— 0,3

Der Neuzugang des Bilanzjahres von Fr. 5 000 000 ist hier ganz weggelassen, weil er bei den getroffenen Voraussetzungen nur den Prämienübertrag, nicht aber die Deckungskapitalberechnung, berührt.