Zeitschrift: Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker = Bulletin / Association des Actuaires Suisses = Bulletin / Association of Swiss Actuaries

Herausgeber: Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker

Band: 41 (1941)

Artikel: Eine Bemerkung zum Thema : das Deckungskapital der gemischten und der terme-fixe-Versicherung bei Änderung der Sterblichkeit

Autor: Christen, Hans

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-966757

Eine Bemerkung zum Thema: Das Deckungskapital der gemischten und der terme-fixe-Versicherung bei Änderung der Sterblichkeit.

Von *Hans Christen,* Bern.

Die nachstehenden Resultate über die Änderung des Deckungskapitals der gemischten Versicherung sind bereits in der klassischen Untersuchung von *Lidstone* [1]) auf andere Weise bewiesen worden. *Goldmanns* [2]) Reservenvariationsformel gestattet, diese bemerkenswerten Beziehungen auf folgende, besonders einfache Art abzuleiten:

Das Deckungskapital der gemischten Versicherung nach t Jahren lässt sich bekanntlich durch die Deckungskapitalien nach dem ersten abgelaufenen Versicherungsjahr wie folgt darstellen:

$$(1)\quad 1 - {}_tV_{x:\overline{n}|} = \left(1 - {}_1V_{x:\overline{n}|}\right)\left(1 - {}_1V_{x+1:\overline{n-1}|}\right) \;\cdots\; \left(1 - {}_1V_{x+t-1:\overline{n-t+1}|}\right).$$

Die mit einem $'$ versehenen Grössen beziehen sich immer auf die neue Sterblichkeit. Es bedeute mit teilweiser Beibehaltung der Goldmannschen Bezeichnungsweise:

$$\delta_x = p'_x - p_x$$

$$(2)\qquad \delta\, {}_1V_{x+k:\overline{n-k}|} = {}_1V'_{x+k:\overline{n-k}|} - {}_1V_{x+k:\overline{n-k}|}\,.$$

Die erwähnte Reservenvariationsformel von Goldmann lautet dann:

$$(3)\qquad \delta\, {}_1V_{x+k:\overline{n-k}|} = \frac{v}{\mathrm{a}_{x+k:\overline{n-k}|}\cdot \mathrm{a}'_{x+k:\overline{n-k}|}}\,.$$

$$\cdot \sum_{\lambda=0}^{\lambda=n-k-2} {}_\lambda E_{x+k+1}\left(\delta_{x+k}\cdot \mathrm{a}'_{x+k+1:\overline{n-k-1}|} - \delta_{x+k+1+\lambda}\cdot \mathrm{a}'_{x+k+2+\lambda:\overline{n-k-2-\lambda}|}\right).$$

---

[1]) *Lidstone:* Changes in Pure Premium Policy-Values consequent upon variations in the Rate of Interest or the Rate of Mortality or upon the introduction of the Rate of Discontinuance. Journal of the Institute of Actuaries, Vol. XXXIX, 1905, S. 209 ff.

[2]) *Goldmann:* Beiträge zur Theorie des Einflusses der Sterblichkeit auf die Reserven. Mitteilungen der Vereinigung schweizerischer Versicherungsmathematiker, Heft 10, 1915.

Man stellt fest, dass stets:

$$\mathsf{a}'_{x+k+1:\overline{n-k-1}|} > \mathsf{a}'_{x+k+2+\lambda:\overline{n-k-2-\lambda}|}.$$

Wir treffen nun bestimmte Annahmen über die Änderung der Sterblichkeit im Gebiete: $0 \leqslant t \leqslant n-1$.

a) Es sei $\underline{q'_{x+t} - q_{x+t} = K} =$ konstant.

δ_{x+t} ist dann $= - K$, und der Klammerausdruck:

$$(\delta_{x+k} \cdot \mathsf{a}'_{x+k+1:\overline{n-k-1}|} - \delta_{x+k+1+\lambda} \cdot \mathsf{a}'_{x+k+2+\lambda:\overline{n-k-2-\lambda}|})$$

ist stets positiv oder negativ. Daraus folgt sofort:

(A) $$ {}_tV'_{x:\overline{n}|} \gtrless {}_tV_{x:\overline{n}|} \text{ mit } q'_{x+t} - q_{x+t} = K \lesseqgtr 0.$$

b) $\underline{q'_{x+t} - q_{x+t}}$ sei stets $\left\{\begin{matrix}\text{positiv}\\ \underline{\text{negativ}}\end{matrix}\right\}$ und dem absoluten Betrage nach abnehmend.

