

**Zeitschrift:** Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker  
= Bulletin / Association des Actuaires Suisses = Bulletin / Association of  
Swiss Actuaries

**Herausgeber:** Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker

**Band:** 41 (1941)

**Artikel:** Eine Bemerkung zum Thema : das Deckungskapital der gemischten  
und der terme-fixe-Versicherung bei Änderung der Sterblichkeit

**Autor:** Christen, Hans

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-966757>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 24.12.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Eine Bemerkung zum Thema: Das Deckungskapital der gemischten und der terme-fixe-Versicherung bei Änderung der Sterblichkeit.

Von *Hans Christen*, Bern.

Die nachstehenden Resultate über die Änderung des Deckungskapitals der gemischten Versicherung sind bereits in der klassischen Untersuchung von *Lidstone* <sup>1)</sup> auf andere Weise bewiesen worden. *Goldmanns* <sup>2)</sup> Reservenvariationsformel gestattet, diese bemerkenswerten Beziehungen auf folgende, besonders einfache Art abzuleiten:

Das Deckungskapital der gemischten Versicherung nach  $t$  Jahren lässt sich bekanntlich durch die Deckungskapitalien nach dem ersten abgelaufenen Versicherungsjahr wie folgt darstellen:

$$(1) \quad 1 - {}_tV_{x:\overline{n}|} = (1 - {}_1V_{x:\overline{n}|}) (1 - {}_1V_{x+1:\overline{n-1}|}) \dots (1 - {}_1V_{x+t-1:\overline{n-t+1}|}) .$$

Die mit einem ' versehenen Grössen beziehen sich immer auf die neue Sterblichkeit. Es bedeute mit teilweiser Beibehaltung der Goldmannschen Bezeichnungsweise:

$$(2) \quad \delta_x = p'_x - p_x$$

$$\delta {}_1V_{x+k:\overline{n-k}|} = {}_1V'_{x+k:\overline{n-k}|} - {}_1V_{x+k:\overline{n-k}|} .$$

Die erwähnte Reservenvariationsformel von Goldmann lautet dann:

$$(3) \quad \delta {}_1V_{x+k:\overline{n-k}|} = \frac{v}{a_{x+k:\overline{n-k}|} \cdot a'_{x+k:\overline{n-k}|}} \cdot \sum_{\lambda=0}^{\lambda=n-k-2} {}_\lambda E_{x+k+1} (\delta_{x+k} \cdot a'_{x+k+1:\overline{n-k-1}|} - \delta_{x+k+1+\lambda} \cdot a'_{x+k+2+\lambda:\overline{n-k-2-\lambda}|}) .$$

<sup>1)</sup> *Lidstone*: Changes in Pure Premium Policy-Values consequent upon variations in the Rate of Interest or the Rate of Mortality or upon the introduction of the Rate of Discontinuance. Journal of the Institute of Actuaries, Vol. XXXIX, 1905, S. 209 ff.

<sup>2)</sup> *Goldmann*: Beiträge zur Theorie des Einflusses der Sterblichkeit auf die Reserven. Mitteilungen der Vereinigung schweizerischer Versicherungsmathematiker, Heft 10, 1915.

Man stellt fest, dass stets:

$$a'_{x+k+1: \overline{n-k-1}} > a'_{x+k+2+\lambda: \overline{n-k-2-\lambda}}.$$

Wir treffen nun bestimmte Annahmen über die Änderung der Sterblichkeit im Gebiete:  $0 \leq t \leq n-1$ .

a) Es sei  $\underline{q'_{x+t} - q_{x+t} = K = \text{konstant.}}$

$\delta_{x+t}$  ist dann  $= -K$ , und der Klammerausdruck:

$$(\delta_{x+k} \cdot a'_{x+k+1: \overline{n-k-1}} - \delta_{x+k+1+\lambda} \cdot a'_{x+k+2+\lambda: \overline{n-k-2-\lambda}})$$

ist stets positiv oder negativ. Daraus folgt sofort:

$$(A) \quad {}_tV'_{x:\overline{n}} \gtrless {}_tV_{x:\overline{n}} \text{ mit } q'_{x+t} - q_{x+t} = K \gtrless 0.$$

b)  $\underline{q'_{x+t} - q_{x+t}}$  sei stets  $\left\{ \begin{smallmatrix} \text{positiv} \\ \text{negativ} \end{smallmatrix} \right\}$  und dem absoluten Betrage nach abnehmend.