δ_{x+t} ist dann $\left\{\begin{matrix}\text{negativ}\\ \text{positiv}\end{matrix}\right\}$ und dem absoluten Betrage nach abnehmend. Der Klammerausdruck in Formel (3) ist dann stets $\left\{\begin{matrix}\text{negativ}\\ \text{positiv}\end{matrix}\right\}$, und damit wird:

(B) $$ {}_tV'_{x:\overline{n}|} \lesseqgtr {}_tV_{x:\overline{n}|}.$$

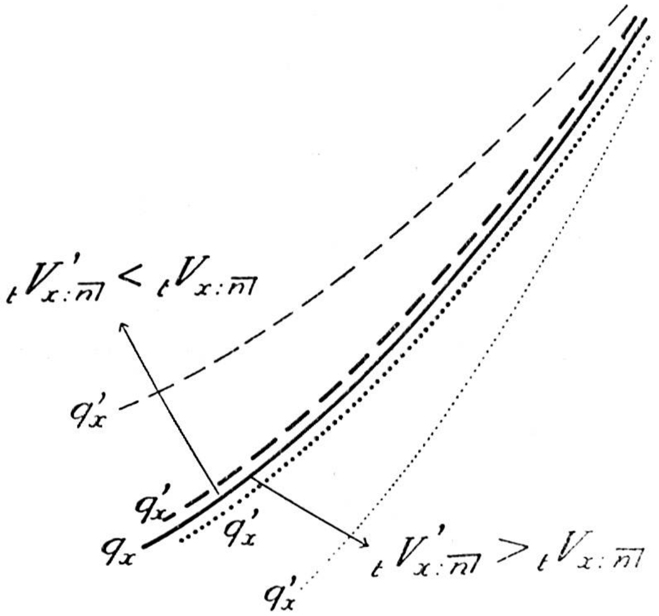
c) $\underline{p'_{x+t} = (1 + K) \cdot p_{x+t}}$ ($K =$ Konstante) oder

$$q'_{x+t} - q_{x+t} = - K \cdot p_{x+t}.$$

Wir nehmen an, dass p_{x+t} mit dem Alter abnimmt. Dieser Fall lässt sich wie *b)* behandeln, und es ist:

(C) $$ {}_tV'_{x:\overline{n}|} \gtrless {}_tV_{x:\overline{n}|} \text{ mit } K \left\{\begin{matrix}\text{positiv.}\\ \text{negativ.}\end{matrix}\right.$$

Graphisch lassen sich die Verhältnisse wie folgt veranschaulichen:



Diese Resultate für das Deckungskapital der gemischten Versicherung lassen sich mit folgenden Überlegungen auch auf die terme-fixe-Versicherung übertragen:

Jéquier[1]) hat gezeigt, dass das Deckungskapital der Terme-fixe grösser (was meistens der Fall ist) oder kleiner als dasjenige der Gemischten mit gleichen Argumenten ist, je nachdem die Funktion:

$$Q = \left(\frac{a_{\overline{n-t|}}}{a_{\overline{n|}}} - \frac{a_{x+t:\overline{n-t|}}}{a_{x:\overline{n|}}}\right)$$

negativen oder positiven Wert hat.

Eliminiert man aus den Formeln für die Deckungskapitalien der gemischten und der terme-fixe-Versicherung die Funktion

$$\frac{a_{x+t:\overline{n-t|}}}{a_{x:\overline{n|}}},$$

so ergibt sich folgende interessante Beziehung, in der die Sterblichkeit nicht mehr explizit auftritt:

$$(4) \qquad {}_tV^G_{x:\overline{n|}} = (1+i)^n \cdot {}_tV^T_{x:\overline{n|}} - \left[(1+i)^t - 1\right].$$

---

[1]) *Jéquier:* L'assurance d'annuités, cas particulier de l'assurance temporaire. Mitteilungen der Vereinigung schweizerischer Versicherungsmathematiker, Heft 39, 1940.

Man darf daraus den Schluss ziehen:

Wenn das Deckungskapital der gemischten Versicherung bei Änderung der Sterblichkeit $\begin{Bmatrix}\text{grösser}\\ \text{kleiner}\end{Bmatrix}$ wird, so ändert sich auch das Deckungskapital der terme-fixe-Versicherung mit gleichen Argumenten in gleichem Sinne:

$$(5) \qquad {}_tV'^{T}_{x:\overline{n}|} \gtrless {}_tV^{T}_{x:\overline{n}|}, \quad \text{wenn} \quad {}_tV'^{G}_{x:\overline{n}|} \gtrless {}_tV^{G}_{x:\overline{n}|}.$$