$\delta_{x+t}$  ist dann  $\left\{ \begin{smallmatrix} \text{negativ} \\ \text{positiv} \end{smallmatrix} \right\}$  und dem absoluten Betrage nach abnehmend. Der Klammerausdruck in Formel (3) ist dann stets  $\left\{ \begin{smallmatrix} \text{negativ} \\ \text{positiv} \end{smallmatrix} \right\}$ , und damit wird:

$$(B) \quad {}_tV'_{x:\overline{n}} \gtrless {}_tV_{x:\overline{n}}.$$

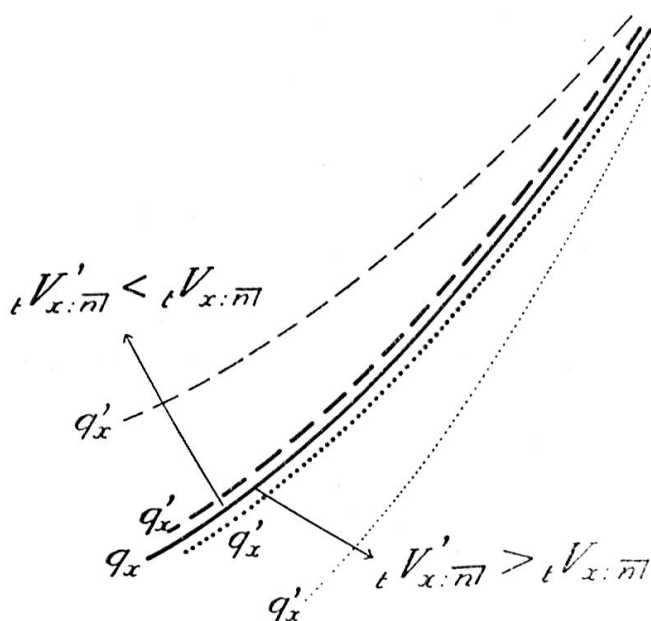
c)  $\underline{p'_{x+t} = (1 + K) \cdot p_{x+t}}$  ( $K = \text{Konstante}$ ) oder

$$q'_{x+t} - q_{x+t} = -K \cdot p_{x+t}.$$

Wir nehmen an, dass  $p_{x+t}$  mit dem Alter abnimmt. Dieser Fall lässt sich wie b) behandeln, und es ist:

$$(C) \quad {}_tV'_{x:\overline{n}} \gtrless {}_tV_{x:\overline{n}} \text{ mit } K \left\{ \begin{smallmatrix} \text{positiv.} \\ \text{negativ.} \end{smallmatrix} \right.$$

Graphisch lassen sich die Verhältnisse wie folgt veranschaulichen:



Diese Resultate für das Deckungskapital der gemischten Versicherung lassen sich mit folgenden Überlegungen auch auf die terme-fixe-Versicherung übertragen:

Jéquier <sup>1)</sup> hat gezeigt, dass das Deckungskapital der Terme-fixe grösser (was meistens der Fall ist) oder kleiner als dasjenige der Gemischten mit gleichen Argumenten ist, je nachdem die Funktion:

$$Q = \left( \frac{a_{\overline{n-t|}}}{a_{\overline{n|}}} - \frac{a_{x+t:\overline{n-t|}}}{a_{x:\overline{n|}}} \right)$$

negativen oder positiven Wert hat.

Eliminiert man aus den Formeln für die Deckungskapitalien der gemischten und der terme-fixe-Versicherung die Funktion

$$\frac{a_{x+t:\overline{n-t|}}}{a_{x:\overline{n|}}},$$

so ergibt sich folgende interessante Beziehung, in der die Sterblichkeit nicht mehr explizit auftritt:

$$(4) \quad {}_tV^G_{x:\overline{n|}} = (1+i)^n \cdot {}_tV^T_{x:\overline{n|}} - [(1+i)^t - 1].$$

<sup>1)</sup> Jéquier: L'assurance d'annuités, cas particulier de l'assurance temporaire. Mitteilungen der Vereinigung schweizerischer Versicherungsmathematiker, Heft 39, 1940.

Man darf daraus den Schluss ziehen:

Wenn das Deckungskapital der gemischten Versicherung bei Änderung der Sterblichkeit  $\begin{cases} \text{größer} \\ \text{kleiner} \end{cases}$  wird, so ändert sich auch das Deckungskapital der terme-fixe-Versicherung mit gleichen Argumenten in gleichem Sinne:

$$(5) \quad {}_tV'_{x:\overline{n}|} \begin{matrix} \geq \\ \leq \end{matrix} {}_tV^T_{x:\overline{n}|}, \text{ wenn } {}_tV'^G_{x:\overline{n}|} \begin{matrix} \geq \\ \leq \end{matrix} {}_tV^G_{x:\overline{n}|}.$$


---